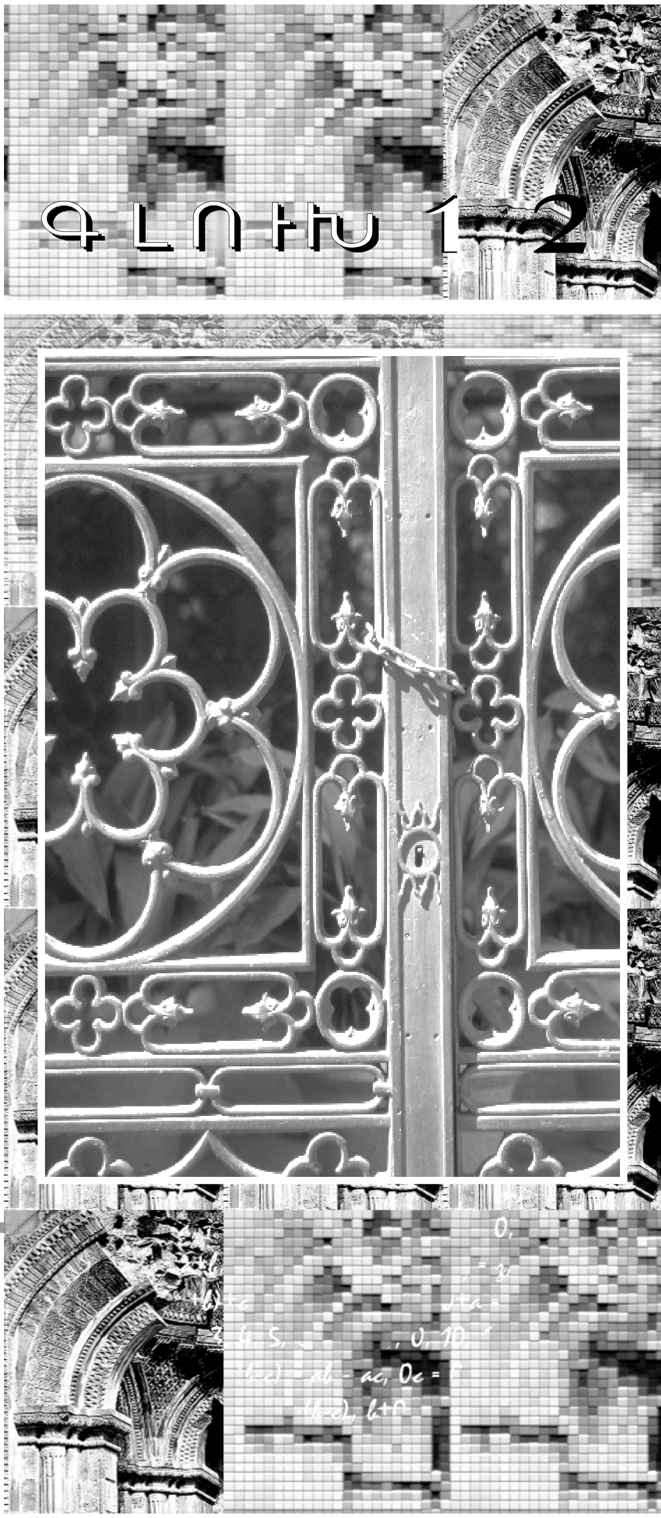
ՀԱՆՐԱՀԱՇԻՎ 9

ԳԼՈՒԽ 12



§1 ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԵՌԱՆԴԱՄ

1. Քառակուսային եռանդամ: Գծային երկանդամներից հետո բազմանդամների հաջորդ կարևոր ընտանիքը կազմում են ***երկրորդ աստիճանի բազմանդամները***: Երկրորդ աստիճանի բազմանդամը կարելի է գրել

$$ax^2+bx+c$$

տեսքով, որտեղ x-ը փոփոխականն է, a-ն, b-ն, c-ն՝ հաստատուններ, և $a\neq 0$: Այս տեսքը նկատի ունենալով՝ երկրորդ աստիճանի բազմանդամը հաճախ անվանվում է նաև ***քառակուսային եռանդամ***. ax^2 գումարելին կոչվում է նրա ***ավագ*** անդամ, bx-ը՝ ***միջին*** անդամ, իսկ c-ն՝ ***ազատ*** անդամ:

Օրինակ, $2x^2-3x+1$ բազմանդամը քառակուսային եռանդամ է, նրա ավագ անդամն է $2x^2$, միջին անդամը՝ $-3x$, իսկ ազատ անդամը՝ 1: Քառակուսային եռանդամ է նաև x^2+1 բազմանդամը, թեպետ և պարունակում է երկու գումարելի. պարզապես նրա միջին անդամի գործակիցը 0 է՝ $2x^2-1=2x^2+0\cdot x-1$: Քառակուսային եռանդամ է նաև x^2-2x բազմանդամը: Նրա ազատ անդամը հավասար է զրոյի՝ $2x^2-2x=2x^2-2x+0$: Հասկանալի է, որ չի կարող զրո լինել քառակուսային եռանդամի ավագ անդամի գործակիցը. այդ դեպքում եռանդամը կդադարեր երկրորդ աստիճանի բազմանդամ լինելուց:

Դիտարկենք, $2x^2-4x+6$ եռանդամը: Ունենք.

$$2x^2-4x+6=2(x^2-2x+3)=2((x^2-2x+1)+2)$$
$$=2((x-1)^2+2)=2(x-1)^2+4:$$

Այսինքն՝

$$2x^2-4x+6=2(x-1)^2+4:$$

Պատկերավոր ասած՝ մենք տվյալ եռանդամից առանձնացրինք լրիվ քառակուսի: Իսկ կարո՞ղ ենք լրիվ քառակուսի առանձնացնել յուրաքանչյուր քառակուսային եռանդամից: Այս հարցին դրական պատասխան է տալիս հետևյալ հատկությունը:

Լրիվ քառակուսու առանձնացումը

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a},$$

որտեղ a-ն՝ զրոյից տարբեր, b-ն և c-ն կամայական թվեր են:

Ապացույցը	**Փաստարկները**
$ax^2+bx+c=$	քառակուսային եռանդամը
$=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)$	բաշխական օրենքը
$=a\left(\left(x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right)-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}\right)$	գումարի քառակուսու բանաձևը
$=a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right)$	կոտորակների հանումը
$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$	հակադիրների գումարման հատկությունը բաշխական օրենքը

2. Քառակուսային հավասարումներ: Քառակուսային եռանդամը փոփոխականի տարբեր թվային արժեքների դեպքում կարող է ընդունել տարբեր թվային արժեքներ: Առանձնապես կարևոր են փոփոխականի այն արժեքները, որոնց դեպքում եռանդամի արժեքը հավասարվում է 0 -ի: Դուք հիշու՞մ եք, որ փոփոխականի այդ արժեքները կոչվում են քառակուսային եռանդամի արմատներ:

Քառակուսային եռանդամների արմատները գտնելու համար մենք լուծում ենք քառակուսային հավասարումներ. հավասարումներ, որոնց բոլոր անդամները նրա մի մասում խմբավորելիս կստանանք քառակուսային եռանդամ: Այսպիսով՝ քառակուսային հավասարումը կարելի է գրել

$$ax^2+bx+c=0$$

տեսքով, որտեղ x -ը փոփոխական է, a -ն՝ զրոյից տարբեր, b -ն, c -ն կամայական իրական թվեր են:

Նախորդ գլխում մենք լուծել ենք մասնավոր՝ $x^2+a=0$, $x^2+ax=0$ տեսքի քառակուսային հավասարումներ: Այժմ անցնենք կամայական քառակուսային հավասարումների լուծման: Նախ ապացուցենք հետևյալ կարևոր հատկությունը:

Քառակուսային հավասարումների համարժեքության մի հատկություն

$ax^2+bx+c=0$ քառակուսային հավասարումը համարժեք է $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ հավասարմանը:

Ապացուցումը եւ փաստարկները

$$ax^2+bx+c=0 \Leftrightarrow a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

լրիվ քառակուսու առանձնացումը, հավասարման գումարելիի տեղափոխումը և բազմապատկումը զրոյից տարբեր թվով

Այսպիսով՝ $ax^2+bx+c=0$ քառակուսային հավասարումը լուծելու փոխարեն մենք կարող ենք լուծել նրան համարժեք $(x+b/2a)^2=\left(b^2-4ac\right)/\left(4a^2\right)$ հավասարումը: Այս վերջին հավասարման ձախ մասը լրիվ քառակուսի է, իսկ աջ մասում գրված կոտորակի հայտարարը զրոյից մեծ թիվ է: Հետևաբար վերջին հավասարման (նաև՝ տրված հավասարման) լուծման համար վճռական նշանակություն ունի b^2-4ac արտահայտությունը: Այն կոչվում է $ax^2+bx+c=0$ հավասարման կամ ax^2+bx+c եռանդամի ***տարբերիչ***:

Բացասական տարբերիչով քառակուսային Հավասարման արմատները

Բացասական տարբերիչով քառակուսային հավասարումը արմատներ չունի:

Ապացուցում: Դիցուք ունենք $ax^2+bx+c=0$ քառակուսային հավասարումը: Համաձայն նախորդ հատկության, այն համարժեք է $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2=\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}$ հավասարմանը: Ըստ պայմանի $b^2-4ac<0$: Հետևապես՝ բացսական է նաև վերջին հավասարման աջ մասը: Իսկ այդ հավասարման ձախ մասը ինչ-որ թվի քառակուսի է և չի կարող լինել բացասական: Այսինքն՝ այդ հավասարումը լուծում չունի: Ուրեմն՝ լուծում չունի նաև նրան համարժեք $ax^2+bx+c=0$ հավասարումը:

Օրինակ՝ լուծենք $2x^2+4x+5=0$ հավասարումը: Այս հավասարման տարբերիչը – 24 է, որը փոքր է զրոյից: Հետևաբար՝ տրված հավասարումը արմատ չունի:

Անցնենք դրական տարբերիչով քառակուսային հավասարումների լուծմանը:

Դրական տարբերիչով քառակուսային Հավասարման լուծումը

Դրական տարբերիչով $ax^2+bx+c=0$ քառակուսային հավասարումն ունի երկու արմատ, որոնք որոշվում են հետևյալ բանաձևով.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ :$$

Ապացուցում: Դիցուք $ax^2+bx+c=0$ քառակուսային հավասարման b^2-4ac տարբերիչը մեծ է 0-ից: Այդ դեպքում.

$$ax^2+bx+c=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \Leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{b}{2a}\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} \Leftrightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ :$$

Օրինակ` լուծենք $2x^2+4x-6=0$ հավասարումը: Այս հավասարման տարբերիչն է $4^2\ +4\cdot2\cdot6$, որը մեծ է զրոյից: Հետևաբար` տրված հավասարումը ունի երկու արմատ, որոնք որոշվում են հետևյալ կերպ.

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2\ +4\cdot2\cdot6}}{2\cdot2}=\frac{-4\pm8}{4}\ :$$

Այսինքն` $x=1$ կամ $x=-3$:

Երբեմն x փոփոխականով և դրական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի երկու արմատներից մեկը նշանակում են x_1-ով, մյուսը` $x_2$-ով: Մասնավորապես` դրական տարբերիչով ax^2+bx+c եռանդամի համար`

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},\ x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ :$$

Լուծենք նաև զրո տարբերիչով քառակուսային հավասարումները:

Զրո տարբերիչով քառակուսային հավասարման լուծումը

Զրո տարբերիչով $ax^2+bx+c=0$ քառակուսային հավասարումն ունի միակ արմատը, որը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$x=-\frac{b}{2a}\ :$$

Ապացուցում: Դիցուք $ax^2+bx+c=0$ քառակուսային հավասարման b^2-4ac տարբերիչը հավասար է 0-ի: Այդ դեպքում.

$$ax^2+bx+c=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \Leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=0 \Leftrightarrow x=-\frac{b}{2a}:$$

Օրինակ՝ լուծենք $x^2-4x+4=0$ հավասարումը: Այս հավասարման տարբերիչն է $4^2-1\cdot4\cdot4$, որը հավասար է զրոյի: Հետևաբար՝ տրված հավասարումն ունի մեկ արմատ, որը որոշվում է հետևյալ կերպ՝ $x=\frac{4}{2}=2$:

Երբ քառակուսային հավասարման տարբերիչը հավասար է զրոյի, ապա ընդունված է ասել նաև, որ նրա արմատները համընկնում են:

3. Քառակուսային եռանդամի վերլուծումը արտադրիչների: Եթե մենք բազմապատկենք առաջին աստիճանի երկու բազմանդամներ, կստանանք քառակուսային եռանդամ: Օրինակ՝ $(x-1)(x+2)=x^2+x-2$: Արդյո՞ք այս ճանապարհով, այսինքն՝ առաջին աստիճանի բազմանդամների բազմապատկումներով, մենք կարող ենք ստանալ մեր ուզած քառակուսային եռանդամը: Պարզվում է, որ՝ ոչ. կան բազմանդամներ, որոնք հնարավոր չէ գրել առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով: Միաժամանակ, պարզվում է նաև, որ առաջին աստիճանի երկու բազմանդամների արտադրյալի տեսքով գրվելու հնարավորությունը կարևոր հատկություն է, որով կարող են օժտված լինել առանձին քառակուսային եռանդամներ:

Դիցուք ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամը ներկայացվում է առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով՝

$$ax^2+bx+c=(a_1x+b_1)(a_2x+b_2):$$

Այդ դեպքում $ax^2+bx+c=0$ հավասարման փոխարեն կարող ենք դիտարկել նրան համարժեք

$$(a_1x+b_1)(a_2x+b_2)=0$$

հավասարումը, որն, իր հերթին, համարժեք է հետևյալ համախմբին.

$$\left[\begin{array}{l} a_1x+b_1=0 \\ a_2x+b_2=0 \end{array}\right.:$$

Դա նշանակում է, որ տրված եռանդամը ունի $-\frac{b_1}{a_1}$ և $-\frac{b_2}{a_2}$ արմատները:

Այսպիսով՝ մենք ապացուցեցինք քառակուսային եռանդամի հետևյալ հատկությունը:

Քառակուսային եռանդամը որպես առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալ

Եթե քառակուսային եռանդամը ներկայացվում է որպես առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալ, ապա նրա տարբերիչը բացասական չէ: Ընդ որում, եթե $ax^2+bx+c=(a_1x+b_1)(a_2x+b_2)$*, ապա* ax^2+bx+c *եռանդամի արմատներն են* $-\dfrac{b_1}{a_1}$ *և* $-\dfrac{b_2}{a_2}$ *:*

Այս հատկությունից անմիջապես հետևում է հետևյալ հատկությունը:

Բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի Հատկությունը

Բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամը չի կարող վերլուծվել առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով:

Այսպիսով, եթե քառակուսային եռանդամը ներկայացվում է որպես առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալ, ապա նրա տարբերիչը բացասական չէ: Իսկ արդյո՞ք ճիշտ է հակադարձ պնդումը: Այսինքն՝ ոչ բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամը արդյոք հնարավո՞ր է ներկայացնել որպես առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալ: Այս հարցին դրական պատասխան է տալիս հետևյալ հատկությունը:

Ոչ բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի վերլուծումը արտադրիչների

Ոչ բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամը վերլուծվում է առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով: Ընդ որում, եթե ax^2+bx+c *եռանդամի արմատներն են* x_1 *և* x_2*, ապա*

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2):$$

Ապացուցում: Դիցուք $ax^2+bx+c=0$ քառակուսային հավասարումն ունի x_1 և x_2 արմատները: Նույն արմատները կունենա նաև բերված տեսքի $x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{c}{a}=0$ հավասարումը: Համաձայն Վիետի թեորեմի $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$, $x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$, և մենք կունենանք.

$$a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)=a\left(x^2-(x_1+x_2)x+x_1\cdot x_2\right)=a\left(x^2-x_1x-x_2x+x_1\cdot x_2\right)=$$

$$=a(x(x-x_1)-x_2(x-x_1))=a(x-x_1)(x-x_2):$$

Մասնավորապես, եթե քառակուսային եռանդամի տարբերիչը հավասար է զրոյի, ապա նրա x_1 և x_2 արմատները համընկնում են, և մենք այդ դեպքում կունենանք՝

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)^2:$$

Այսպիսով մենք ստանում ենք զրո տարբերիչով քառակուսային եռանդամի հետևյալ հատկությունը:

Զրո տարբերիչով քառակուսային եռանդամի վերլուծումը արտադրիչների

Զրո տարբերիչով քառակուսային եռանդամը հավասար է առաջին աստիճանի բազմանդամի քառակուսու և հաստատունի արտադրյալի: Ընդ որում, եթե եռանդամի արմատն է x_1-ը, ապա

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)^2:$$

Հակադարձը՝ եթե քառակուսային եռանդամը հավասար է առաջին աստիճանի բազմանդամի քառակուսու և հաստատունի արտադրյալի, ապա այն ունի զրո տարբերիչ:

ՀԱՍԿԱՑԵ՞Լ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Ո՞ր բազմանդամներն են կոչվում քառակուսային եռանդամներ:

2. Նշեք ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի.

   ա. ավագ անդամը, բ. միջին անդամը, գ. ազատ անդամը:

3. Կարո՞ղ է զրո լինել քառակուսային եռանդամի.

   ա. ավագ անդամը, բ. միջին անդամի գործակիցը, գ. ազատ անդամը:

4. Ո՞րն է քառակուսային եռանդամից լրիվ քառակուսի առանձնացնելու հատկությունը:

5. Ապացուցեք քառակուսային եռանդամից լրիվ քառակուսի առանձնացնելու հատկությունը:

6. Ապացուցեք, որ հետևյալ քառակուսային հավասարումները համարժեք են իրար.

$$ax^2+bx+c=0 \text{ և } \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}:$$

7. Ի՞նչ է քառակուսային եռանդամի տարբերիչը:

8. Ի՞նչ է քառակուսային հավասարման տարբերիչը:

9. Քանի՞ լուծում ունի քառակուսային հավասարումը, եթե նրա տարբերիչը.

   ա. դրական է, բ. զրո է, գ. բացասական է:

10. Գրեք դրական տարբերիչով քառակուսային հավասարման արմատների բանաձևը:

11. Ապացուցեք դրական տարբերիչով քառակուսային հավասարման արմատների բանաձևը:

12. Հիմնավորեք դրական տարբերիչով քառակուսային հավասարման արմատների բանաձևի ապացուցումը:

13. Գրեք զրո տարբերիչով քառակուսային հավասարման արմատների բանաձևը:

14. Ապացուցեք զրո տարբերիչով քառակուսային հավասարման արմատների բանաձևը:

15. Հիմնավորեք զրո տարբերիչով քառակուսային հավասարման արմատների բանաձևի ապացուցումը:

16. Ապացուցեք, որ բացասական տարբերիչով քառակուսային հավասարումը արմատներ չունի:

17. Հիմնավորեք բացասական տարբերիչով քառակուսային հավասարումը արմատներ չունենալու ապացուցումը:

18. Ո՞ր աստիճանի բազմանդամ է առաջին աստիճանի երկու բազմանդամների արտադրյալը:

19. Արդյո՞ք x^2+1 բազմանդամը կարելի է ներկայացնել որպես առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալ:

20. Ինչպե՞ս է կապված քառակուսային եռանդամը առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով ներկայացնելու խնդիրը եռանդամի տարբերիչի հետ:

21. Կարո՞ղ է քառակուսային եռանդամը ներկայացվել առաջին աստիճանի երկուսից ավելի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով:

22. Ապացուցեք, որ եթե քառակուսային եռանդամը ներկայացվում է առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով, ապա նրա տարբերիչը մեծ է զրոյից:

23. Ապացուցեք, որ եթե քառակուսային եռանդամի տարբերիչը մեծ է զրոյից, ապա այն ներկայացվում է առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով:

24. Ավագ անդամի 4 գործակիցն ունեցող քառակուսային եռանդամի արմատներն են 1 և 2: Ո՞րն է այդ եռանդամը:

25. Նշեք եռանդամ, որի արմատներն են x_1 , x_2 :

26. Նշեք եռանդամ, որի արմատներն են x_1 , x_2 , ավագ անդամի գործակիցը՝ a:

27. Ապացուցեք, որ եթե ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի արմատներն են x_1,

x_2, ապա $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$:

28. Գտեք ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի արմատները, եթե $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$:

29. ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի տարբերիչը զրո է, արմատը՝ x_1: Վերլուծեք այն արտադրիչների:

30. Ապացուցեք, որ եթե ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի տարբերիչը զրո է, արմատը՝ x_1, ապա $ax^2+bx+c=a(x-x_1)^2$:

31. Ապացուցեք, որ բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամը չունի առաջին աստիճանի արտադրիչ:

32. Հիմնավորեք 30 և 31 վարժություններում պահանջվող ապացուցումները:

33. Քանի՞ արմատ ունի բազմանդամը, եթե այն ներկայացվում է առաջին աստիճանի երեք արտադրիչների արտադրյալի տեսքով: Հիմնավորեք պատասխանը:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

1. Արդյո՞ք բազմանդամը քառակուսային եռանդամ է.

ա. $2x^3-x^2+1$, բ. $(x-1)^2-x^2+3$,

գ. $(1+2x)^2-(2+3x)^2+5x^2-13$, դ. $(1+x)^3-(1-2x)^3-5x^3-1$:

2. a -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում է բազմանդամը քառակուսային եռանդամ.

ա. ax^3+2x^2+1, բ. $(a-1)(1+x)^2+2x+1$,

գ. $(1+3x)^3+4a^2x+3$, դ. $(2x+5)^2-(a+x)^2+ax+1$:

3. Նշեք քառակուսային եռանդամի ավագ, միջին և ազատ անդամները.

ա. x^2+3x+1, բ. x^2+1, գ. x^2-x+2, դ. $2x^2+3x$,

ե. $3-x+x^2$, զ. $-x+x^2$, է. $x+4+2x^2$, ը. $10-x^2$:

4. Գտեք քառակուսային եռանդամի ավագ, միջին և ազատ անդամները.

ա. $2(x-1)^2-3$, բ. $0,1(x+1)^2+1,5$,

գ. $-3(x+2)^2-x$, դ. $(2-x)^3+(4+x)^3+3$:

5. Քառակուսային եռանդամից առանձնացրեք լրիվ քառակուսին.

ա. x^2+2x+1, բ. $x^2+10x+1$, գ. x^2-2x+2, դ. $-x^2+8x-3$,

ե. $x^2+11x-1$, զ. x^2-x-20, է. $2x^2-3x+4$, ը. $x^2-7x+12$:

6. Քառակուսային եռանդամից առանձնացրեք լրիվ քառակուսին.

ա. $3x^2-x+11$, բ. $2(x+3)(x-1)$, գ. $-x+4+5x^2$, դ. $4(x+3)(x-3)$,

ե. $0,1x^2+10x+100$, զ. x^2-3x, է. $1+x-(2x-4)(1-x)$:

7. Գտեք քառակուսային եռանդամի թվային արժեքը.

ա. $2x^2-3x+4$, երբ $x=0,\ 1,\ -1$, բ. $x^2+11x-1$, երբ $x=-1,\ 0{,}5,\ 2$:

8. Գտեք քառակուսային եռանդամի տարբերիչը.

ա. x^2, բ. x^2-2x, գ. x^2-2x+1,

դ. x^2-1, ե. $-x^2+2x$, զ. x^2-2x+3:

9. Ունի՞ արմատներ հետևյալ եռանդամը.

ա. $-x^2+3x-16$, բ. x^2+3, գ. $2x^2+4x-20$, դ. $-1-2x^2-x$:

10. Հաշվեք քառակուսային հավասարման տարբերիչը և որոշեք արմատների թիվը.

ա. $9x^2+6x+1=0$, բ. $x^2+5x+6=0$,

գ. $5x^2-6x+1=0$, դ. $2x^2-6x+7=0$:

11. Լուծեք հավասարումը.

ա. $x^2+4x+4=0$, բ. $-6+2x-x^2=0$,

գ. $x^2-8x+16=0$, դ. $-1-6x+x^2=0$:

12. Գտեք հավասարման արմատները.

ա. $3x^2-5x-2=0$, բ. $2x^2-7x+6=0$,

գ. $4x^2+x-3=0$, դ. $5x^2-8x+3=0$:

13. Լուծեք հավասարումը.

ա. $2x^2-4x+2=0$, բ. $-x^2+50x-600=0$,

գ. $3x^2-18x+27=0$, դ. $-7+6x+x^2=0$:

14. Լուծեք հավասարումը.

ա. $4x^2+x-3=0$, բ. $2x^2-7x+6=0$,

գ. $3x^2+11x+6=0$, դ. $3-8x+5x^2=0$:

15. Լուծեք հավասարումը.

ա. $(3x-1)(3x-1)=20$, բ. $(x-4)(4x+3)=-21$,

գ. $(x-3)^2+(x+4)^2-(x-5)^2=17x+24$,

դ. $(x+5)^2+(x-2)^2+(x-7)(x+7)=11x-18$:

16. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $x^2+2ax+a(a+1)=0$ հավասարումը.

ա. արմատ չունի, բ. ունի մեկ արմատ,

գ. ունի երկու արմատ, դ. ունի մեկից ոչ ավելի արմատ,

ե. ունի մեկից ոչ պակաս արմատ, զ. ունի երկուսից ոչ պակաս արմատ,

է. ունի երկուսից ոչ ավելի արմատ:

17. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումն ունի մեկ արմատ: Գտեք այդ արմատը:

ա. $x^2+ax+1=0$, բ. $-x^2-ax-9=0$,

գ. $x^2+2x+a=0$, դ. $0{,}25x^2-2ax+16=0$,

ե. $2x^2-36x-a=0$, զ. $x^2-0{,}1ax+0{,}01=0$:

18. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումներն ունեն միևնույն թվով արմատներ:

ա. $x^2+2x+10=0$ և $x^2+2x+a=0$, բ. $x^2+2x+1=0$ և $x^2+ax+a=0$,

գ. $ax^2-4x+1=0$ և $ax^2+x+4=0$, դ. $ax^2-4x+1=0$ և $x^2-2x=0$:

19. Նշեք a -ի որևէ արժեք, որի դեպքում եռանդամներն ունեն գոնե մեկ ընդհանուր արմատ.

ա. x^2+ax+1 և x^2+x+a, բ. ax^2+2x+1 և $0{,}5x^2+2x+2a$,

գ. x^2-4x և ax^2+x, դ. ax^2+1 և x^2-2x:

20. Բազմանդամը վերլուծեք գծային արտադրիչների.

ա. x^2-1, բ. x^2-6x, գ. $0{,}1x^2-10x$, դ. $-x^2+4$:

21. Կարելի՞ է բազմանդամը ներկայացնել առաջին աստիճանի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով.

ա. x^2+1, բ. x^2+2x+2, գ. $-0{,}1x^2+9x+1$, դ. x^2+2x+1:

22. Բազմանդամը վերլուծեք գծային արտադրիչների.

ա. x^2-8x+7, բ. $2x^2-24x+40$, գ. $10x^2-25x+15$,

դ. $-x^2+2x-3$, ե. $2x^2-32x-34$, զ. $25x^2+10x-15$:

է. $x^2+x-2{,}25=0$, ը. $2x^2-0{,}1x-0{,}03=0$:

23. Կազմեք քառակուսային հավասարում, որի արմատներն են.

ա. 2 և 3, բ. 0 և 1, գ. 1/2 և 1/3, դ. 1 և –1,

ե. 0,1 և 0,2, զ. 0,2 և 0,4, է. 0,2 և 1,2, ը. 1/3 և 0,5:

24. Կազմեք ամբողջ գործակիցներով քառակուսային հավասարում, որի արմատներն են.

ա. 1/2 և 1/3, բ. 0,01 և 1/5, գ. –1/12 և 10/3, դ. 0,1 և –0,1:

25. Կարո՞ղ են բնական գործակիցներով քառակուսային եռանդամի արմատներ լինել հետևյալ թվերը.

ա. 0,1 և 0,2, բ. 1,2 և –1/7, գ. 2,1 և –1,1:

26. Կազմեք ամբողջ գործակիցներով քառակուսային հավասարում, որի արմատներից մեկն է.

ա. 0,1, բ. $1+\sqrt{2}$, գ. $1-3\sqrt{2}$:

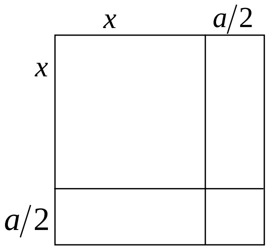
27. Կազմեք մեկ արմատ ունեցող քառակուսային հավասարում, որի արմատն է.

ա. 2, բ. –1/3, գ. $-3\sqrt{2}$:

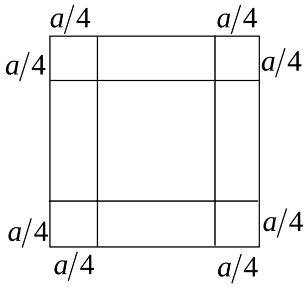
28. Ապացուցեք, որ եթե 1 -ը քառակուսային հավասարման արմատ է, ապա հավասարման գործակիցների գումարը հավասար է զրոյի:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

29. Լուծենք $x^2+ax=b$ հավասարումը երկրաչափորեն, որտեղ $a>0, b>0$:



Դիտարկենք քառակուսի, որի կողմը հավասար է $x+\frac{a}{2}$ (տե՛ս գծագիրը): Այդ քառակուսու մակերեսը կլինի՝ $\left(x+\frac{a}{2}\right)x+x\cdot\frac{a}{2}+\frac{a^2}{4}$ կամ $b+\frac{a^2}{4}$: Հետևապես՝ նրա կողմը կլինի $\sqrt{b+\frac{a^2}{4}}$: Բայց տրված քառակուսու կողմը $x+\frac{a}{2}$ է: Ուրեմն՝ $x+\frac{a}{2}=\sqrt{b+\frac{a^2}{4}}$ կամ $x=-\frac{a}{2}+\sqrt{b+\frac{a^2}{4}}$:



30. $x^2+ax=b$ հավասարման լուծման համար 9-րդ դարի մաթեմատիկոս Ալ-Խարեզմը օգտվում է հետևյալ գծագրից: Կարո՞ղ եք վերականգնել Ալ-Խարեզմի ապացուցումը:

31. Երկու թվերի գումարը 15 է, իսկ արտադրյալը՝ 44: Գտեք այդ թվերը:

32. 270 -ը վերլուծեք երկու այնպիսի արտադրիչների, որոնց գումարը հավասար լինի 33 -ի:

33. Ապրանքի գինը երկու անգամ նույն տոկոսով բարձրացրին: Արդյունքում նրա գինը բարձրացավ 44 տոկոսով: Քանի՞ տոկոսով բարձրացրին ապրանքի գինը յուրաքանչյուր անգամ:

34. Կտորի գինը իջեցված է այնքան տոկոսով, որքան դոլար արժեր կտորի մետրը իջեցումից առաջ: Քանի՞ տոկոսով է իջեցված կտորի գինը, եթե նրա մետրը սկսեցին վաճառել 16 դոլարով:

35. Պաղպաղակի գինը երկու անգամ նույն տոկոսով իջեցնելուց հետո 300 դրամից դարձավ 192 դրամ: Ամեն անգամ քանի՞ տոկոսով իջեցրին պաղպաղակի գինը:

36. Քաղաքի բնակչությունը յուրաքանչյուր տարում նույն տոկոսով աճելով՝ երկու տարում 20000 մարդուց դարձավ 22050 մարդ: Յուրաքանչյուր տարում քանի՞ տոկոսով էր ավելանում քաղաքի բնակչությունը:

37. Ուղղանկյունաձև հողամասը պետք է ցանկապատել: Գտեք ցանկապատի երկարությունը, եթե հողամասի երկարությունը մեծ է լայնությունից 10 մետրով, իսկ մակերեսը հավասար է 1200 քառ. մետրի:

38. Ուղղանկյան մի կողմը կազմում է մյուսի 75% -ը: Գտեք նրա պարագիծը, եթե մակերեսը հավասար է 48 քառ. մետրի:

39. Ֆուտբոլի առաջնությունում խաղացվել է 55 խաղ, ընդ որում յուրաքանչյուր թիմ խաղացել է մնացածներից յուրաքանչյուրի հետ մեկ խաղ: Քանի՞ թիմ է մասնակցել առաջնությանը:

40. Շախմատային մրցաշարում յուրաքանչյուր մասնակիցը խաղաց մնացածներից յուրաքանչյուրի հետ մեկ խաղ: Քանի՞ հոգի էին մասնակցում մրցաշարին, եթե ընդամենը խաղացվել է 231 խաղ:

41. Ո՞ր բազմանկյունն է, որի անկյունագծերի թիվը 12 -ով մեծ է նրա կողմերի թվից:

42. Լուսանկարը, որի չափսերն են՝ երկարությունը՝ 18 սմ, լայնությունը՝ 12 սմ, ունի հավասար լայնության շրջանակ: Որոշեք այդ շրջանակի լայնությունը, եթե նրա մակերեսը հավասար է նկարի մակերեսին:

43. Ուղղանկյունաձև ծաղկանոցը, որի կողմերն են 2 մ և 4 մ, շրջապատված է բոլոր կողմերում միատեսակ լայնություն ունեցող շավիղով: Որոշեք այդ շավիղի լայնությունը, եթե նրա մակերեսը 9 անգամ մեծ է ծաղկանոցի մակերեսից:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

44. Չինավուրց, 16-րդ դար: Թռչում էր սագերի երամը, երբ հանդիպեց մեկ սագ և ասաց. «Մենք հարյուր չենք. մենք էլի մեր չափ, մեր կեսի չափ, մեր քառորդի չափ ու մեկ էլ դու՝ կլինենք հարյուր»: Քանի՞ սագ կար երամում:

45. (Պատմական. Ալ-Կաշի, 15-րդ դար): Մեկ ամսվա (երեսուն օր) համար աշխատողին պետք է վճարեին տասը դինար և մեկ շոր: Բայց նա աշխատեց ընդամենը երեք օր և ստացավ միայն մեկ շոր: Ինչքա՞ն արժեր շորը:

46. (Լ.Ֆ. Մագնիցկու «Թվաբանություն» գրքից): Տերը ծառային պետք է մեկ տարվա համար վճարեր 12 ռուբլի և մեկ շոր: Բայց ծառան աշխատեց 7 ամիս և ստացավ 5 ռուբլի և մեկ շոր: Ի՞նչ արժեր շորը:

47. Քսան զինվորից և մեկ հրամանատարից կազմված դասակը պետք է անցներ գետը մի նավակով, որը պատկանում էր երկու տղաների: Տղաները ուզում էին տեղափոխել զինվորներին, սակայն նավակն այնքան փոքր էր, որ կարող էր տեղավորել միայն մեկ զինվորի կամ երկու տղաների: Երկար ժամանակ զինվորները գլուխ էին կոտրում ստեղծված վիճակից ելք գտնելու համար: Եվ երբ բոլոր հուսահատվել էին, հրամանատարը գտավ լուծումը: Ինչպե՞ս:

48. Կա՞ արդյոք սխալ.

ա. $x=2 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2 \Rightarrow x\in\{-2,2\}$,

բ. $x\in\{-1,1\} \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=1$:

49-51. Լուծեք հավասարումը.

49. ա. $x^2+2x=0$,բ. $x^2+2x=0$, գ. $x^2-4=0$, դ. $x^2+9=0$:

50. ա. $|x|-1=0$, բ. $x^2+|x|=0$, գ. $2x^2-|x|=0$, դ. $4|x|^2-9|x|=0$:

51. ա. $\sqrt{x}=1$, բ. $x+\sqrt{x}=0$,

գ. $2x+\sqrt{x+9}+8=0$, դ. $x+1-\sqrt{2x-3}=7-3x$:

52. Արդյո՞ք համարժեք են բանաձևերը.

ա. $1<x<3$ և $x\in(1,3)$, բ. $3<2x-1\le 9$ և $x\in(2,5]$,

գ. $1\not< x$ և $x\notin(-\infty,1)$, դ. $x\notin(2,4)$ և $x\in(-\infty,2]\cup[4,\infty)$:

53. Արդյո՞ք ճշմարիտ են բանաձևերը.

ա. $ab=0\Leftrightarrow a=0$, բ. $ab=0\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$, գ. $ab=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\b=0\end{array}\right.$,

դ. $ab\ne0\Leftrightarrow a\ne0$, ե. $ab\ne0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a\ne0\\b\ne0\end{array}\right.$, զ. $ab\ne0\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne0\\b\ne0\end{cases}$:

54. ա. $a\cdot b>0\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$, բ. $a\cdot b>0\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$ կամ $\begin{cases}a<0\\b<0\end{cases}$;

գ. $a\cdot b<0\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\b<0\end{cases}$, դ. $a\cdot b<0\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\b<0\end{cases}$ կամ $\begin{cases}a<0\\b>0\end{cases}$:

§2 ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

1. Քառակուսային եռանդամի նշանը: Քառակուսային հավասարումների լուծումները հնարավորություն են տալիս գտնելու փոփոխականի այն արժեքները, որոնց դեպքում քառակուսային եռանդամը դառնում է զրո կամ էլ ընդունում նախապես տրված թվային արժեքը: Որոշ խնդիրներում, սակայն, անհրաժեշտ է լինում փոփոխականի տվյալ թվային արժեքների համար գտնել ոչ թե քառակուսային եռանդամի արժեքը, այլ որոշել նրա նշանը: Պարզվում է, որ քառակուսային եռանդամի նշանը հիմնականում կապված է նրա տարբերիչի հետ:

Նախ դիտարկենք դրական տարբերիչով քառակուսային եռանդամները:

Դրական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանը

Դրական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի և նրա ավագ անդամի գործակցի նշանները՝

ա. նույնն են փոփոխականի այն արժեքների համար, որոնք ընկած են արմատներից դուրս,

բ. իրարից տարբեր են փոփոխականի այն արժեքների համար, որոնք ընկած են արմատների միջև:

Ապացուցում: Վերցնենք ax^2+bx+c եռանդամը: Դիցուք՝ նրա տարբերիչը դրական է և, ուրեմն, այն ունի երկու՝ x_1 և x_2 $(x_1<x_2)$ արմատները: Հետևաբար՝ եռանդամը կարող ենք ներկայացնել առաջին աստիճանի երկանդամների արտադրյալի տեսքով. $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$: Այս հավասարությունը հնարավորություն է տալիս եռանդամի նշանի փոխարեն դիտարկել $a(x-x_1)(x-x_2)$ արտադրյալի նշանը: Զանազանենք երկու դեպք.

ա. $x_1<x<x_2$: Այդ դեպքում՝ $x-x_1>0$, $x-x_2<0$ և $(x-x_1)(x-x_2)$ արտահայտությունը բացասական է: Հետևաբար՝ $a(x-x_1)(x-x_2)$ եռանդամը ընդունում է a գործակցի հետ հակառակ նշան ունեցող արժեք:

բ. $x<x_1$ կամ $x>x_2$: Այդ դեպքում.

1) եթե $x<x_1$, ապա նաև $x<x_2$: Հետևաբար՝ $x-x_1<0$ և $x-x_2<0$: Ուրեմն՝ $(x-x_1)(x-x_2)>0$:

2) Եթե $x>x_2$, ապա նաև $x>x_1$: Այստեղից կստանանք $x-x_2>0$ և $x-x_1>0$: Հետևաբար՝ $(x-x_1)(x-x_2)>0$:

Այսպիսով՝ երբ x փոփոխականը ընդունում է եռանդամի արմատներից դուրս ընկած արժեքներ, $(x-x_1)(x-x_2)$ արտադրյալը դրական է և, հետևաբար, $a(x-x_1)(x-x_2)$ եռանդամի նշանը համընկնում է a գործակցի նշանի հետ:

Ուսումնասիրենք բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանը:

Բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանը

Բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանը փոփոխականի բոլոր արժեքների համար համընկնում է նրա ավագ անդամի գործակցի նշանի հետ:

Ապացուցում: Դիտարկենք հետևյալ հավասարությունը.

$$a\left(ax^2+bx+c\right)=\left(ax+\frac{b}{2}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4}:$$

Քանի որ $b^2-4ac<0$, ապա հավասարության աջ մասը դրական է: Հետևաբար դրական է նաև նրա ձախ մասը: Վերջինս երկու արտադրիչների արտադրյալ է և՝ դրական: Դրանից հետևում է, որ այդ արտադրիչները ունեն նույն նշանը: Ուրեմն՝ քառակուսային եռանդամը և նրա ավագ անդամի գործակիցը ունեն նույն նշանը:

Զրո տարբերիչով քառակուսային եռանդամը ունի մեկ արմատ և փոփոխականի այդ արժեքի դեպքում ընդունում է զրո արժեքը: Իսկ ի՞նչ արժեքներ է ընդունում այն փոփոխականի մնացած արժեքների համար:

Զրո տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանը

Զրո տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանը համընկնում է նրա ավագ անդամի գործակցի նշանի հետ՝ փոփոխականի բոլոր արժեքների համար, բացառությամբ՝ քառակուսային եռանդամի արմատի:

Ապացուցում: Դիցուք՝ ունենք 0 տարբերիչով ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամը: Համաձայն 0 տարբերիչով եռանդամի արտադրիչների վերլուծման հատկության, ունենք՝

$$\left(ax^2+bx+c\right)=a(x-x_1)^2,$$

որտեղ x_1-ը եռանդամի միակ արմատն է: Այս հավասարության աջ մասի $(x-x_1)^2$ արտադրիչը x-ի բոլոր արժեքների դեպքում դրական է, բացառությամբ x_1 արժեքի, որի դեպքում այն դառնում է 0: Հետևաբար, բացի այս բացառիկ դեպքի, $a(x-x_1)^2$-ու, ուրեմն՝ նաև եռանդամի նշանը որոշվում է նրա ավագ անդամի a գործակցի նշանով:

2. ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ: Կիրառական խնդիրների լուծման մեջ կարևոր դեր ունեն քառակուսային անհավասարումները: Հասկանալի է, որ $<$ իմաստով յուրաքանչյուր քառակուսային անհավասարման երկու մասերը բազմապատկելով -1 –ով, կստանանք նրան համարժեք և $>$ իմաստով քառակուսային անհավասարում: Հետևապես՝ կարելի է սահմանափակվել միայն $ax^2-bx+c>0$ տեսքի անհավասարումների դիտարկմամբ:

$ax^2-bx+c>0$ քառակուսային անհավասարման լուծումը, երբ ax^2+bx+c եռանդամի տարբերիչը բացասական է

Եթե ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի տարբերիչը բացասական է, ապա $ax^2-bx+c>0$ անհավասարման համար.

ա. ցանկացած թիվ լուծում է, երբ $a>0$,

բ. լուծում գոյություն չունի, երբ $a<0$:

Ապացուցումը հետևում է բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանի հատկությունից:

Օրինակներ:

ա. $2x^2+x+1>0$: $2x^2+x+1$ քառակուսային եռանդամի տարբերիչը բացասական է, իսկ ավագ անդամի գործակիցը՝ դրական: Հետևապես՝ տրված անհավասարման լուծում է ցանկացած իրական թիվ:

բ. $-x^2+x+2>0$: $-x^2+x+2$ քառակուսային եռանդամի տարբերիչը և ավագ անդամի գործակիցը բացասական են: Հետևապես՝ տրված անհավասարումը լուծում չունի:

$ax^2-bx+c>0$ քառակուսային անհավասարման լուծումը, երբ ax^2+bx+c եռանդամի տարբերիչը դրական է

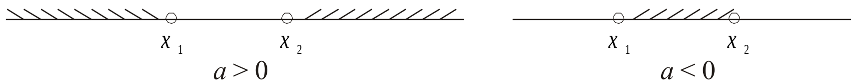
Եթե ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի տարբերիչը դրական է և արմատներն են x_1 և x_2, որտեղ $x_1<x_2$, ապա $ax^2-bx+c>0$ անհավասարման լուծումների բազմությունն է.

ա. $a>0$ դեպքում՝ $(-\infty,x_1)\cup(x_2,\infty)$,

բ. $a<0$ դեպքում՝ (x_1,x_2):

Ապացուցումը հետևում է դրական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանի հատկությունից:

Լուծումները պատկերենք թվային ուղղի վրա.



Օրինակներ:

ա. $2x^2+5x-3>0$: $2x^2+5x-3$ քառակուսային եռանդամի տարբերիչը և ավագ անդամի գործակիցը դրական են, արմատներն են -3 և $1/2$: Հետևապես՝ տրված անհավասարման լուծումների բազմությունն է $(-\infty,-3)\cup((1/2,\infty)$:

բ. $-3x^2-2x+1>0$: $-3x^2-2x+1$ քառակուսային եռանդամի տարբերիչը դրական է, ավագ անդամի գործակիցը՝ բացասական, արմատներն են –1 և 1/3: Հետևապես՝ տրված անհավասարման լուծումների բազմությունն է $(-1,\ 1/3)$:

$ax^2-bx+c>0$ քառակուսային անհավասարման լուծումը, երբ ax^2-bx+c եռանդամի տարբերիչը զրո է

Եթե ax^2-bx+c քառակուսային եռանդամի տարբերիչը զրո է, և արմատն է x_1 -ը, ապա $ax^2-bx+c>0$ անհավասարման լուծումների բազմությունն է.

ա. $a>0$ դեպքում՝ $(-\infty,x_1)\cup(x_1,\infty)$,

բ. $a<0$ դեպքում՝ $\varnothing$:

Ապացուցումը հետևում է զրո տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանի հատկությունից:

Օրինակներ:

ա. $4x^2-12x+9>0$: $4x^2-12x+9$ քառակուսային եռանդամի տարբերիչը զրո է, արմատը՝ 3/2: Հետևապես՝ անհավասարման լուծումների բազմությունն է $(-\infty,3/2)\cup(3/2,\infty)$:

բ. $-x^2+2x-1>0$: $-x^2+2x-1$ քառակուսային եռանդամի տարբերիչը զրո է, ավագ անդամի գործակիցը՝ բացասական: Հետևապես՝ տրված անհավասարումը լուծում չունի:

3. Քառակուսային ոչ խիստ անհավասարումներ: Ինչպես քառակուսային անհավասարումների լուծման ընթացքում, քառակուսային ոչ խիստ անհավասարումների համար էլ կարելի է սահմանափակվել միայն մեկ (օրինակ՝ $ax^2+bx+c\geq 0$) իմաստով անհավասարումների դիտարկմամբ: ($\leq$ իմաստով յուրաքանչյուր քառակուսային ոչ խիստ անհավասարման երկու մասերը բազմապատկելով –1 –ով, կստանանք նրան համարժեք և $\geq$ իմաստով քառակուսային ոչ խիստ անհավասարում):

$ax^2+bx+c\geq 0$ քառակուսային անհավասարման լուծումը, երբ ax^2+bx+c եռանդամի տարբերիչը բացասական է

Եթե ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի տարբերիչը բացասական է, ապա $ax^2+bx+c\geq 0$ անհավասարման համար.

ա. ցանկացած թիվ լուծում է, երբ $a>0$,

բ. լուծում գոյություն չունի, երբ $a<0$:

Ապացուցումը հետևում է բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանի հատկությունից:

Օրինակ:

$3x^2+2x+4\ge 0$: $3x^2+2x+4$ քառակուսային եռանդամի տարբերիչը բացասական է, իսկ ավագ անդամի գործակիցը՝ դրական: Հետևապես՝ տրված անհավասարման լուծում է ցանկացած իրական թիվ:

$ax^2+bx+c\ge 0$ *քառակուսային անհավասարման լուծումը, երբ ax^2+bx+c եռանդամի տարբերիչը դրական է*

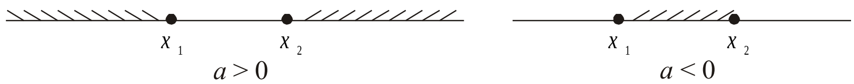
Եթե ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի տարբերիչը դրական է, և արմատներն են x_1 և x_2, որտեղ $x_1<x_2$, ապա $ax^2+bx+c\ge 0$ անհավասարման լուծումների բազմությունն է.

ա. $a>0$ դեպքում՝ $(-\infty,x_1]\cup[x_2,\infty)$,

բ. $a<0$ դեպքում՝ $[x_1,x_2]$:

Ապացուցումը հետևում է դրական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանի հատկությունից:

Այդ դեպքը պատկերենք թվային ուղղի վրա



Օրինակներ:

ա. $0{,}2x^2-4{,}1x+2\ge 0$: $0{,}2x^2-4{,}1x+2$ քառակուսային եռանդամի տարբերիչը և ավագ անդամի գործակիցը դրական են, արմատներն են 1/2 և 20: Հետևապես՝ տրված անհավասարման լուծումների բազմությունն է $(-\infty,1/2]\cup[20,\infty)$:

բ. $-0{,}8x^2+9{,}6x+36\ge 0$: $-0{,}8x^2+9{,}6x+36$ քառակուսային եռանդամի տարբերիչը դրական է, ավագ անդամի գործակիցը՝ բացասական, արմատներն են -3 և 15: Հետևապես՝ տրված անհավասարման լուծումների բազմությունն է [–3, 15]:

$ax^2+bx+c\ge 0$ *քառակուսային անհավասարման լուծումը, երբ ax^2+bx+c եռանդամի տարբերիչը զրո է*

Եթե ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի տարբերիչը զրո է, արմատը՝ x_1, ապա $ax^2+bx+c\ge 0$ անհավասարման լուծումների բազմությունն է.

ա. $a > 0$ դեպքում՝ իրական թվերի բազմությունը,

բ. $a < 0$ դեպքում՝ $\{x_1\}$:

Ապացուցումը հետևում է զրո տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանի հատկությունից:

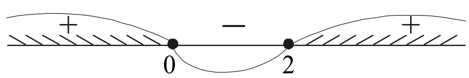
Օրինակներ:

ա. $-0{,}04x^2+2x-25 \geq 0$: $4x^2-12x+25$ քառակուսային եռանդամի տարբերիչը զրո է, արմատը՝ 3/2: Հետևապես՝ անհավասարման լուծումների բազմությունն է $(-\infty,\infty)$:

բ. $-0{,}04x^2+2x-25 \geq 0$: $-0{,}04x^2+2x-4$ քառակուսային եռանդամի տարբերիչը զրո է, ավագ անդամի գործակիցը՝ բացասական, արմատը՝ 2: Ուրեմն՝ տրված անհավասարման լուծումն է $x = 2$:

Անհավասարումը լուծելիս հաճախ հարմար է օգտվել միջակայքերի եղանակից: Օրինակ՝ լուծենք $6x+4 \leq (x+2)^2$ ոչ խիստ անհավասարումը:

Պարզ ձևափոխություններից հետո ստանում ենք, $x^2-2x \geq 0$ անհավասարումը: x^2-2x քառակուսային եռանդամի տարբերիչը և ավագ անդամի գործակիցը դրական են, արմատներն են 0 և 2: Թվային ուղղի վրա նշենք արմատները և եռանդամի նշանը յուրաքանչյուրը միջակայքում.



$a > 0$

Անհավասարմանը բավարարում են $(-\infty,0]$ և $[2,\infty)$ միջակայքերը, հետևաբար՝ անհավասարման լուծումն է $x \in (-\infty,0] \cup [2;\infty)$:

Նկատենք, որ հենց նույն լուծումը կստանանք, եթե օգտվենք դրական տարբերիչով քառակուսային անհավասարման՝ վերը նշված եղանակից:

ՀԱՍԿԱՑԵ՞Լ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Ինչպիսի՞ն է դրական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանը անհայտի այն արժեքների համար, որոնք ընկած են.

ա. եռանդամի արմատների միջև, բ. եռանդամի արմատներից դուրս:

2. Ապացուցեք դրական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանի հատկությունը:

3. Գտեք եռանդամի արմատները, վերցրեք նրա արմատներից դուրս և արմատների

միջև ընկած թվեր և որոշեք եռանդամի արժեքները այդ թվերի համար: Արդյունքը համադրեք դրական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանի հատկության հետ.

ա. x^2+5x-6, բ. $3x^2-8x-3$,

գ. $-x^2-10x+24$, դ. $-8x^2+2x+7$:

4. Ձևակերպեք բացասական տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանի հատկությունը:

5. Ապացուցեք, որ բացասական տարբերիչով և ավագ անդամի դրական գործակցով քառակուսային եռանդամի նշանը փոփոխականի բոլոր արժեքների դեպքում դրական է:

6. Ապացուցեք, որ բացասական տարբերիչով և ավագ անդամի բացասական գործակցով քառակուսային եռանդամի նշանը փոփոխականի բոլոր արժեքների դեպքում բացասական է:

7. Ձևակերպեք զրո տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանի հատկությունը:

8. Ապացուցեք զրո տարբերիչով քառակուսային եռանդամի նշանի հատկությունը:

9. Ո՞ր անհավասարումներն են կոչվում քառակուսային անհավասարումներ:

10. Որո՞նք են $ax^2+bx+c>0$ տեսքի քառակուսային անհավասարման լուծումները, երբ ax^2+bx+c եռանդամի տարբերիչը.

ա. բացսական է, բ. դրական է, գ. զրո է:

11. $ax^2+bx+c>0$ անհավասարման լուծումները, երբ ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի տարբերիչը դրական է, պատկերեք թվային ուղղի վրա:

12. $ax^2+bx+c<0$ քառակուսային անհավասարման լուծումները պատկերեք թվային ուղղի վրա, եթե ax^2+bx+c եռանդամի տարբերիչը դրական է:

13. Ինչպիսի՞ տեսք ունեն քառակուսային ոչ խիստ անահավասարումները:

14. Որո՞նք են $ax^2+bx+c\geq 0$ տեսքի քառակուսային ոչ խիստ անհավասարման լուծումները, երբ ax^2+bx+c եռանդամի տարբերիչը.

ա. բացսական է, բ. դրական է, գ. զրո է:

15. $ax^2+bx+c\geq 0$ քառակուսային անհավասարման լուծումները պատկերեք թվային ուղղի վրա, եթե ax^2+bx+c եռանդամի տարբերիչը դրական է:

16. Ապացուցեք $ax^2+bx+c\geq 0$ քառակուսային անհավասարման լուծման հատկությունը:

17. Լուծեք $ax^2+bx+c\geq 0$ քառակուսային անհավասարումը, երբ ax^2+bx+c եռանդամի տարբերիչը բացասական չէ, ընդ որում՝ այդ եռանդամը վերլուծեք արտադրիչների և օգտվեք միջակայքերի եղանակից:

18. $ax^2+bx+c\leq 0$ քառակուսային անհավասարման լուծումները պատկերեք թվային ուղղի վրա:

19. Լուծեք $ax^2+bx+c\leq 0$ քառակուսային անհավասարումը, երբ ax^2+bx+c եռանդամի տարբերիչը բացասական չէ, ընդ որում՝ այդ եռանդամը վերլուծեք արտադրիչների և օգտվեք միջակայքերի եղանակից:

55. Որոշեք եռանդամի նշանը՝ կախված փոփոխականի արժեքներից.

ա. x^2, բ. $-x^2$, գ. $2x^2$, դ. $-3x^2$,

ե. $3x^2+1$, զ. $3x^2-1$, է. $3x^2+4$, ը. $-6x^2+2$:

56. Որոշեք եռանդամի նշանը՝ կախված փոփոխականի արժեքներից.

ա. x^2+2x-3, բ. $2x^2-5x-3$, գ. $-x^2-3x+10$,

դ. $-4x^2+3x+370$, ե. $x^2-0{,}1x-99$, զ. $13x^2-5x-42$,

է. $-x^2-5x+50$, ը. $-6x^2-2x+60$:

57. Գտեք x-ի այնպիսի արժեք, որի դեպքում եռանդամը ընդունի դրական արժեք.

ա. x^2+2x, բ. $45x^2-15x+21$,

գ. $-x^2+10$, դ. $-3x^2+0{,}6x-1$:

58. Գտեք x -ի մի այնպիսի արժեք, որի համար փոփոխականը ընդունի բացասական արժեք.

ա. x^2+2x+6, բ. $4x^2-15x+25$,

գ. $-x^2+3x-10$, դ. $-2x^2+0{,}1x-1$:

59. Ինչպիսի՞ նշան կարող է ընդունել եռանդամը.

ա. $x^2+0{,}2x+3$, բ. $0{,}1x^2-1{,}5x+10$,

գ. $-x^2+1{,}3x-1$, դ. $-1{,}1x^2+0{,}2x-2$:

60. a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում քառակուսային եռանդամը ընդունում է միայն դրական արժեքներ՝ փոփոխականի բոլոր արժեքների դեպքում.

ա. x^2+2x+a, բ. ax^2+2x-2,

գ. ax^2-4x+2, դ. $(a+2)x^2+2ax+a$:

61. a-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում քառակուսային եռանդամը ընդունում է միայն բացասական արժեքներ՝ փոփոխականի բոլոր արժեքների դեպքում.

ա. ax^2-2x-1, բ. $-ax^2-x-2$,

գ. $-x^2+3x+a$, դ. $(a-1)x^2+2ax+a-2$:

62. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x^2>0$, բ. $x^2<0$, գ. $3x^2>0$, դ. $-4x^2<0$,

ե. $x^2<1$, զ. $x^2>4$, է. $2x^2-32>0$, ը. $-4x^2+3x+3<0$:

63. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x(x-1)>0$, բ. $(x+1)(x-1)<0$, գ. $x^2-3x>0$,

դ. $4x+x^2<0$, ե. $2x(1-3x)<0$, զ. $-3x(2-0{,}1x)>0$,

է. $0{,}1x(1-0{,}2x)<0$, ը. $-2(2-0{,}2x)(1-5x)>0$։

64. Որոշեք եռանդամի նշանը.

ա. $4x^2+12x+9$, բ. $9x^2-12x+4$, գ. $0{,}01x^2+0{,}4x+4$,

դ. $0{,}09x^2-0{,}6x+1$, ե. $-25x^2-10x-1$, զ. $40x-25-16x^2$,

է. $0{,}12x-0{,}04x^2-0{,}09$, ը. $-25+4x-0{,}16x^2$։

65. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x^2+7x-8>0$, բ. $6x^2-10x-16<0$, գ. $2x^2-11x+9>0$,

դ. $7x^2+2x-24<0$, ե. $-3x^2+10x+32>0$, զ. $-11x^2+3x+8<0$,

է. $2x^2-11x+14>0$, ը. $-0{,}2x^2-10x<0$։

66. Գտեք անհավասարման ամբողջ լուծումները.

ա. $x^2<4$, բ. $x^2-7x<0$, գ. $(x-3)(x-10)<0$,

դ. $x^2-3x-10<0$, ե. $x^2-x-3<0$, զ. $x^2-11x+10<0$։

67. Գտեք անհավասարման բնական լուծումները.

ա. $x^2-5<0$, բ. $x^2-20<0$, գ. $x(x-7)<0$,

դ. $x^2-x-12<0$, ե. $x^2-x-90<0$, զ. $x^2-4{,}2x+3{,}41<0$։

68. Գտեք անհավասարման ամենամեծ բացասական և ամենափոքր դրական ամբողջ լուծումները.

ա. $x^2-81<0$, բ. $x^2-49>0$, գ. $x^2-x-12<0$,

դ. $x^2-11x+30>0$, ե. $x^2+x-1<0$, զ. $x^2+2x-2>0$։

69. a-ի ինչպիսի՞ արժեքների դեպքում հետևյալ անհավասարումները տեղի ունեն փոփոխականի բոլոր արժեքների դեպքում.

ա. $x^2+2x+a>0$, բ. $x^2+6x+(a-1)(5a-1)>0$,

գ. $x^2-5x-a>0$, դ. $x^2+2x+a>10$։

70. b-ի ինչպիսի՞ արժեքների դեպքում հետևյալ քառակուսային եռանդամները դառնում են լրիվ քառակուսիներ.

ա. $(4b-3)x^2-3(b+1)x+3(b+1)$, բ. $(6b-5)x^2-5(b-1)x+2b-6$,

գ. $(b-1)x^2+2bx+3b-2$, դ. $3(b+6)x^2-3(b+3)x+2b-3$։

71. Գտեք a-ի բոլոր այն արժեքները, որոնց դեպքում քառակուսային հավասարումն

ունի երկու տարբեր արմատներ.

ա. $x^2+2ax+4=0$, բ. $3x^2+(a+1)x+a^2+1=0$,

գ. $x^2-(a-2)x-2a-2=0$, դ. $2x^2+ax+a-3=0$:

72. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x^2\ge 0$, բ. $x^2\le 0$, գ. $5x^2\ge 0$, դ. $-6x^2\ge 0$,

ե. $x^2\le 9$, զ. $x^2\ge 25$, է. $4x^2-16\le 0$, ը. $18-2x^2\le 0$:

73. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x(x+2)\ge 0$, բ. $(x+2)(x-2)\ge 0$, գ. $0{,}5x-2x^2\le 0$,

դ. $0{,}5x-2x^2\ge 0$, ե. $0{,}1x-0{,}01x^2\le 0$, զ. $0{,}01-10x^2\ge 0$,

է. $0{,}3x+3x^2\le 0$, ը. $0{,}5x^2+25x\ge 0$:

74. Լուծեք համախումբը.

ա. $2x^2-3x\ge 0$, բ. $-4x^2+3x\le 0$,

գ. $2x^2-7x\le 0$, դ. $-4x^2+3x\ge 0$:

75. Լուծեք քառակուսային ոչ խիստ անհավասարումը և լուծումները պատկերեք թվային ուղղի վրա.

ա. $x^2\ge 4$, բ. $x^2\ge -1$, գ. $x^2\le -4$, դ. $x^2\le x$,

ե. $-4x^2+8\le 0$, զ. $x^2+1\le 0$, է. $-4x^2+4\ge 0$, ը. $-5x^2+10\ge 0$:

76. Լուծեք քառակուսային ոչ խիստ անհավասարումները.

ա. $x^2-4x+3\le 0$, բ. $-x^2-3x+10\ge 0$,

գ. $2x^2-2x-60\ge 0$, դ. $-x^2+4x+5\le 0$:

77. Լուծեք քառակուսային ոչ խիստ անհավասարումը և լուծումները պատկերեք թվային ուղղի վրա:

ա. $x^2-4x+4\le 0$, բ. $-x^2+10x-25\ge 0$,

գ. $2x^2-12x+18\ge 0$, դ. $-x^2+8x-16\le 0$:

78. Գտեք ոչ խիստ անհավասարման լուծումների բազմությունը.

ա. $x^2-4x+6\le 0$, բ. $-x^2-3x-9\ge 0$,

գ. $2x^2-2x+5\ge 0$, դ. $-x^2+4x-5\le 0$:

79. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $x^2+11x-8\ge -40+6x$, բ. $2x-3x^2+4\ge 10$,

գ. $x^2-8x-8\le -12-2x$, դ. $11+2x\le x^2+9$,

ե. $-3x^2+x-14\le -10-x$, զ. $0{,}25x^2+2x\le 10x+36$:

80. a-ի ինչպիսի՞ արժեքների դեպքում հետևյալ ոչ խիստ անհավասարումների լուծումներ են բոլոր իրական թվերը.

ա. $x^2+4x+a\geq 0$, բ. $x^2+2x+a\geq 10$,

գ. $x^2-8x-a\geq 0$, դ. $x^2+2x+a\geq 10$:

81. Գտեք ոչ խիստ անհավասարման ամբողջ լուծումները.

ա. $x^2\leq 121$, բ. $x^2-10x\leq 0$, գ. $(x-1)(x+2)\leq 0$,

դ. $x^2-8x+12\leq 0$, ե. $x^2+4x-1\leq 0$, զ. $x^2-4x+3{,}1\leq 0$:

82. Գտեք ոչ խիստ անհավասարման բնական լուծումները.

ա. $x^2-144\leq 0$, բ. $x^2-11{,}5x\leq 0$, գ. $(x-2{,}5)(x+1{,}5)\leq 0$,

դ. $x^2-1{,}21\leq 0$, ե. $x^2-\frac{25}{4}x+\frac{63}{8}\leq 0$, զ. $x^2-10x-1\leq 0$:

83. Գտեք ոչ խիստ անհավասարման ամենամեծ բացասական և ամենափոքր դրական ամբողջ լուծումները.

ա. $x^2-624\leq 0$, բ. $x^2-6\geq 0$, գ. $x^2+2{,}5x\geq 0$,

դ. $x^2-16{,}5x\leq 0$, ե. $x^2+x-6\geq 0$, գ. $x^2-9x+14\leq 0$:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

84. Շախմատային առաջնությունում խաղացվել է 55 պարտիայից ոչ ավելի: Քանի՞ հոգի են մասնակցել առաջնությանը, եթե յուրաքանչյուր մասնակից մնացածների հետ խաղացել է մեկ պարտիա, և մասնակիցների թիվը 11 -ից ավելի է եղել:

85. Ուղղանկյունաձև դահլիճում շարքերի թիվը մեկով ավելի էր յուրաքանչյուր շարքի տեղերի թվից: Որքա՞ն էր դահլիճի շարքերի թիվը, եթե տեղերի ընդհանուր թիվը 250-ից պակաս էր:

86. Շախմատի առաջնությունում խաղացվել է 55 պարտիայից ավելի և 78 պարտիայից պակաս: Քանի՞ հոգի է մասնակցել առաջնությանը, եթե յուրաքանչյուր մասնակից մնացածներից յուրաքանչյուրի հետ խաղացել է մեկ պարտիա:

87. Ուղղանկյունաձև դահլիճի շարքերի թիվը չորսով ավելի էր յուրաքանչյուր շարքում եղած տեղերի թվից: Որքա՞ն էր դահլիճում տեղերի ընդհանուր թիվը, եթե այն 437 -ից ավելի էր և 525 -ից` պակաս:

88. Ուղղանկյունաձև դահլիճի շարքերի թիվը իննով ավելի է յուրաքանչյուր շարքում եղած տեղերի թվից: Որքա՞ն է դահլիճում տեղերի ընդհանուր թիվը, եթե այն 1200 -ից ավելի է և 1300 -ից` պակաս:

89. Գյուղացին մի որոշ ժամանակում պետք է հներ 8 հա: Եթե նա հներ օրական 15 հա ավելի, ապա աշխատանքը կվերջացներ առնվազն 12 օր շուտ: Իսկ եթե հնածեր օրական 5 հա պակաս, ապա կվերջացներ այն առնվազն 8 օր ուշ: Քանի՞ օրում կատարեց աշխատանքը գյուղացին:

90. Ուղղանկյունաձև դահլիճն ուներ 44 շարք: Երբ նրա շարքերի թիվը պակասեցրին

այնքանով, ինչքան յուրաքանչյուր շարքում տեղերի թիվն էր, դահլիճի տեղերի ընդհանուր թիվը դարձավ 483 -ից պակաս: Սկզբում քանի՞ տեղ կար դահլիճում:

91. Ուղղանկյունաձև դահլիճն ուներ 40 շարք: Երբ նրա շարքերի թիվը պակասեցրին այնքանով, ինչքան յուրաքանչյուր շարքում տեղերի թիվն էր, յուրաքանչյուր շարքում էլ տեղերի թիվը պակասեցրին 2 -ով, դահլիճի տեղերի ընդհանուր թիվը մնաց 360 -ից ավելի: Սկզբում քանի՞ տեղ կար դահլիճում:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

92. Ճարտարապետության մեջ լայնորեն կիրառվում է *ոսկե հատումը* կամ ոսկե համամասնությունը: Պարզվում է, որ երբ երկրաչափական պատկերի չափերը գտնվում են ոսկե համամասնության մեջ, ապա այն աչքի է ընկնում իր ներդաշնակությամբ և գեղեցկությամբ: Իսկ ո՞րն է ոսկե համամասնությունը: Կետը բաժանում է հատվածը ոսկե համամասնությամբ երկու մասերի, եթե ողջ հատվածի և մասերից մեծի հարաբերությունը նույնքան է, ինչքան որ այդ մասերի հարաբերությունն է:

ա. Ինչի՞ է հավասար ոսկե համամասնությունը:

բ. Ցույց տվեք, որ եթե ոսկե համամասնությամբ կողմեր ունեցող ուղղանկյունուց առանձնացնենք քառակուսի, ապա մնացած ուղղանկյունը դարձյալ կունենա ոսկե համամասնություն կազմող կողմեր:

գ. Հայկական ճարտարապետության մեջ գտեք ոսկե հատման կիրառման օրինակներ:

93. Վաճառականը հանդիպեց անապատով անցնող երկու ճամփորդների և նրանցից ջուր խնդրեց: Ճամփորդներից մեկի մոտ կար $1{,}5$ լիտր, իսկ մյուսի մոտ՝ 1 լիտր ջուր, և նրանք հավասարապես բաժանեցին ջուրը երեքի միջև: Երախտապարտ վաճառականը ճամփորդներին տվեց 36 դինար: Ինչքա՞ն կտայիք այդ գումարից ճամփորդներից յուրաքանչյուրին:

94. Նշեք սխալ քայլերը.

ա. $x^2 < 4 \Rightarrow x < \pm 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x < 2 \\ x < -2 \end{array}\right. \Rightarrow x < 2$,

բ. $x^2 \geq 9 \Rightarrow x \geq \pm 3 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x > -3 \end{array}\right. \Rightarrow x > -3$:

ԿՐԿՆՈՒԹՅՈՒՆ

95. 100 -ը ի՞նչ թվի վրա պետք է բաժանել, որպեսզի քանորդում ստացվի 2, իսկ մնացորդը 2 -ից մեծ լինի, 6 -ից՝ փոքր:

96. Գտեք այն թիվը, որի վրա 120 -ը բաժանելուց մնացորդում ստացվում է 1, և քանորդը 17 -ից փոքր չէ, իսկ 130 -ը բաժանելուց՝ մնացորդում ստացվում է 4, և քանորդը 18 -ից մեծ չէ:

97. Ձևակերպեք Վիետի թեորեմը:

98. $x^2 + 2x + p$ եռանդամի արմատներից մեկը 5 -ն է: Գտեք մյուս արմատը:

§3 ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ԵՌԱՆԴԱՄԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

1. Կապը գործակիցների և արմատների միջև: Մենք արդեն գիտենք, որ գոյություն ունի հետաքրքիր ու կարևոր կապ ավագ անդամի 1 գործակցով քառակուսային եռանդամի արմատների և գործակիցների միջև. համաձայն Վիետի թեորեմի այդպիսի եռանդամի արմատների գումարը հավասար է նրա միջին անդամի գործակցին՝ հակառակ նշանով, իսկ արմատների արտադրյալը հավասար է եռանդամի ազատ անդամին:

Եթե $ax^2 + bx + c = 0$ քառակուսային հավասարումը բերված տեսքի չէ, ապա նրա երկու մասերը բաժանելով a -ի վրա $(a \neq 0)$, կստանանք տրված հավասարմանը համարժեք, բայց բերված տեսքի

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

քառակուսային հավասարումը: Վերջինիս նկատմամբ կիրառելով Վիետի թեորեմը, կստանանք հետևյալ հատկությունը:

Քառակուսային հավասարման արմատների հատկությունը

Եթե $ax^2 + bx + c = 0$ քառակուսային հավասարումն ունի x_1 և x_2 արմատներ, ապա

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}:$$

2. Քառակուսային եռանդամի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները: Քառակուսային եռանդամների ուսումնասիրության մեջ կարևոր է լուծել նրա մեծագույն և փոքրագույն արժեքները գտնելու խնդիրը:

Քառակուսային եռանդամի մեծագույն արժեքը

Եթե $a > 0$, ապա $ax^2 + bx + c$ քառակուսային եռանդամը մեծագույն արժեք չունի, իսկ եթե $a < 0$, ապա եռանդամը ունի մեծագույն արժեք. այն ստացվում է, երբ x փոփոխականը ընդունում է $-b/2a$ արժեքը:

Ապացուցում: Իսկապես, եթե $a > 0$, ապա կամայական d թվի համար $ax^2 + bx + c > d$ կամ նրա համարժեք $ax^2 + bx + c - d > 0$ անհավասարումը՝ համաձայն > իմաստով անհավասարման լուծման հատկության, ունի լուծում: Իսկ դա նշանակում է, որ $ax^2 + bx + c$ քառակուսային եռանդամը ընդունում է ցանկացած թվից մեծ արժեքներ: Հետևաբար՝ այն մեծագույն արժեք չունի:

Այժմ ենթադրենք, թե $a < 0$: Առանձնացնենք եռանդամից լրիվ քառակուսին.

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}:$$

Այս հավասարության աջ մասում գրված հանրահաշվական գումարի երկու գումարելիներից երկրորդը՝ $(b^2-4ac)/4a$ -ն, կախված չէ x -ից, այսինքն՝ հաստատուն է: Հետևաբար գումարը կընդունի ամենամեծ արժեքը, եթե ամենամեծ արժեքն ընդունի առաջին գումարելին: Քանի որ $a<0$ և $(x+b/2a)^2\geq 0$, ապա $a(x+b/2a)^2\leq 0$: Հետևաբար՝ $a(x+b/2a)^2$ արտահայտության ամենամեծ արժեքը 0 -ն է: Իսկ այդ արտահայտությունը 0 արժեք կընդունի, երբ $x=-b/2a$:

Նման եղանակով մենք կարող ենք ապացուցել նաև հետևյալ հատկությունը:

Քառակուսային եռանդամի փոքրագույն արժեքը

Եթե $a<0$, ապա ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամը փոքրագույն արժեք չունի, իսկ եթե $a>0$ ապա եռանդամը ունի փոքրագույն արժեք. այն ստացվում է, երբ x փոփոխականը ընդունում է $-b/2a$ արժեքը:

Քառակուսային եռանդամի մեծագույն և փոքրագույն արժեքների մասին հատկություններից հետևում է, որ ax^2+bx+c եռանդամը.

ա. $a>0$ դեպքում ունի փոքրագույն արժեք, բայց չունի մեծագույն արժեք,

բ. $a<0$ դեպքում ունի մեծագույն արժեք, բայց չունի փոքրագույն արժեք:

Օրինակներ.

ա. $2x^2+3x-5$ քառակուսային եռանդամի ավագ անդամի գործակիցը մեծ է 0 -ից: Հետևաբար՝ այն մեծագույն արժեք չունի, իսկ փոքրագույն արժեք կստանա, երբ $x=-3/4$:

բ. $-4x^2+6x-1$ քառակուսային եռանդամի ավագ անդամի գործակիցը փոքր է 0 -ից: Հետևաբար՝ այն փոքրագույն արժեք չունի, իսկ մեծագույն արժեք կստանա, երբ $x=6/8$: Եռանդամի մեծության արժեքը գտնելու համար նրա մեջ կտեղադրենք x փոփոխականի 6/8 արժեքը և կստանանք 5/4:

3. Քառակուսային անհավասարությունների ստացում: Հետևյալ խնդրի լուծման առջև կարող է կանգնել ձեզանից յուրաքանչյուրը: Արմանի հայրը ուզում էր տուն կառուցել: Նրա ունեցած շինանյութը բավական էր 40 մ ընդհանուր երկարությամբ ուղղանկյունաձև պատեր կառուցելու համար: Ուղղանկյունաձև շինության կողմերի ինչպիսի՞ չափսերի դեպքում նա կկարողանար ստանալ տան ամենամեծ մակերեսը:

Լուծումը	***Փաստարկները***
x	ուղղանկյունաձև տան կողմի երկարությունը
$20-x$	տան մյուս կողմի երկարությունը
$x(20-x)$	ուղղանկյունաձև տան մակերեսը
$=-x^2+20x$	գործողությունների կատարումը

Այսպիսով՝ ուղղանկյունաձև տան մակերեսը՝ նրա կողմի x երկարության դեպքում հավասար կլինի $-x^2+20x$ քառակուսային եռանդամի արժեքին: Հետևաբար՝ տան մակերեսը կլինի ամենամեծը, եթե ամենամեծը լինի $-x^2+20x$ քառակուսային եռանդամի արժեքը: Իսկ քառակուսային եռանդամը ամենամեծ արժեքն է ընդունում, եթե $x=-b/2a$: Մեր օրինակում՝ $x=-20/(-2)$ կամ՝ $x=10$:

Դուք հեշտությամբ կհամոզվեք, որ կողմի 10մ երկարություն և 40մ պարագիծ ունեցող ուղղանկյունը քառակուսի է: Այսինքն՝ տրված պարագծով ուղղանկյունաձև տան ամենամեծ մակերեսը ստանալու համար պետք է կառուցել քառակուսաձև տուն: Իսկ եթե տան չափսերը փոխենք, ապա արդյո՞ք նույնպիսի արդյունք չենք ստանա, կհարցնեք դուք: Այս հարցին դրական պատասխան է տալիս հետևյալ հատկությունը:

Արտադրյալի մեծագույն արժեքը

Հաստատուն գումարն ունեցող երկու դրական թվերի արտադրյալը ամենամեծ արժեքն է ընդունում, երբ գումարելիները իրար հավասար են: Այսինքն՝ եթե x և y դրական թվերի համար տեղի ունի $x+y=a$ հավասարությունը, որտեղ a-ն հաստատուն է, ապա xy արտադրյալը կլինի ամենամեծը, եթե $x=y$:

Ապացուցում: Եթե $x+y=a$, ապա $y=a-x$ և $xy=-x^2+ax$:

Ստացված $-x^2+ax$ քառակուսային եռանդամը, համաձայն քառակուսային եռանդամի մեծագույն արժեքի հատկության, կընդունի ամենամեծ արժեքը, եթե $x=-a/(-2)$ կամ՝ $x=a/2$: Այդ դեպքում $y=a-x=a/2$: Հետևապես՝ $x=y$:

Կարևոր կիրառություններ ունի նաև հետևյալ հատկությունը:

Կամայական x, y իրական թվերի համար

$$xy\le\left(\frac{x+y}{2}\right)^2:$$

Ապացուցում: Իսկապես.

$$0 \le (x-y)^2 \Leftrightarrow 0 \le x^2-2xy+y^2 \Leftrightarrow 4xy \le x^2+2xy+y^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow xy \le \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 :$$

ՀԱՄԱՌՈՏ ԴԱՍԻ ԿԱՐԳԱՎՈՐՈՒՄ

1. Ձևակերպեք Վիետի թեորեմը:
2. Ապացուցեք Վիետի թեորեմը:
3. Ձրակերպեք քառակուսային հավասարման արմատների հատկությունը:
4. Ապացուցեք քառակուսային հավասարման արմատների հատկությունը:
5. Հիմնավորեք քառակուսային հավասարման արմատների հատկության ապացուցումը:
6. Ձևակերպեք Վիետի հակադարձ թեորեմը:
7. Ապացուցեք Վիետի հակադարձ թեորեմը:
8. Հիմնավորեք Վիետի հակադարձ թեորեմի ապացուցումը:
9. Ձևակերպեք քառակուսային եռանդամի մեծագույն արժեքի հատկությունը:
10. Ապացուցեք քառակուսային եռանդամի մեծագույն արժեքի հատկությունը:
11. Ապացուցեք, որ զրո տարբերիչով և ավագ անդամի դրական գործակցով քառակուսային եռանդամը փոքրագույն արժեք է ստանում, երբ փոփոխականն ընդունում է եռանդամի արմատին հավասար արժեք:
12. Ե՞րբ է մեծագույն արժեք ստանում զրո տարբերիչով և ավագ անդամի բացասական գործակցով քառակուսային եռանդամը:
13. Արդյո՞ք ունի մեծագույն արժեք ավագ անդամի դրական գործակցով քառակուսային եռանդամը: Հիմնավորեք պատասխանը:
14. Արդյո՞ք ունի փոքրագույն արժեք ավագ անդամի բացասական գործակցով քառակուսային եռանդամը: Հիմնավորեք պատասխանը:
15. Ձևակերպեք քառակուսային եռանդամի փոքրագույն արժեքի հատկությունը:
16. Ապացուցեք քառակուսային եռանդամի փոքրագույն արժեքի հատկությունը:
17. Ձևակերպեք արտադրյալի մեծագույն արժեքի վերաբերյալ պնդումը:
18. Բերեք արտադրյալի մեծագույն արժեքի վերաբերյալ պնդման կիրառական օրինակ:
19. Ապացուցեք արտադրյալի մեծագույն արժեքի վերաբերյալ պնդումը:
20. Ապացուցեք, որ կամայական x և y թվերի համար $xy \le \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$:
21. Ապացուցեք, որ փոխհակադարձ դրական թվերի գումարը փոքր չէ 2 -ից:

99. Գտեք հավասարման արմատների գումարն ու արտադրյալը.

ա. $x^2+x=0$, բ. $x^2-4=0$, գ. $x(x-3)=0$, դ. $(x-2)(x+3)=0$:

100. Գտեք հավասարման արմատների գումարն ու արտադրյալը.

ա. $x^2-32x+76=0$, բ. $2x^2-18x=0$, գ. $x^2+17x-4=0$,

դ. $3x^2-16=0$, ե. $-7+15x+3x^2=0$, զ. $-3x^2-12x+4=0$:

101. Լուծեք հավասարումը՝ առանց քառակուսային հավասարման լուծման հիմնական բանաձևը կիրառելու.

ա. $x^2-2x+1=0$, բ. $x^2-4x+3=0$,

գ. $x^2-11x+10=0$, դ. $x^2+4x+3=0$,

ե. $20-9x+x^2=0$, զ. $x^2-16x+60=0$:

102. Ապացուցեք, որ հավասարումը չի կարող ունենալ միևնույն նշանի արմատներ.

ա. $2x^2+1992x-15=0$, բ. $-5x^2+302x+65=0$:

103. Դիցուք՝ x_1 և x_2 թվերը $x^2-10x+1=0$ հավասարման արմատներն են: Առանց լուծելու այդ հավասարումը գտեք.

ա. $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$, բ. ${x_1}^2+{x_2}^2$, գ. $\dfrac{1}{{x_1}^2}+\dfrac{1}{{x_2}^2}$, դ. $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}$,

ե. $x_1{x_2}^2+x_2{x_1}^2+x_1x_2$, զ. ${x_1}^3+{x_2}^3$:

104. Ապացուցեք, որ եթե $ax^2+bx+a=0$ քառակուսային հավասարման տարբերիչը բացասական չէ, ապա նրա արմատներն իրար հակադարձ թվեր են:

105. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $x^2+4x-a=0$ հավասարումը.

ա. ունի արմատներ,

բ. ունի միևնույն նշանով արմատներ,

գ. ունի տարբեր նշաններով արմատներ,

դ. ունի երկու դրական արմատներ,

ե. ունի երկու բացասական արմատներ:

106. Նախորդ վարժության մեջ $x^2+4x-a=0$ հավասարումը փոխարինեք հետևյալ հավասարումով և լուծեք ստացված վարժությունը.

ա. $x^2+x+a=0$, բ. $x^2+4x+3a=0$,

գ. $-x^2-3x+3a=0$, դ. $2x^2+10x+5a=0$:

107. $x^2-px-6=0$ հավասարման արմատներից մեկը 2 -ն է: Գտեք p -ն:

108. $ax^2-3x-5=0$ հավասարման արմատներից մեկը հավասար է 1 -ի: Գտեք a -ն և մյուս արմատը:

109. $(b-1)x^2-(b+1)x=6$ հավասարման արմատներից մեկը հավասար է 3 -ի: Գտեք մյուս արմատը:

110. Ապացուցեք, որ եթե բերված տեսքի քառակուսային հավասարման ազատ անդամը բացասական է, հավասարումն ունի երկու՝ տարբեր նշանի արմատներ:

111. Ապացուցեք, որ եթե քառակուսային հավասարման ազատ անդամը 0 է, ապա 0 թիվը նրա արմատ է, և հակառակը՝ եթե 0 -ն քառակուսային հավասարման արմատ է, ապա հավասարման ազատ անդամը հավասար է 0 -ի:

112. Գտեք երկու թվեր, որոնց և՛ գումարը, և՛ արտադրյալը հավասար լինեն 6 -ի:

113. Ցույց տվեք, որ գոյություն ունի x փոփոխականի այնպիսի արժեք, որի համար $2x^2+x-7$ եռանդամի արժեքը մեծ է.

ա. -1 -ից, բ. 0 -ից, գ. 10 -ից, դ. 100 -ից:

114. Ցույց տվեք, որ գոյություն ունի x փոփոխականի այնպիսի արժեք, որի համար $-3x^2+11x+4$ եռանդամի արժեքը փոքր է

ա. 1 -ից, բ. 0 -ից, գ. -10 -ից, դ. -100 -ից:

115. Գտեք x փոփոխականի այնպիսի մի արժեք, որի համար x^2-x- եռանդամի արժեքը մեծ է .

ա. -1001 -ից, բ. -1000 -ից, գ. 0 -ից, դ. 1000 -ից:

116. Գտեք x փոփոխականի այնպիսի երկու արժեք, որոնց համար $-5x^2+100x+10000$ եռանդամի արժեքը փոքր է .

ա. 10001 -ից, բ. 10000 -ից, գ. 0 -ից, դ. -10000 -ից:

117. a -ի ինչպիսի՞ արժեքների դեպքում քառակուսային եռանդամը վերևից սահմանափակ չէ.

ա. $(a-1)x^2-3x-1$, բ. $(2a^2+a+1)x^2-2x+3$,

գ. $(a^2-3a+2)x^2+x+2$, դ. $(a^2+4a+4)x^2-5x-1$:

118. Կարո՞ղ է $x^2-4x+10$ եռանդամը ընդունել հետևյալ արժեքը

ա. 100, բ. 10, գ. 1, դ. 0:

119. Ունի՞ մեծագույն արժեք հետևյալ եռանդամը.

ա. $-12x-11+2x^2$, բ. $3x^2-4x+5$,

գ. $-3x^2+4x+6$, դ. $-6x^2-10x-7$:

120. Գտեք x փոփոխականի այն արժեքը, որը դեպքում եռանդամն ընդունում է մեծագույն արժեքը.

ա. $-x^2$, բ. $-x^2+1$, գ. $-x^2+x$, դ. $-2x^2-4x$:

121. Գտեք x փոփոխականի այն արժեքը, որի դեպքում եռանդամն ընդունում է մեծագույն արժեքը.

ա. $6x+10-2x^2$, բ. $100+10x-x^2$, գ. $-x^2+100x+1$, դ. $x+100-6x^2$:

122. Գտեք եռանդամի փոքրագույն արժեքը.

ա. x^2, բ. x^2+1, գ. x^2+x, դ. x^2+2x+1:

123. Գտեք եռանդամի փոքրագույն արժեքը.

ա. $2x^2+2x+1$, բ. $4x^2+12x+9$, գ. $5x^2+3x-8$,

դ. $4x^2-6x+2$, ե. $3x^2-1{,}5x-9$, զ. $2x^2+2{,}5x+1$:

124. Ապացուցեք, որ եթե x_1-ը զրո տարբերիչով քառակուսային եռանդամի արմատն է, ապա ցանկացած d թվի համար փոփոխականի x_1-d և x_1+d արժեքների դեպքում եռանդամի ստացած արժեքները իրար հավասար են:

125. b -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $\left(b^2-5b+4\right)x^2+8x+3$ քառակուսային եռանդամը.

ա. ունի մեծագույն արժեք, բ. ունի փոքրագույն արժեք:

126. Ապացուցեք, որ եթե x_1-ը և x_2-ը դրական տարբերիչով ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի արմատներն են, ապա

ա. $a>0$ դեպքում եռանդամը փոքրագույն արժեք է ստանում, երբ փոփոխականն ընդունում է $(x_1+x_2)/2$ արժեքը,

բ. $a<0$ դեպքում եռանդամը մեծագույն արժեք է ստանում, երբ փոփոխականն ընդունում է $(x_1+x_2)/2$ արժեքը:

127. Ինչպիսի՞ն պետք է լինեն 100 թվի երկու գումարելիները, որպեսզի նրանց արտադրյալը լինի ամենամեծը:

128. Ապացուցեք, որ կամայական a և b դրական թվերի համար

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 \ge (a-b)\cdot b:$$

129. Ապացուցեք անհավասարությունը՝ $(a\ne 0)\, a^2+\dfrac{1}{a^2}\ge 2$:

130. Մաթեմատիկայի խմբակի պարապմունքները սկսվում էին ժամը 3 -ին և տևելու էին երկու ժամ: Արմանը պետք է կազմեր մի քառակուսային հավասարում, որի արմատները ցույց տային պարապմունքի սկիզբը և վերջը: Ո՞րն էր այդ հավասարումը: Կարո՞ղ էին խմբակի մյուս մասնակիցները կազմել այդ պահանջին բավարարող այլ հավասարումներ:

131. Գտեք 1 մ շառավիղ ունեցող շրջանագծին ներգծած այն ուղղանկյունը, որն ունի ամենամեծ մակերեսը:

132. Շրջանագծի երկարությունը հավասար է քառակուսու պարագծին: Որի՞ մակերեսն է ավելի մեծ՝ շրջանի՞, թե՞ քառակուսու:

133. Հավասար մակերեսներով երկու ցանկապատված հողամասեր կան՝ քառակուսաձև և շրջանաձև: Նրանցից որի՞ ցանկապատն է ավելի երկար:

134. Ինչպիսի՞ն պետք է լինեն 500 մ եզրագիծ ունեցող ուղղանկյունաձև հողամասի լայնությունը և երկարությունը, որպեսզի նրա մակերեսը լինի ամենամեծը:

135. Ապացուցեք, որ տրված պարագիծն ունեցող ուղղանկյուններից ամենամեծ մակերեսն ունի քառակուսին:

136. Ապացուցեք, որ հաստատուն ներքնաձիգով ուղղանկյուն եռանկյուններից ամենամեծ մակերեսն ունի հավասարասրուն եռանկյունը:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

137. Անին պետք է երկու սափորով ջուր վերցներ մի աղբյուրից, որն ուներ երկու ծորակ: Նա սափորներից յուրաքանչյուրը դրեց մեկ ծորակի տակ, իսկ որոշ ժամանակ անց, տեսնելով, որ դրանցից մեկը արագ է լցվում, տեղափոխեց տեղերը և սափորները լցվեցին միաժամանակ: Ծորակներից մեկով մյուսի համեմատությամբ քանի՞ անգամ շատ ջուր էր հոսում,եթե սափորներից մեկի տարողությունը 4լ էր, մյուսինը՝ 5լ:

138. Քույր և եղբայր զամբյուղներով հատապտուղ են հավաքում: Եղբայրը քրոջից արագ է հավաքում: Ե՞րբ պետք է նրանք փոխանակեն զամբյուղները, որպեսզի դրանք լցվեն միաժամանակ:

139. (Բեզուի խնդիրը): Համաձայն պայմանագրի յուրաքանչյուր աշխատած օրվա համար սպասավորը գործատիրոջից ստանում էր 48 ֆրանկ, իսկ յուրաքանչյուր բաց թողած օրվա համար տալիս էր 12 ֆրանկ: Մի ամիս (30օր) աշխատելուց հետո պարզվեց, որ սպասավորը ոչ ստանալիք ուներ, ոչ էլ տալիք: Քանի՞ օր էր նա աշխատել ամսվա ընթացքում:

140. (Հինավուրց խնդիր): «Քանի՞ տարեկան եք» հարցին՝ նրբանկատ կինը պատասխանեց. «Եթե իմ տարիքը բարձրացնեք քառակուսի կամ էլ բազմապատկեք 53-ով և հանեք 696, ապա կստանաք նույն արդյունքը, բայց դեռ քսանհինգ չկամ»:

Քանի՞ տարեկան էր այդ կինը:

141. (Ալ-Խորեզմ, մոտ 780-850): Գտեք երկու թվեր՝ իմանալով, որ նրանց գումարը 10 է, իսկ քանորդը՝ 4:

142. Գտեք սխալը: Դիցուք $x^2+x+\frac{1}{2}=0$ հավասարման արմատներն են α և β: Համաձայն Վիետի թեորեմի $\alpha+\beta=-1$ և $\alpha\beta=\frac{1}{2}$: Այստեղից կստանանք՝ $\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta=1$ և $2\alpha\beta=1$: Հետևապես՝ $\alpha^2+\beta^2=0$: Այսինքն՝ $\alpha=\beta=0$: Տեղադրելով տրված հավասարման այս արմատները հավասարման մեջ, կստանանք՝

$$0+0+\frac{1}{2}=0 \text{ կամ } \frac{1}{2}=0:$$

...ՈՒԹՅՈՒՆ

143-146. Լուծեք հավասարումը.

143.ա. $x^2=a$, բ. $x^4=1$, գ. $x^4-81=0$, դ. $x^3-1=0$:

144. ա. $\sqrt{x}=2$, բ. $\sqrt{x}=-1$, գ. $\sqrt{x}+\sqrt{-x}=2$, դ. $\sqrt{x+2}=\sqrt{2x-1}$:

145. ա. $|x|=0$, բ. $|x|=1$, գ. $|x+1|=3$, դ. $|x|+|x+1|=4$:

146. ա. $\frac{1}{x}=0$, բ. $\frac{x}{x+1}=2$, գ. $\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$, դ. $\frac{1}{x}=\frac{2}{x+1}$:

§4 ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆԻ ԲԵՐՎՈՂ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ

1. Երկքառակուսային հավասարումներ: Որոշ ոչ քառակուսային հավասարումներ հեշտությամբ են լուծվում, երբ բերվում են քառակուսային հավասարումների տեսքի: Նման պարզագույն հավասարումներից է ***երկքառակուսային*** հավասարումը:

Դիտարկենք մեկ օրինակ. լուծենք

$$x^4+2x^2-3=0$$

հավասարումը: Թեպետ և այն քառակուսային հավասարում չէ, բայց, նշանակելով x^2 աստիճանը y -ով՝ $x^2=y$, կստանանք $y^2+2y-3=0$ քառակուսային հավասարումը: Այս հավասարման արմատներն են $y_1=1$,

$y_2 = -3$: Հաշվի առնելով այն, որ $x^2 = y$, կստանանք.

ա. $x^2 = 1$, որտեղից կունենանք՝ $x = \pm 1$:

բ. $x^2 = -3$: Այս հավասարումը արմատներ չունի:

Այսպիսով՝ տրված հավասարման լուծումներն են 1 և -1:

Դուք հասկանու՞մ եք, որ դիտարկված հավասարման լուծման համար նրա գործակիցների ընտրությունը ամենևին կարևոր չէ. մենք կարող ենք լուծել նույն տեսքի, բայց կամայական գործակիցներով հավասարումը:

Ընդհանրապես

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

տեսքի հավասարումը, որտեղ a-ն զրոյից տարբեր, իսկ b-ն և c-ն կամայական հաստատուն թվեր են, կոչվում է երկքառակուսային հավասարում: Նման հավասարումների լուծումը, ինչպես ցույց տրվեց վերևում, հանգում է քառակուսային հավասարման լուծման, երբ կատարում ենք $x^2 = y$ նշանակում և տվյալ հավասարումը բերում

$$ay^2 + by + c = 0$$

տեսքի:

Ստացված այս հավասարումը լուծելուց հետո, անհրաժեշտ է նրա արմատները հերթականությամբ տեղադրել $x^2 = y$ հավասարման մեջ՝ y փոփոխականի փոխարեն, և լուծել այդ նոր հավասարումները, որոնց արմատներն էլ կլինեն տրված երկքառակուսային հավասարման արմատները:

Անհրաժեշտ է ուշադրություն դարձնել այն բանի վրա, որ $x^2 = y$ հավասարման մեջ y փոփոխականի փոխարեն պետք է տեղադրել միայն $ay^2 + by + c = 0$ հավասարման ոչ բացասական արմատները:

Լուծենք, օրինակ, $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ երկքառակուսային հավասարումը: Նշանակենք $x^2 = y$: Կստանանք $y^2 - 5y + 4 = 0$ հավասարումը, որի արմատներն են $y_1 = 1$, $y_2 = 4$: Հաշվի առնելով այն, որ $x^2 = y$, կստանանք.

ա. $x^2 = 1$, որտեղից կունենանք՝ $x = \pm 1$:

բ. $x^2 = 4$, որտեղից կունենանք՝ $x = \pm 2$:

Այսպիսով՝ տրված հավասարման լուծումներն են՝ $1, -1, 2, -2$:

Երկքառակուսային հավասարումները լուծելու համար մենք անհայտի քառակուսին փոխարինում ենք նոր անհայտով և ստանում այդ նոր անհայտի նկատմամբ քառակուսային հավասարում: Փոփոխականի նման «փոխարինումով» քառակուսային հավասարում ստանալու համար ամենևին պարտադիր չէ, որ տրված հավասարումը լինի պարզագույն տեսքի երկքառակուսային հավասարում:

Իսկապես, դիտարկենք

$$\left(x^2-3\right)^2+\left(x^2-3\right)-2=0$$

հավասարումը: Թեպետ և այս հավասարումը նույնպես քառակուսային չէ, բայց նշանակելով x^2-3 արտահայտությունը y տառով` $x^2-3=y$, կստանանք $y^2+y-2=0$ քառակուսային հավասարումը: Այս հավասարման արմատներն են $y_1=1$, $y_2=-2$: Հաշվի առնելով այն, որ $x^2-3=y$, կստանանք.

ա. $x^2-3=1$, որտեղից կունենանք` $x=\pm 2$:

բ. $x^2-3=-2$, որտեղից կունենանք` $x=\pm 1$:

Այսպիսով` տրված հավասարման լուծումներն են $-2, -1, 1, 2$:

2. Քառակուսայինի բերվող հավասարումներ: Անհայտի փոխարինում կատարելով քառակուսային հավասարման կարելի է բերել ոչ միայն երկքառակուսային հավասարումները: Դիտարկենք, օրինակ, հետևյալ հավասարումը.

$$2(2x-1)+3\sqrt{2x-1}-5=0:$$

Նշանակենք $\sqrt{2x-1}=y$: Կստանանք` $2y^2+3y-5=0$ հավասարումը: Նրա արմատներն են 1 և $-2{,}5$:

ա. $\sqrt{2x-1}=1$: Հավասարման երկու մասերը բարձրացնենք քառակուսի, կստանանք` $2x-1=1$ : Հետևաբար` $x=1$:

բ. $\sqrt{2x-1}=-2{,}5$: Հավասարումը արմատ չունի:

Տրված ավասարման լուծումն է` $x=1$:

Լուծենք ևս մեկ հավասարում.

$$x^2-3|x|+2=0:$$

Նշանակենք $|x|=y$: Հաշվի առնելով, որ $|x|^2=x^2$, կստանանք` $y^2-3y+2=0$ հավասարումը: Նրա արմատներն են 1 և 2:

ա. $|x|=1$: Հետևաբար` $x=\pm 1$:

բ. $|x|=2$: Հետևաբար` $x=\pm 2$:

Պատասխան՝ $x \in \{-2, -1, 1, 2\}$:

Հաճախ հավասարումը լինում է քառակուսայինի բերվող, բայց նրա քառակուսայինի տեսքի բերելը պահանջում է որոշ հնարամտություն: Բերենք նման մի օրինակ: Լուծենք

$$x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x - 2 = 0$$

հավասարումը: Հավասարման ձախ մասը ձևափոխելուց հետո կստանանք՝

$$\left(x^2 + x\right)^2 + \left(x^2 + x\right) - 2 = 0$$

հավասարումը, որը $x^2 + x = y$ նշանակումով բերվում է քառակուսային հավասարման տեսքի:

3. Պարզագույն ռացիոնալ հավասարումներ: Կիրառական շատ խնդիր հանրահաշվի լեզվով գրառելիս ստանում ենք այնպիսի ռացիոնալ հավասարումներ, որոնք հայտարարում պարունակում են անհայտ և որոնց լուծումը հանգում է քառակուսային հավասարումների լուծման: Բերենք մեկ օրինակ:

Երկու բանվոր առանձին-առանձին կատարում էին միևնույն աշխատանքը՝ առաջինը 10 օր երկրորդից շուտ: Քանի՞ օրում էր կատարում այդ աշխատանքը բանվորներից յուրաքանչյուրը, եթե երկուսով միասին կարող էին կատարել 12 օրում:

Երբ բանվորներից մեկի աշխատած օրերի թիվը նշանակենք x-ով, մյուսինը կլինի $x-10$: Մեկ օրում նրանք համապատասխանաբար կկատարեն աշխատանքի $\frac{1}{x}$ և $\frac{1}{x-10}$ մասերը, իսկ երկուսով միասին $\frac{1}{12}$ մասը: Հետևապես՝ $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-10} = \frac{1}{12}$:

Ստացված հավասարումը լուծելու համար նրա երկու մասերը բազմապատկենք նրա ընդհանուր հայտարարով՝ $12x(x-10)$ արտահայտությամբ: Կստանանք՝ $12(x-10) + 12x = x(x-10)$: Այս հավասարումը համարժեք է $x^2 - 34x + 120 = 0$ հավասարմանը, որի արմատներն են՝ 4 և 30, ընդ որում, սրանցից առաջինը՝ 4-ը, խնդրի պայմաններին չի բավարարում, քանի որ այդ դեպքում մյուս բանվորն աշխատանքը կկատարեր –6 օրում: Այսպիսով՝ աշխատանքը առանձին կատարելու համար բանվորներից մեկին անհրաժեշտ էր 30 օր, մյուսին՝ 20 օր:

Դիտարկենք ևս մեկ օրինակ: Լուծենք հետևյալ ռացիոնալ հավասարումը.

$$\frac{x+1}{x}=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x(x-1)}\ :$$

Բազմապատկենք հավասարման երկու մասերը կոտորակների ընդհանուր հայտարարով՝ $x(x-1)$ արտահայտությամբ: Կստանանք՝ $(x+1)(x-1)=x-1$: Կատարելով գործողություններ՝ կստանանք. $x^2-x=0$: Այս հավասարման արմատներն են 0 և 1 թվերը: Բայց այդ թվերից ոչ մեկը տրված հավասարման լուծումը չէ: Ինչու՞ այսպես ստացվեց:

Բանն այն է, որ տրված հավասարման երկու մասերը բազմապատկելով միևնույն $x(x-1)$ արտահայտությամբ, մենք կստանայինք տրվածին համարժեք հավասարում, եթե այդ արտահայտությունը հավասար չէր զրոյի: Բայց ընդհանուր հայտարարի՝ $x(x-1)$ արտահայտության մեջ մասնակցում է x անհայտը, որի առանձին արժեքներ կարող են արտահայտությունը դարձնել զրո: Այսինքն՝ ռացիոնալ հավասարման երկու մասերը փոփոխական պարունակող միևնույն արտահայտությամբ բազմապատկելուց առաջացած հավասարումը կարող է ունենալ նոր արմատներ, որոնք տրված ռացիոնալ հավասարման համար արմատներ չեն: Ուրեմն՝ նշված ճանապարհով ռացիոնալ հավասարումը լուծելիս մենք պետք է վերջում կատարենք ստուգում, այսինքն՝ ստացված հավասարման արմատները պետք է տեղադրենք տրված ռացիոնալ հավասարման մեջ և պարզենք՝ լուծու՞մ է այն տրված ռացիոնալ հավասարման համար, թե՞ ոչ: Այսպիսով մենք ստանում ենք ռացիոնալ հավասարման լուծման ալգորիթմը:

Ռացիոնալ հավասարման լուծման ալգորիթմը

Ռացիոնալ հավասարման լուծումները կստանանք, եթե.

1. ազատվենք հայտարարից. հավասարման երկու մասերը բազմապատկենք նրա մեջ մտնող կոտորակների ընդհանուր հայտարարով,

2. ստացված հավասարման անդամները խմբավորենք մի կողմում,

3. լուծել առաջացած հավասարումը,

4. կատարենք ստուգում. ստացված արմատները տեղադրենք տրված ռացիոնալ հավասարման մեջ և տեսնենք, թե այդ արմատներից որն է նրա լուծում, կամ՝ արմատներից որի դեպքում է ընդհանուր հայտարարը զրոյից տարբեր:

ՀԱՄԿԱՑԵԼ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Լուծեք հավասարումը.

ա. $x^4-1=0$, բ. $x^4-x^2=0$, գ. $2x^4-32x^2=0$, դ. $-3x^4+27x^2=0$:

2. Ո՞ր հավասարումներն են կոչվում երկքառակուսային:

3. Ապացուցեք, որ եթե թիվը երկքառակուսային հավասարման արմատ է, ապա նրա հակադիրը նույնպես այդ հավասարման արմատ է:

4. Ինչպե՞ս են լուծում $ax^4+bx^2+c=0$ երկքառակուսային հավասարումը:

5. Ամենաշատը և ամենաքիչը քանի՞ արմատ կարող է ունենալ երկքառակուսային հավասարումը:

6. Լուծեք հավասարումը.

ա. $x^2-|x|=0$, բ. $5x^2-10|x|=0$, գ. $x-\sqrt{x}=0$, դ. $x-\sqrt{x-1}=1$:

7. Լուծեք հավասարումը.

ա. $x^2-3|x|+2=0$, բ. $2x^2-10|x|+12=0$,

գ. $x-7\sqrt{x}+6=0$, դ. $x+4\sqrt{x+1}=6$:

8. Լուծեք հավասարումը.

ա. $\frac{1}{x}=1$, բ. $\frac{x}{x-1}=x$, գ. $\frac{1}{x}=\frac{2}{x+1}$, դ. $\frac{x}{x+1}=\frac{1}{x-1}$:

9. Ո՞ր հավասարումներն են կոչվում ռացիոնալ հավասարումներ:

10. Ո՞րն է ռացիոնալ հավասարումների լուծման ալգորիթմը:

11. Ինչու՞ են ռացիոնալ հավասարումների լուծման ալգորիթմի մեջ պահանջում կատարել ստացված արմատների ստուգում:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

147-151. Լուծեք երկքառակուսային հավասարումը.

147.ա. $x^4=0$, բ. $x^4=1$, գ. $x^2+x^4=0$,

դ. $3x^4=27x^2$, ե. $0{,}1x^4-10x^2=0$, զ. $0{,}3x^2-1{,}2x^4=0$:

148. ա. $x^4-5x^2+4=0$, բ. $x^4-11x^2+10=0$,

գ. $x^4-9x^2+20=0$, դ. $x^4-21x^2+110=0$:

149.ա. $x^4-9x^2=0$, բ. $x^4+x^2-20=0$,

գ. $x^4+x^2-2=0$, դ. $x^4+2x^2+6=0$:

150.ա. $x^4-13x^2+36=0$, բ. $x^4-5x^2+4=0$,

գ. $x^4-29x^2+100=0$, դ. $x^4+2x^2-80=0$:

151.ա. $4x^4-5x^2+1=0$, բ. $6x^4-56x^2+18=0$,

գ. $2x^4-19x^2+9=0$, դ. $6x^4-14x^2+4=0$:

152. Լուծեք երկքառակուսային հավասարումը (a -ն դրական թիվ է).

ա. $4x^4-6ax^2+5a^2=0$, բ. $4x^4+a^2=x^2+4a^2x^2$:

153. Ապացուցեք, որ եթե α -ն տրված երկքառակուսային հավասարման արմատ է,

ապա $-\alpha$-ն նույնպես նրա արմատ է:

154. Ապացուցեք, որ եթե $x^4+px^2+q=0$ երկքառակուսային հավասարումը ունի չորս արմատներ, ապա նրա բոլոր արմատների գումարը հավասար է զրոյի, իսկ արտադրյալը՝ q-ի:

155. Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների.

ա. x^4-5x^2+4, բ. $3x^4-39x^2+108$,

գ. x^4-125x^2+484, դ. $8x^4-10x^2+2$:

156. Կրճատեք կոտորակը.

ա. $\dfrac{x^4-10x^2+9}{x^4-13x+36}$, բ. $\dfrac{x^4-9x^2+20}{x^4-10x^2+24}$:

157. Կազմեք երկքառակուսային հավասարում նրա տրված արմատներով.

ա. $-1, 1, -2, 2$, բ. $-\sqrt{2}, \sqrt{2}, -\sqrt{3}, \sqrt{3}$,

գ. $-3, 3, -4, 4$, դ. $-1, 1, 2/3, -2/3$:

158. Կազմեք երկքառակուսային հավասարում, որն ունի տրված արմատները և այլ արմատներ չունի.

ա. 1 և -2, բ. $0{,}1$ և -1, գ. 4 և 5, դ. 10 և -10:

159. Լուծեք հավասարումը.

ա. $\left(10x^2-1{,}5\right)^2+9\left(10x^2-1{,}5\right)-10=0$,

բ. $\sqrt{2x+1}^{\,2}+4\sqrt{2x+1}-12=0$, գ. $3x^2-4|x|-15=0$,

դ. $x^4-2x^3+2x^2-x-2=0$, ե. $\left(x^2-x-2\right)^2-2\left(x^2-x-2\right)=0$,

զ. $x-5\sqrt{x}+4=0$:

160. Լուծեք քառակուսայինի բերվող հավասարումը.

ա. $\left(x^2-7\right)^2+4x^2-28-12=0$, բ. $\left(x^2+x\right)^2+4x^2+4x-12=0$,

գ. $\left(\dfrac{1}{x}\right)^2+\dfrac{7}{x}-18=0$, դ. $\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^2+4\cdot\dfrac{x+1}{x-1}-21=0$,

ե. $x+5\sqrt{x+1}-49=0$, զ. $10x^2+7|x|-111=0$,

է. $x^4-6x^3+10x^2-3x-20=0$, ը. $x+5\sqrt{x+1}-49=0$,

թ. $\left(x^2-x-2\right)^2+2x^2=2x+4$, ժ. $(x+1)^2-5|x+1|+4=0$:

161-166. Լուծեք ռացիոնալ հավասարումը.

161.ա. $\frac{8}{x}=3x+2$, բ. $\frac{12}{7-x}-x=0$, գ. $\frac{2x^2}{x-2}=\frac{6-7x}{2-x}$,

դ. $\frac{2x-5}{x+5}=4$, ե. $\frac{x^2-6x}{x-5}=\frac{5}{5-x}$, զ. $\frac{5x+1}{x+1}=\frac{x+2}{x}$:

162. ա. $\frac{3x-7}{x+5}=\frac{x-3}{x+2}$, բ. $\frac{5+2x}{4x-3}=\frac{3x+3}{7-x}$,

գ. $\frac{2x-5}{x-1}=\frac{5x-3}{3x+5}$, դ. $\frac{5-x}{2x-1}=\frac{15-4x}{3x+1}$:

163. ա. $\frac{x^2}{5}-\frac{2x}{3}=\frac{x+5}{6}$, բ. $\frac{x(x-7)}{3}-1=\frac{11x}{10}-\frac{x-4}{3}$,

գ. $\frac{5(x-1)}{4}=\frac{x}{6}+\frac{6}{x}$, դ. $\frac{7}{x}-\frac{21+65x}{7}+8x+11=0$:

164. ա. $\frac{(x+3)^2}{5}+1-\frac{(3x-1)^2}{5}=\frac{x(2x-3)}{2}$,

բ. $\frac{5x-x^2}{3}-\frac{(5x-11)^2}{4}=6-\frac{(7-x)^2}{2}$,

գ. $\frac{(x-12)^2}{6}-\frac{x}{9}+\frac{x(x-9)}{18}=\frac{(x-14)^2}{2}+5$,

դ. $6x+\frac{(3+5x)^2}{2}=\frac{8-2x}{5}-\frac{(x-3)(x+7)}{2}$:

165. ա. $1-\frac{1}{x-2}=\frac{6-x}{3x^2-12}-\frac{1}{x-2}$, բ. $1+\frac{8}{4-x}=\frac{5}{3-x}+\frac{x-8}{x+2}$,

գ. $\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}+\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x+3}$, դ. $1-\frac{2x-3}{x-5}=\frac{3}{3-x}-\frac{x+3}{x+1}$:

166. ա. $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+20}-\frac{1}{x+4}=\frac{1}{x-7}$, բ. $\frac{1}{x-8}+\frac{1}{x-10}-\frac{1}{x-2}=\frac{1}{x-11}$,

գ. $\frac{1}{x-6}+\frac{1}{x-4}-\frac{1}{x-7}=\frac{1}{x+2}$, դ. $\frac{1}{x-9}+\frac{1}{x-7}+\frac{1}{10-x}=\frac{1}{x+18}$:

167. Գտեք x փոփոխականի այն արժեքները, որոնց դեպքում.

ա. $\frac{6}{5x-1}$ և $\frac{-6x-12}{2}$ կոտորակների գումարը հավասար է 2 -ի, բ. $\dfrac{7}{4x+18}$ և $\dfrac{5}{2}x$ կոտորակների տարբերությունը հավասար է 3 -ի:

168-169. Լուծեք ռացիոնալ հավասարումը.

168. ա. $\dfrac{x+1}{4x}-\dfrac{5x-1}{2x-4}=\dfrac{8-x}{3x^2-6x}-\dfrac{x-5}{x-2}$,

բ. $\dfrac{20+x}{2x-2}-\dfrac{9x^2+x+2}{6x^2-6}=\dfrac{5-3x}{x+1}-\dfrac{10-4x}{3x+3}$:

169. ա. $\dfrac{30}{x^2-1}-\dfrac{13}{x^2+x+1}=\dfrac{7+18x}{x^3-1}$, բ. $\dfrac{2}{x^2-x+1}=\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{2x-1}{x^3+1}$,

գ. $\dfrac{13}{x^3+1}=\dfrac{11x+10}{5x^2-5x+5}-\dfrac{5}{x+1}$, դ. $\dfrac{x+36}{x^3-1}=\dfrac{x+6}{x-1}-\dfrac{x^2-x+16}{x^2+x+1}$:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

170. Կոտորակի հայտարարը 3 -ով մեծ է նրա համարիչից: Եթե այդ կոտորակը գումարենք իր հակադարձ կոտորակին, ապա գումարը հավասար կլինի $2{,}9$: Գտեք այդ կոտորակը:

171. Ի՞նչ թվի վրա պետք է բաժանել 73 -ը, որպեսզի քանորդը 3 -ով մեծ լինի բաժանարարից, իսկ մնացորդը 4 -ով փոքր լինի բաժանարարից:

172. 120 կմ ճանապարհը հեծանվորդը պետք է անցներ հաստատուն արագությամբ: Եթե նա ժամում անցներ 10 կմ -ով ավելի արագությամբ, ապա 1 ժամ պակաս կծախսեր, բայց նա անցավ ժամում 10 կմ պակաս արագությամբ և ծախսեց 2 ժամ ավելի: Քանի՞ ժամում պետք է անցներ ճանապարհը հեծանվորդը:

173. Գնացքը պետք է անցներ 5020 կմ ճանապարհը հաստատուն արագությամբ: Ճանապարհի առաջին կեսում նա արագությունը նախատեսվածից փոքրացրել էր 10 կմ/ժամ -ով և երկրորդ կեսում արագությունը նախատեսվածից 10 կմ/ժամ -ով ավելի դարձրել: Արդյունքում գնացքը 1 ժամ ուշ հասավ տեղ: Որոշեք գնացքի համար նախատեսված արագությունը:

174. 240 մ հեռավորության վրա կառքի առջևի անիվը 20 պտույտ ավելի է անում, քան հետևի անիվը, որի շրջագծի երկարությունը 1 մետրով ավելի է առջևի անիվի շրջագծից: Գտեք յուրաքանչյուր անիվի շրջագծի երկարությունը:

175. Կառքի հետևի անիվի շրջանագծի երկարությունը երկու անգամ մեծ է առջևի անիվի շրջանագծի երկարությունից: Եթե առջևի անիվի շրջանագիծը մեծացնենք 5 դմ -ով, իսկ հետևի անիվի շրջանագծի երկարությունը փոքրացնենք 5 դմ -ով, ապա 150 մ հեռավորության վրա առջևի անիվը 15 պտույտ ավելի կանի, քան հետևինը: Գտեք յուրաքանչյուր անիվի շրջանագծի երկարությունը:

176. Ամեն օր հավասար քանակությամբ էջեր կարդալով՝ Գայանեն կարդաց 480 էջ ունեցող մի գիրք: Եթե նա օրական 16 էջ ավելի կարդար, ապա գրքի ընթերցումը 5 օրով շուտ կավարտեր: Քանի՞ օրում կարդաց գիրքը Գայանեն:

177. 15 տ բեռ տեղափոխելու համար պահանջվեցին որոշ բեռնունակություն ունեցող ավտոմեքենաներ: Բայց նման բեռնունակություն ունեցող ավտոմեքենաներ չլինելու պատճառով ուղարկվեցին կես տոննայով պակաս բեռնունակություն ունեցող, բայց պահանջվածից մեկով ավելի ավտոմեքենաներ: Ուղարկված ավտոմեքենաներից յուրաքանչյուրը քանի՞ տոննա բեռ վերցրեց:

178. Գյուղացին պետք է որոշ ժամանակում հներ 2 հա, բայց նա հնձում էր օրական 50 արով ավելի, քան նախատեսված էր, ուստի և հունձը վերջացրեց 2 օր ժամկետից շուտ: Քանի՞ օրում վերջացավ հունձը:

179. Ջրմուղային բաքը լցվում է երկու խողովակով 2 ժամ 55 րոպեում: Առաջին խողովակը կարող է բաքը լցնել երկու ժամ ավելի շուտ, քան երկրորդը: Որքա՞ն ժամանակում կարող է լցնել բաքը յուրաքանչյուր խողովակն առանձին:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

180. Շախմատի անվերջ տախտակի վրա ձին քանի՞ դաշտի վրա կարող է հայտնվել n քայլից հետո:

181. Գտեք բոլոր այն երկնիշ թվերը, որոնք $2,\ 3,\ 4$ թվերից յուրաքանչյուրի վրա բաժանվելով տալիս են 1 մնացորդը:

182. Գտեք բոլոր այն բնական թվերը, որոնք 4-ի վրա բաժանվելով տալիս են 3 մնացորդ, 3 -ի վրա բաժանվելով տալիս են 2 մնացորդ, 2-ի վրա բաժանվելով տալիս են 1 մնացորդ:

183. Գտեք այն ամենափոքր բնական թիվը, որը m -ի վրա բաժանվելուց տալիս է n մնացորդը, որտեղ.

ա. $m=2,\ n=1$, բ. $m=3,\ n=2$, գ. $m=10,\ n=9$, դ. $m=100, nn=50$:

184. (Սոֆի Ժերմեն): Ապացուցեք, որ մեկից մեծ յուրաքանչյուր բնական թվի համար, a^4+4 թիվը բաղադրյալ է:

185. Գտեք սխալը: Լուծենք $\dfrac{2x^2-3x+1}{x-1}=x+1$ հավասարումը: Կստանանք՝ $2x^2-3x=x^2-1$, $x^2-3x+2=0$, $x=1,\ x=2$:

ԿՐԿՆՈՒԹՅՈՒՆ

186. Անցնելով ճանապարհի կեսը՝ նավը իր արագությունը մեծացրեց 25%-ով, և դրա շնորհիվ տեղ հասավ ժամանակից կես ժամ շուտ: Քանի՞ ժամ ծախսեց նավը ողջ ճանապարհի վրա:

187. Ա բանաձևի լուծումների բազմությունն է $\{1, 2, 3\}$, Բ-ինը՝ $(1, 3)$: Գտեք հետևյալ բանաձևի լուծումների բազմությունը.

ա. $\left[\begin{array}{l} Ա \\ Բ \end{array}\right.$, բ. $\left\{\begin{array}{l} Ա \\ Բ \end{array}\right.$,

գ. $x \in \{1, 2, 3\} \cap (1, 3)$, դ. $x \in \{1, 2, 3\} \cup (1, 3)$:

188. Լուծեք համախումբը.

ա. $\left[\begin{array}{l} 2x + 3 < x \\ \dfrac{2}{x} \geq 1 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{x} + 2 < 0 \\ 3x + 5 \geq 0 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} 1 \geq \dfrac{1}{x} \\ \dfrac{1}{x} < 1 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} \dfrac{2}{x} \leq 1 \\ 2 < \dfrac{1}{x} \end{array}\right.$:

189. Լուծեք համակարգը.

ա. $\left\{\begin{array}{l} 4x + 6 < 20 \\ x \in N \end{array}\right.$, բ. $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{x} > x \\ x \in N \end{array}\right.$, գ. $\left\{\begin{array}{l} x > 0 \\ x \in Z \end{array}\right.$, դ. $\left\{\begin{array}{l} 1 \geq \dfrac{2}{x} \\ 3 \leq \dfrac{1}{x} \end{array}\right.$:

190. Արդյո՞ք համարժեք են բանաձևերը.

ա. $\left\{\begin{array}{l} x \in Z \\ x^2 < 1 \end{array}\right.$ և $x^2 \leq 0$, բ. $\left\{\begin{array}{l} x \in Z \\ x^2 < 4 \end{array}\right.$ և $\left[\begin{array}{l} x \in \{-3, -2, -1\} \\ x \in \{0, 1, 2, 3\} \end{array}\right.$:

§5 ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԵՎ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԽՄԲԵՐ ԵՒ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

1. Քառակուսային հավասարումների և անհավասարումների համախմբեր: Կիրառական մի շարք խնդիրների լուծումներ հանգում են քառակուսային հավասարումների կամ անհավասարումների համախմբերի լուծման: Ինչպե՞ս լուծենք նման համախմբերը:

Կարելի է ընտրել նման համախմբերի լուծման այսպիսի ալգորիթմ:

Համախմբերի լուծման ալգորիթմը

Մեկ անհայտով հավասարումների, անհավասարումների կամ ոչ խիստ անհավասարումների համախումբը կարելի է լուծել կատարելով հետևյալ քայլերը.

1. լուծել տվյալ համախմբի մեջ մտնող յուրաքանչյուր բանաձևը՝ հավասարումը, *անհավասարումը կամ ոչ խիստ անհավասարումը առանձին-առանձին,*

2. հաշվի առնելով, որ համախմբի լուծումների բազմությունը հավասար է նրա մեջ մտնող բանաձևերի լուծումների բազմությունների միավորմանը, միավորել համախմբի մեջ մտնող բանաձևերի՝ արդեն ստացված լուծումները: Այդ միավորումից առաջացած բազմությունն էլ կլինի տրված համախմբի լուծումների բազմությունը:

Հետևենք այս ալգորիթմին և լուծենք հետևյալ համախումբը.

$$\left[\begin{array}{l} x^2-3x+2\ge 0\\ x^2-3x<0\end{array}\right. :$$

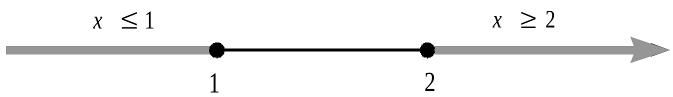
Նախ առանձին-առանձին լուծենք համախմբի մեջ մտնող բանաձևերը:

$x^2-3x+2\ge 0$ ոչ խիստ անհավասարման լուծումների բազմությունն է՝ $(-\infty,1]\cup[2,\infty)$: Իսկ $x^2-3x<0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը կլինի $(0,3)$: Այնուհետև՝ վերցնենք ստացված բազմությունների միավորումը, որը և կլինի տրված համախմբի լուծումների բազմությունը.

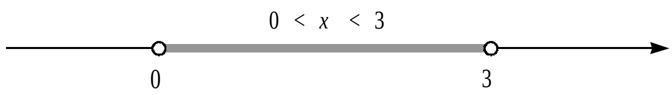
$$(-\infty,1]\cup[2,\infty)\cup(0,3)=R:$$

Այսպիսով՝ տրված համախմբի լուծումների բազմությունը իրական թվերի բազմությունն է:

Համախմբի մեջ մտնող բանաձևերի լուծումների միավորումը ավելի հեշտ գտնելու համար հաճախ նպատակահարմար է այդ բանաձևերի լուծումների բազմությունները պատկերել թվային առանցքի վրա, որից հետո միայն կազմել նրանց միավորումը: Մեր դիտարկած օրինակում համախմբի մեջ մտնող բանաձևերի՝ անհավասարումների բազմությունները պատկերվում են այսպես.



$x^2-3x+2\ge 0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը



$x^2-3<0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը

Այս պատկերումները ավելի ակնառու են դարձնում այն, որ տրված անհավասարումների լուծումների բազմությունների միավորումը, իրոք, համընկնում է իրական թվերի բազմության հետ:

Լուծենք ևս մի համախումբ.

$$\left[\begin{array}{l} x^2-4x-5\geq 0 \\ x^2-x-2<0 \end{array}\right.:$$

Առանձին լուծելով այս համախմբի անհավասարումներից յուրաքանչյուրը՝ ստանում ենք. $x^2-4x-5\geq 0$ բանաձևի լուծումների բազմությունը՝ $(-\infty,-1]\cup[5,\infty)$, $x^2-x-2<0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը՝ $(-1,\,2)$:

Յամախմբի լուծումների բազմությունը կլինի՝ $(-\infty,\,2)\cup[5,\,\infty)$:

Լուծենք նաև հետևյալ համախումբը, որի բաղադրյալներից մեկը անհավասարում է, իսկ մյուսը՝ հավասարում:

$$\left[\begin{array}{l} x^2-8x+15<0 \\ x^2-5x+4=0 \end{array}\right.:$$

$x^2-8x+15<0$ անհավասարման լուծումը կլինի $(3,\,5)$, իսկ $x^2-5x+4=0$ հավասարման լուծումները՝ 1 և 4: Յամախմբի լուծումների բազմությունը կլինի՝

$$\{1\}\cup(3,\,5):$$

2. ՔԱՌԱԿՈՒՍԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԵՒ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ: Յավասարումների ու անհավասարումների համակարգերը ավելի մեծ կիրառություն ունեն խնդիրների լուծումների մեջ, քան համախմբերը: Յամակարգերի լուծման ալգորիթմը քիչ է տարբերվում համախմբերի լուծման ալգորիթմից:

Համակարգերի լուծման ալգորիթմը

Մեկ անհայտով հավասարումների, անհավասարումների կամ ոչ խիստ անհավասարումների համակարգը կարելի է լուծել կատարելով հետևյալ քայլերը.

1. լուծել տվյալ համակարգի մեջ մտնող յուրաքանչյուր բանաձևը՝ հավասարումը, անհավասարումը կամ ոչ խիստ անհավասարումը առանձին-առանձին,

2. հաշվի առնելով, որ համակարգի լուծումների բազմությունը հավասար է նրա մեջ մտնող բանաձևերի լուծումների բազմությունների հատմանը, որոշել համակարգի մեջ մտնող բանաձևերի՝ արդեն ստացված լուծումների բազմությունների հատումը: Այդ հատումից առաջացած բազմությունն էլ կլինի տրված համակարգի լուծումների բազմությունը:

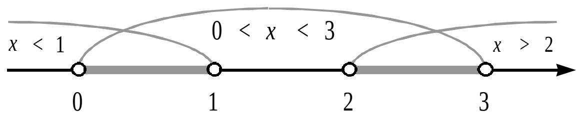
Փորձենք լուծել, օրինակ, հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} x^2-3x+2>0 \\ x^2-3x<0 \end{cases}:$$

Հետևելով նշված ալգորիթմին՝ նախ առանձին-առանձին լուծենք համակարգի մեջ մտնող բանաձևերը:

$x^2-3x+2>0$ անհավասարման լուծումների բազմությունն է՝ $(-\infty,1)\cup(2,\infty)$: Իսկ $x^2-3x<0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը՝ $(0,3)$:

Այնուհետև՝ վերցնենք ստացված բազմությունների հատումը, որը և կլինի տրված համակարգի լուծումների բազմությունը: Այդ հատումը գտնելու հետ կապված դժվարություններ հաղթահարելու համար լուծումները պատկերենք թվային ուղղի վրա:



Այս պատկերումից երևում է, որ տրված համակարգի լուծումների բազմությունը կլինի $(0,1)\cup(2,3)$:

Լուծենք ևս մի համակարգ.

$$\begin{cases} x^2-5x+4\le 0 \\ x^2-2x-3<0 \end{cases}:$$

Առանձին-առանձին լուծելով այս համակարգի անհավասարումներից յուրաքանչյուրը՝ ստանում ենք. $x^2-5x+2\le 0$ բանաձևի լուծումների բազմությունը՝ $[1, 4]$ իսկ $x^2-2x-3<0$ անհավասարման լուծումների բազմությունը՝ $(-1, 3)$:

Համակարգի լուծումների բազմությունը կլինի $[1, 4]$ և $(-1, 3)$ բազմությունների հատումը՝ $[1, 3)$ բազմությունը.

$$[1, 4]\cap(-1, 3)=[1, 3):$$

Համակարգի բանաձևերից մեկը կարող է լուծումներ չունենալ: Օրինակ՝

$$\begin{cases} x^2-5x+15\le 0 \\ x^2-6x-1<0 \end{cases} :$$

Քանի որ համակարգի անհավասարումներից առաջինը լուծումներ չունի, ուրեմն՝ լուծումներ չունի նաև համակարգը:

Մեկ այլ ծայրահեղ դեպքն այն է, որ համակարգի անհավասարումներից մեկի լուծում է յուրաքանչյուր իրական թիվ: Օրինակ՝

$$\begin{cases} x^2-x+4>0 \\ x^2-8x-3<0 \end{cases} :$$

Քանի որ առաջին անհավասարմանը բավարարում է ցանկացած իրական թիվ, ապա համակարգը համարժեք է նրա մյուս անհավասարմանը:

3. ՌԱՑԻՈՆԱԼ ԱՆՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ: Ռացիոնալ անհավասարումները լուծելու համար անհավասարման բոլոր անդամները խմբավորում ենք նրա մի մասում, բերում ենք ընդհանուր հայտարարի և ստանում մի անհավասարում, որի մի մասում երկու բազմանդամների քանորդ է, իսկ մյուս մասում՝ 0: Իսկ քանորդը 0 -ի հետ համեմատելը բավականին հեշտ է. կոտորակը զրոյից մեծ է, եթե նրա համարիչն ու հայտարարը ունեն նույն նշանը, զրոյից փոքր է, եթե համարիչն ու հայտարարը ունեն տարբեր նշաններ:

Հաշվի առնելով արված պարզաբանումները՝ լուծենք հետևյալ ռացիոնալ անհավասարումը.

$$\frac{1}{x}+\frac{2x-5}{x-1}>3:$$

$$\frac{1}{x}+\frac{2x-5}{x-1}>3 \Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{2x-5}{x-1}-3>0 \Leftrightarrow \frac{-x^2-x-1}{x(x-1)}>0:$$

Վերջին անհավասարումը համարժեք է հետևյալ համախմբին.

$$\begin{cases} -x^2-x-1>0 \\ x(x-1)>0 \end{cases} \quad \text{կամ} \quad \begin{cases} -x^2-x-1<0 \\ x(x-1)<0 \end{cases} :$$

Այս համախմբի առաջին համակարգի $-x^2-x-1>0$ անհավասարումը լուծումներ չունի, քանի որ $-x^2-x-1$ եռանդամի տարբերիչը բացասական է, իսկ ավագ անդամի գործակիցը՝ բացասական: Հետևաբար՝ այդ համակարգը լուծում չունի: Համախմբի երկրորդ համակարգի $-x^2-x-1<0$ անհավասարման լուծումը ցանկացած իրական թիվ է, իսկ $x(x-1)<0$ անհավասարման լուծումը՝ $0<x<1$: Հետևաբար՝ համակարգի լուծումն է $0<x<1$: Քանի որ համախմբի առաջին համակարգերից մեկը լուծում չուներ, ապա համախմբի լուծումը կհամընկնի երկրորդ համակարգի լուծման հետ. $0<x<1$:

Դասի սկզբում արված պարզաբանումները և բերած օրինակը հնարավորություն են տալիս ձևակերպելու ռացիոնալ անհավասարումների լուծման ալգորիթմը:

Ռացիոնալ անհավասարումների լուծման ալգորիթմը

Ռացիոնալ անհավասարման բոլոր լուծումները կստանանք, եթե.

1. *անհավասարման բոլոր գումարելիները խմբավորենք նրա մի մասում,*
2. *այդ մասում ստացված գումարելիները բերենք ընդհանուր հայտարարի,*
3. *տրված անհավասարման փոխարեն դիտարկենք անհավասարումների երկու համակարգերի համախումբ,*
4. *առանձին-առանձին լուծենք համախմբի համակարգերը,*
5. *կազմենք համակարգերի լուծումների միավորումը, որն էլ կլինի տրված անհավասարման լուծումը:*

Համանման ալգորիթմով են լուծվում նաև ռացիոնալ ոչ խիստ անհավասարումները:

ՀԱՄԿԱՑԵ՞Լ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Ինչպե՞ս են որոշում միևնույն՝ մեկ անհայտով երկու բանաձևերի համախմբի լուծումների բազմությունը:

2. Ինչպե՞ս են լուծում մեկ անհայտով երկու բանաձևերի համախմբերը:

3. Ո՞րն է մեկ անհայտով երկու բանաձևերի համախմբի լուծման ալգորիթմը:

4. Հիմնավորեք մեկ անհայտով երկու բանաձևերի համախմբի լուծման ալգորիթմը:

5. Ինչպե՞ս են որոշում միևնույն՝ մեկ անհայտով երկու բանաձևերի համակարգի լուծումների բազմությունը:

6. Ինչպե՞ս են լուծում մեկ անհայտով երկու բանաձևերի համակարգերը:

7. Ո՞րն է մեկ անհայտով երկու բանաձևերի համակարգի լուծման ալգորիթմը:

8. Հիմնավորեք մեկ անհայտով երկու բանաձևերի համակարգի լուծման ալգորիթմը:

9. Ի՞նչ տարբերություն եք նկատում մեկ անհայտով երկու բանաձևերի համախմբի և համակարգի լուծման ալգորիթմների միջև:

10. Եթե մեկ անհայտով հավասարման երկու մասերը բազմապատկենք այդ անհայտը պարունակող արտահայտությամբ, ապա կստանա՞նք տվածին համարժեք հավասարում:

11. Հիմնավորեք նախորդ հարցի պատասխանը։

12. Ինչպե՞ս են լուծում ռացիոնալ հավասարումները։

13. Ո՞րն է ռացիոնալ հավասարումների լուծման ալգորիթմը։

14. Հիմնավորեք ռացիոնալ հավասարումների լուծման ալգորիթմը։

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

191-197. Լուծեք համախումբը։

191. ա. $\left[\begin{array}{l} 2x+2=5x-1 \\ 6x+3=7-x \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x+11=1-11x \\ x^2+x+4=0 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x+1=x+2 \\ -x^2+2x-3=0 \end{array}\right.$,

դ. $\left[\begin{array}{l} x-3=1-3x \\ x^2-4x+3=0 \end{array}\right.$, ե. $\left[\begin{array}{l} 4x-5=2x+1 \\ x^2-5x+6=0 \end{array}\right.$, զ. $\left[\begin{array}{l} 10-11x=x-14 \\ -x^2+6x-8=0 \end{array}\right.$։

192. ա. $\left[\begin{array}{l} x+2>2x \\ x-3>1-5x \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x-1<3x-2 \\ 1+2x<4x-3 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} 2x-6>3-x \\ 5x+2<2x+1 \end{array}\right.$,

դ. $\left[\begin{array}{l} 8x-3\le x-1 \\ 1-6x\le x-2 \end{array}\right.$, ե. $\left[\begin{array}{l} 10x+4\ge 3x-3 \\ 7-4x>2x+1 \end{array}\right.$, զ. $\left[\begin{array}{l} 2x-2<7x+3 \\ 4x+3<x+7 \end{array}\right.$։

193. ա. $\left[\begin{array}{l} x^2<0 \\ x+3=1-7x \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x^2\le 0 \\ x^2-3x=1-7x \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} 2x^2-3x=x \\ x^2\ge 4 \end{array}\right.$,

դ. $\left[\begin{array}{l} x^2<9 \\ x^2+1=10 \end{array}\right.$, ե. $\left[\begin{array}{l} x^2\le 25 \\ x^2-5x=0 \end{array}\right.$, զ. $\left[\begin{array}{l} x^2>1 \\ x^2=x \end{array}\right.$։

194. ա. $\left[\begin{array}{l} x^2<9 \\ x^2<4 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x^2>3 \\ x^2\ge 3 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x^2>16 \\ x^2=16 \end{array}\right.$,

դ. $\left[\begin{array}{l} x^2>81 \\ x^2<81 \end{array}\right.$, ե. $\left[\begin{array}{l} x^2>100 \\ x^2=121 \end{array}\right.$, զ. $\left[\begin{array}{l} x^2<144 \\ x^2=625 \end{array}\right.$։

195. ա. $\left[\begin{array}{l} x^2-9x+14<0 \\ x^2-9x=-2x \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} -x^2+3x-7>0 \\ x^2+4=3-2x^2 \end{array}\right.$,

գ. $\left[\begin{array}{l} x^2-10x+30\le 10+2x \\ x^2-10x+10\ge x \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} -x^2+6x-10\ge -5x \\ x^2-20x+50\le 2x-35 \end{array}\right.$։

196.ա. $\left[\begin{array}{l} x^2-2x+6>0 \\ x^2-x-90>0 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x^2-6x-40>0 \\ x^2-25x+308<0 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} 3x^2-4x-4>0 \\ 5x-2>0 \end{array}\right.$,

դ. $\left[\begin{array}{l} x-1\le 0 \\ 0,1x^2-x+1<0 \end{array}\right.$, ե. $\left[\begin{array}{l} x^2-21x+110<0 \\ x^2-22x+120>0 \end{array}\right.$, զ. $\left[\begin{array}{l} x^2-0,3x+0,03\ge 0 \\ x^2--0,01\le 0 \end{array}\right.$:

197. ա. $\left[\begin{array}{l} x^2-3x+2=0 \\ x^2-3x+2<0 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x^2+4x-5=0 \\ x^2+4x-5>0 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x^2-10x>0 \\ x^2-6x-7=0 \end{array}\right.$,

դ. $\left[\begin{array}{l} x^2-9\le 0 \\ x^2-x-6=0 \end{array}\right.$, ե. $\left[\begin{array}{l} -x^2-11x-50>0 \\ x^2-x-6=0 \end{array}\right.$, զ. $\left[\begin{array}{l} x^2+1\le 0 \\ x^2-2x-24>0 \end{array}\right.$:

198-199. Արդյո՞ք համարժեք են բանաձևերը:

198. ա. $\left[\begin{array}{l} x<0 \\ x^2>0 \end{array}\right.$ և $\left[\begin{array}{l} x>0 \\ x^2<0 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x>0 \end{array}\right.$ և $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x>0 \end{array}\right.$,

գ. $\left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=4 \end{array}\right.$ և $\left[\begin{array}{l} x^2-3x+2=0 \\ x^2+3x+2=0 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} x^2-x=0 \\ x^2=9 \end{array}\right.$ և $\left[\begin{array}{l} x^2-3x=0 \\ x^2+2x-3=0 \end{array}\right.$:

199. ա. $\left[\begin{array}{l} x^2+3x+2<0 \\ x^2+4x+1<x-1 \end{array}\right.$ և $x^2+3x+2\le 0$,

բ. $\left[\begin{array}{l} x^2+9x+20>0 \\ x^2+2x=0 \end{array}\right.$ և $x^2+10x+10>x-10$,

գ. $\left[\begin{array}{l} 2x^2-11x+28\ge 0 \\ x^2-7x=0 \end{array}\right.$ և $\left[\begin{array}{l} x^2-11x+28\le 0 \\ x^2-8x=0 \end{array}\right.$,

դ. $\left[\begin{array}{l} 2x^2-5x+3\le 0 \\ x^2-11x+10=0 \end{array}\right.$ և $\left[\begin{array}{l} x^2-2,5x+1,5\le 0 \\ x^2-10x+5=0 \end{array}\right.$:

200-206. Լուծեք համակարգը.

200. ա. $\begin{cases} 2x+3>0 \\ x^2=1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 3x+4\le 13 \\ x^2=9 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} 64x+4\ge x-1 \\ x^2=25 \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} x^2 < 4 \\ x^2 + 2x = 0 \end{cases}$, ե. $\begin{cases} x^2 \geq 16 \\ 7x^2 - 4x = -45x \end{cases}$, զ. $\begin{cases} x^2 \leq 20 \\ x^2 - 3{,}5x = 0 \end{cases}$:

201. ա. $\begin{cases} x^2 \leq 81 \\ x \geq 9 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2 > 16 \\ x^2 < 100 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x^2 \geq 7 \\ x^2 < 3 \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} x^2 < 1 \\ x^2 < 4 \end{cases}$, ե. $\begin{cases} x^2 < 9 \\ x^2 \geq 4 \end{cases}$, զ. $\begin{cases} x^2 \geq 100 \\ x^2 \leq 25 \end{cases}$:

202. ա. $\begin{cases} 41x^2 - 25x - 15 < 0 \\ x^2 - x = 0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 51x^2 - 15x - 36 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 121x^2 - 118x - 3 > 0 \\ x^2 + x = 0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 147x^2 - 138x - 9 < 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{cases}$:

203. ա. $\begin{cases} x^2 - 10x + 16 > 0 \\ x^2 - 20x + 99 > 0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2 - 4 \leq 0 \\ x^2 - 3x - 10 < 0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 > 0 \\ x^2 - 11x + 18 < 0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x^2 - 7x \leq 0 \\ x^2 - 11x + 10 \geq 0 \end{cases}$:

204. ա. $\begin{cases} x^2 - 10x + 26 > 0 \\ x^2 - 5x - 50 > 0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2 + 1 \leq 0 \\ x^2 - x - 110 < 0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2 - 6x - 40 > 0 \\ x^2 - 21x + 38 < 0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x^2 - 7x \leq 0 \\ -x^2 - 0{,}1x - 1 \geq 0 \end{cases}$:

205. ա. $\begin{cases} 3x^2 - x - 2 > 0 \\ 5x - 6 > 0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x + 1 \leq 0 \\ 0{,}4x^2 - x - 50 < 0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2 - 6x + 9 > 0 \\ 4x + 32 < 0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x^2 - 7x \leq 0 \\ -x^2 - 2x + 63 \geq 0 \end{cases}$:

206. ա. $\begin{cases} -x^2 - 11x - 50 > 0 \\ x^2 - x - 6 > 0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2 - 4 \leq 0 \\ x^2 - 0{,}2x - 24 < 0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} -x^2-0{,}6x-0{,}1>0 \\ x^2-21x<0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x^2-x\le 0 \\ -x^2-0{,}1x-0{,}0026\ge 0 \end{cases}$:

207-209. Արդյո՞ք համարժեք են բանաձևերը:

207. ա. $\begin{cases} x\in(1,4) \\ x^2<9 \end{cases}$ և $\begin{cases} x\in(0,3) \\ x^2>1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x\in[2,5] \\ x^2<16 \end{cases}$ և $\begin{cases} x\in[2,4) \\ x^2\le 16 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 3<x\le 7 \\ x^2\ge 16 \end{cases}$ և $\begin{cases} x^2\le 49 \\ 4\le x<11 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} -1\le x<6 \\ x^2>4 \end{cases}$ և $\begin{cases} x\in(2,8) \\ x^2<36 \end{cases}$:

208. ա. $\begin{cases} x<0 \\ x^2>0 \end{cases}$ և $x<0$, բ. $\begin{cases} x^2=4 \\ x<0 \end{cases}$ և $\begin{cases} \left(\sqrt{x}\right)^2=2 \\ x+2=0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2>9 \\ x<0 \end{cases}$ և $\begin{cases} x^2>16 \\ x<-3 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x^2\le 16 \\ x>0 \end{cases}$ և $\begin{cases} x^2\le 4 \\ x>0 \end{cases}$:

209. ա. $\begin{cases} x^2-3x+2<0 \\ x^2>1 \end{cases}$ և $\begin{cases} x^2-6x+5<0 \\ x^2<4 \end{cases}$,

բ. $\begin{cases} x^2-6{,}6x+6{,}05>0 \\ x\in Z \end{cases}$ և $\begin{cases} x^2-5x+4<0 \\ x^2-5x+6<0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2-4x+3<0 \\ x\in Z \end{cases}$ և $\begin{cases} x^2-5x+6\le 0 \\ x\in Z \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} x^2-6x+6>0 \\ x\in Z \end{cases}$ և $\begin{cases} x^2-7x+6>0 \\ x\in Z \end{cases}$:

210. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը ունի լուծում.

ա. $\begin{cases} x^2-x\le 0 \\ 3x-5a>1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 3x-x^2>0 \\ -a+x\le 3 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2-4x+3=0 \\ 1+x\ge 8a \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 2x^2-x-1=0 \\ 2a-x\ge 0{,}5 \end{cases}$:

211. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը լուծում չունի.

ա. $\begin{cases} x^2+3x+2<0 \\ 2x+1\geq a \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 5-3x-2x^2=0 \\ 3a+x<4 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2-5x+6\leq 0 \\ a\geq x \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 2x^2-x-1=0 \\ 2a-x\geq 0{,}5 \end{cases}$:

212. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը ունի միակ լուծումը.

ա. $\begin{cases} x^2-3x\leq 0 \\ 4x-3a\geq 1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} 2-x-3x^2\geq 0 \\ a+6x\leq 0 \end{cases}$,

բ. $\begin{cases} 2x^2-x-1=0 \\ 3x-a<0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 2x^2-x-1<0 \\ -a+3x<0 \end{cases}$:

213. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում հավասարումն ունի տարբեր նշանի արմատներ.

ա. $(a-1)x^2-3x+a^2-4a=0$, բ. $(2a+1)x^2-ax+a^2+5a+4=0$:

214. Արդյո՞ք համարժեք են բանաձևերը.

ա. $\begin{cases} |x|-1<0 \\ x\geq 0 \end{cases}$ և $\sqrt{x}-1<0$, բ. $x^2-6|x|+5=0$ և $\left[\begin{array}{l} x^2=25 \\ |x|=1 \end{array}\right.$,

գ. $\begin{cases} x^2\leq 16 \\ x\in N \end{cases}$ և $\begin{cases} x^2\leq 17 \\ x\in N \end{cases}$, դ. $\left[\begin{array}{l} x^2+x-2=0 \\ x^2-x-2=0 \end{array}\right.$ և $\begin{cases} x^2\leq 4 \\ x\in Z \end{cases}$:

215-219. Լուծեք անհավասարումը.

215. ա. $\frac{1}{x}<0$, բ. $\frac{1}{x}<1$, գ. $\frac{1}{x}<x$, դ. $\frac{1}{x}>x$:

216. ա. $\frac{1}{x}\leq\frac{2}{x}$, բ. $-x\geq\frac{3}{x}$, գ. $1\leq\frac{1}{x^2}$, դ. $\frac{1}{x}<\frac{1}{x^2}$:

217. ա. $\frac{1}{x}<\frac{1}{x+1}$, բ. $\frac{3}{2x-1}+\frac{x}{1-x}\leq 0$,

գ. $\frac{2}{x}-\frac{3}{x-1}>1$, դ. $\frac{6x}{3x+2}-\frac{5x}{3x+3}\geq 1$:

218. ա. $2+\frac{1}{x}\geq\frac{1}{x+2}$, բ. $x\geq\frac{4}{4-x}$,

գ. $\dfrac{x+1}{x-2}\geq 4$, դ. $x+1\geq \dfrac{1}{1-x}$:

219. ա. $\dfrac{x^2-3x+2}{x-3}<0$, բ. $\dfrac{x^2-6x-7}{x+2}\leq 0$,

գ. $\dfrac{x^2-6x+8}{x-5}>0$, դ. $\dfrac{x^2+7x+6}{x+11}\geq 0$:

220. ա. $\dfrac{2x^2+x-6}{x^2+3x+2}\geq 2$, բ. $\dfrac{3x^2-19x+30}{6x^2-5x-1}\leq \dfrac{1}{2}$,

գ. $\dfrac{2x^2+5x-3}{x^2+5x+6}<1$, դ. $\dfrac{6x^2+7x+2}{3x^2+8x+4}>2$:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

221. Միևնույն աշխատանքը բանվորներից մեկը 1 օրով ավելի դանդաղ էր կատարում, քան մյուսը: Քանի՞ օրում էր կատարում աշխատանքը յուրաքանչյուր բանվոր, եթե երկուսով միասին այդ աշխատանքը կատարելու համար ծախսում էին 6 օրից ոչ ավելի:

222. Խողովակներից մեկը ջրավազանը լցնում էր 1 ժամով ավելի շուտ, քան մյուսը դատարկում: Քանի՞ ժամում էր լցնում ջրավազանը առաջին խողովակը, եթե երկուսը միաժամանակ բացելու դեպքում ջրավազանի կեսը լցվում էր ոչ ուշ, քան 6 ժամում:

223. Միևնույն աշխատանքը բանվորներից մեկը 1 օրով ավելի դանդաղ էր կատարում, քան մյուսը: Քանի՞ օրում էր կատարում աշխատանքը յուրաքանչյուր բանվոր, եթե երկուսով միասին այդ աշխատանքը կատարելու համար ծախսում էին 6 օրից ոչ ավելի:

224. Դպրոցն ուներ 230, իսկ իններորդ դասարանը՝ 22 աշակերտ: Դպրոցի ուղղանկյունաձև դահլիճի շարքերի թիվը մեկով պակաս էր յուրաքանչյուր շարքում տեղերի թվից: Երբ հաշվեցին առաջին 11 շարքերը, տեսան, որ նրա տեղերի թիվը բավական չէ դպրոցի բոլոր աշակերտների համար: Իսկ երբ տեղավորվեցին միայն իններորդ դասարանցիները, ապա դահլիճում առնվազն 18 շարք դեռևս ազատ էր: Արդ՝ որոշեք դահլիճի տեղերի թիվը:

225. 10 տոննա բեռ տեղափոխելու համար պահանջվեցին որոշ բեռնատարողությամբ ավտոմեքենաներ: Պահանջվող տարողությամբ մեքենաներ չկային: Եթե ուղարկեին պահանջվածից 3000 կգ -ով ավելի բեռնատարողությամբ ավտոմեքենաներ, ապա կուղարկեին պահանջվածից առնվազն 2 –ով պակաս, իսկ եթե ուղարկեին պահանջվածից 1000 կգ -ով պակաս բեռնատարողությամբ ավտոմեքենաներ, ապա կուղարկեին պահանջվածից առնվազն 4 -ով ավելի: Քանի՞ ավտոմեքենա պետք է ուղարկեին:

226. Հավաբուծարանում վաճառեցին որոշ թվով հավեր՝ յուրաքանչյուր հավ այնքան

դրամով, ինչքան հավ էր վաճառվել, և ստացված գումարը դեռևս 2 միլին 250 հազար չէր կազմում: Մյուս անգամ վաճառեցին դրա կեսի չափ, յուրաքանչյուրը հազար դրամով և ստացան 754 հազար դրամից ավելի: Սկզբում քանի՞ հավ վաճառեցին:

227. Գնացքը պետք է անցներ 840 կմ: Ճանապարհի առաջին կեսը նախատեսված արագությամբ անցնելուց հետո նա 30 րոպես դադար տվեց և արագությունը նախատեսվածից 2 կմ/ժ ավելացնելով՝ գրաֆիկից չուշացավ: Գտեք նախատեսված արագությունը, եթե մի ուրիշ անգամ այդ արագությամբ շարժվելով՝ ծախսել էր 22 ժամից ոչ պակաս և դեռ 8 կմ մնացել էր անցնելու:

ԲՐԲՐԱՇԱՐԺ

228. (Դ. Պոյա): Միևնույն աշխատանքը Թոմը կարող է կատարել 3 ժամում, Դիքը՝ 4 ժամում, Հարրին՝ 6 ժամում: Քանի՞ ժամում նրանք այդ աշխատանքը կկատարեն միասին (ենթադրվում է, որ նարանք իրար չեն խանգարում):

229. (Դ. Պոյա): Ինքնաթիռը անքամի եղանակով թռչելով կարող է ժամում անցնել 220 մղոն: Նրա բաքում բենզինի քանակությունը նախատեսված է 4 ժամի համար: Ինչքա՞ն կարող է հեռանալ ինքնաթիռը թռիչքի վայրից, որպեսզի կարողանա հետ վերադառնալ, եթե ամբողջ թռիչքի ընթացքում թռիչքի սկզբնական ուղղությամբ փչում է 20 մղոն/ժամ արագությամբ քամի:

230. Գտեք սխալը:

$$\begin{cases} x \le 2 \\ x^2 \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ \left[\begin{array}{l} x \ge 1 \\ x \le -1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \le 2 \\ x \ge 1 \end{cases} \\ x \le -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \le x \le 2 \\ x \le -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1] \cup [1,2]:$$

231. Քանի՞ սխալ է թույլ տրված.

ա. $x^2 < 4 \Rightarrow x < \pm 2 \Rightarrow x < 2 \Rightarrow x < 4$,

բ. $x^2 < 4 \Rightarrow x < \pm 2 \Rightarrow x < -2 \Rightarrow x < 4$:

ՍՈՒԹՅՈՒՆ

232-234. Լուծեք համախումբը.

232.ա. $\left[\begin{array}{l} x \in (-1, 0) \\ 0 \le x < 1 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} |x| < 2 \\ x - 1 \ge 1 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} \sqrt{x} < 3 \\ \sqrt{-x} > 0 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} \sqrt{x} > 4 \\ |x| \le 16 \end{array}\right.$:

233.ա. $\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x} < 0 \\ \sqrt{x} > 1 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x} < 1 \\ |x| \le 1 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} \frac{1}{x} > 2 \\ \frac{1}{x} > 3 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} \frac{1}{|x|} > 1 \\ \sqrt{x} \le 0 \end{array}\right.$:

234.ա. $\left[\begin{array}{l} x^4-5x^2+4=0 \\ |x|<2 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x^2-7|x|+12=0 \\ x^2-7x+12<0 \end{array}\right.$,

գ. $\left[\begin{array}{l} x-5\sqrt{x}+4=0 \\ x^2-17x+16<0 \end{array}\right.$, դ. $\left[\begin{array}{l} |x|-6\sqrt{x}+8=0 \\ x^2-20x+64<0 \end{array}\right.$:

235-237. Լուծեք համակարգը.

235.ա. $\begin{cases} x\in(-2,3) \\ x\in(-3,2) \end{cases}$, բ. $\begin{cases} |x|<6 \\ 7x+11>-3 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} \sqrt{x}>2 \\ x^2<36 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} |x|>5 \\ \sqrt{x}>2 \end{cases}$:

236.ա. $\begin{cases} \sqrt{x}>7 \\ x^2\le 2500 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}<2 \\ \dfrac{1}{x}<3 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}<\dfrac{1}{x+1} \\ \sqrt{x}\ge 1 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} \dfrac{2}{|x|}<1 \\ x^2\le 4 \end{cases}$:

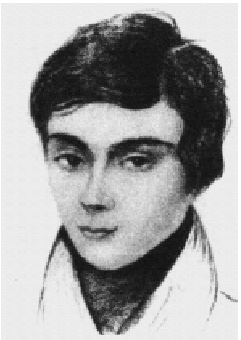
237.ա. $\begin{cases} x^4-8x^2+7=0 \\ |x|\le 2{,}8 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2-11|x|+10=0 \\ x^2+11x+10>0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x-13\sqrt{x}+30=0 \\ x^2+3x\le 0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} |x|-2\sqrt{x}-8=0 \\ x^4-5x^2+4>0 \end{cases}$:

§6 ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ

1. Պատմական տեղեկություններ: Քառակուսային հավասարումների լուծումը կապված է եղել տրված մակերեսով քառակուսու տեսք ունեցող հողամասի երկարությունը գտնելու և աստղաբաշխական զանազան հաշվարկներ կատարելու խնդիրների հետ: Նման հարցեր լուծվել են դեռևս Բաբելոնացիների կողմից, մեր թվարկությունից առաջ: Երրորդ դարում հույն մաթեմատիկոս Դիոֆանտը տրված երկու թվերի գումարը և արտադրյալը իմանալով կարողացել է գտնել այդ թվերը: Խնդրի լուծումը հանգում է քառակուսային հավասարման, որի լուծումը ընդհանուր դեպքում նրան, իհարկե, հայտնի չէր: Սակայն Դիոֆանտը, ելնելով տրված թվերից, անհայտների համար հնարամիտ նշանակումների միջոցով խնդիրը հանգեցնում է թվից քառակուսի արմատ հանելու խնդրին: Հայտնի է 12 –րդ դարի հնդիկ մաթեմատիկոս Բխասկարայի մի խրախճանակը, որի լուծումը նույնպես հանգում է քառակուսային հավասարման: Վերջինս լուծելու համար Բխասկարան օգտվել է փոխարինման մեթոդից: Քառակուսային հավասարումների լուծման եղանակներ են նկարագրվում Ալ-Խորեզմի մոտ, սակայն դրանցում տառային նշանակումները բացակայում են, որի պատճառով համապատասխան փաստերը ունեն նկարագրական, երկարաշունչ տեսք: Եվ միայն 16 –րդ դարում ֆրանսիացի մաթեմատիկոս Վիետը կարողացավ գործածել տառային նշանակումները, որոնց միջոցով էլ նա ստացավ քառակուսային հավասարումների լուծման բանաձևերը, գտավ նաև նրա արմատների և գործակիցների կապերը, որոնք անվանվեցին իր անունով՝ Վիետի բանաձևեր: Իսկ քառակուսային հավասարումների գրառման վերջնական՝ ժամանակակից տեսքը կատարվել է Դեկարտի և Նյուտոնի կողմից: Մեկ անհայտով հավասարումների լուծման խնդիրը եղել է հետագա բոլոր խոշորագույն մաթեմատիկոսների ուշադրության կենտրոնում: Եվ միայն ֆրանսիացի հանճարեղ մաթեմատիկոս Էվարիստ Գալուային հաջողվեց գտնել հարցի վերջնական լուծումը:

2. Էվարիստ Գալուա: Ֆրանսիացի հանճարեղ մաթեմատիկոս Էվարիստ Գալուան ծնվել է Փարիզի մոտակայքում գտնվող Բուրլ-լա-ռեն քաղաքում, 1811 թ. նոյեմբերի 26 –ին: Նրա մաթեմատիկական բացառիկ ընդունակություն-



ները իհայտ եկան երբ նա տասնհինգ տարեկան էր: Սովորելով քոլեջում դասավանդվող տարրական մաթեմատիկան՝ նա ձեռնամուխ եղավ ժամանակակից խոշորագույն մաթեմատիկոսների աշխատությունների ուսումնասիրությանը: Ոչ մաթեմատիկական դասերը նրան չէին հետաքրքրում, մաթեմատիկայի դասերի նյութը վաղուց էր յուրացրել: Ընկերների հետ քիչ էր շփվում. ամենուրեք մտածում էր մաթեմատիկայի մասին: Գնահատականների մեջ անկեղծ էր ու կտրուկ, չէր սիրում կեղծիքը: Բնությունն էլ օժտել էր անսահման տաղանդով: Այնպես որ, ընկերների նախանձը լիովին հիմնավոր էր: Եվ նրանք առիթը բաց չէին թողնում նեղելու իրենց «հանճարին»: Դեռևս շատ տարիներ կային քոլեջն ավարտելու, երբ նա «Մաթեմատիկայի վերլուծություններ» ժամանակի լավագույն ամսագրում տպագրեց իր մի աշխատանքը, որ պատիվ կբերեր ցանկացած մաթեմատիկոսի: Այդ ժամանակի մաթեմատիկոսների առջև կանգնած մեծագույն պրոբլեմը այնպիսի բանաձևի հայտնաբերումն էր, որը հնարավորություն կտար հավասարման արմատները արտահայտել նրա գործակիցների միջոցով: Նման բանաձև դուք գիտեք քառակուսային հավասարումների համար: Երրորդ և չորրորդ աստիճանի հավասարումների համար համապատասխան բանաձևերը երեք դար առաջ ստացել էին իտալացի մաթեմատիկոսները: Եվ ժամանակի մեծագույն մաթեմատիկոսները համոզված էին, որ իրենց կհաջողվի գտնել նման բանաձև նաև կամայական աստիճան ունեցող հավասարման համար: Եվ ապշեցուցիչ է, որ ընդամենը քոլեջի մի ուսանող պետք է պատասխաներ առաջադրված հարցին: Եվ պատասխանն էլ՝ բացասական էր. նման բանաձև գոյություն չունի: Սակայն ավելի ապշեցուցիչ էր մեթոդը, որով լուծվել էր ժամանակի դժվարագույն խնդիրը: Այն հենվում էր մի մաթեմատիկայի նյութի վրա, որն ի հայտ պետք է գար ավելի քան կես դար հետո և որը դեռևս ունակ չէին հասկանալու ժամանակակից մաթեմատիկոսները: Եվ պատահական չէ, որ Փարիզի ակադեմիա ուղարկած Գալուայի մի աշխատանքը հետ է վերադարձվում նրա առաջին էջի վրա գրված լակոնիկ մակագրությամբ. «անհասկանալի է»: Քոլեջի աշակերտի ակադեմիա ուղարկած մյուս աշխատանքները «կորչում» են նշանավոր մաթմատիկոսների թղթերի արանքում: Իհարկե, Գալուան հասկանում է իր հայտնագործության նշանակությունը: Եվ ժամանակակից մաթեմատիկոսների լռությունը, ընկերների նախանձը նրան դարձնում են լռակյաց, մտահոգ և դյուրաբորբոք: Քոլեջն ավարտելուց հետո երկու անգամ նա ձախողվում է Փարիզի գլխավոր բարձրագույն՝ Պոլիտեխնիկական դպրոցի ընդունելության քննությունների ժամանակ: Գալուան զբաղվում է քաղաքականությամբ, դառնում հանրապետական, որի համար ընկնում է բանտ: Ի վերջո, քաղաքական հակառակորդները նրան ներքաշում են մի մենամարտի մեջ, որի ելքը նախապես վճռված էր: Եվ գիտությունը կորցնում է հավանաբար երբևէ ապրած ամենամեծ հանճարին, որի քսանմեկ տարին դեռ չէր բոլորել. դա տեղի ունեցավ 1832 թ. մայիսի 30 -ին: Գալուայի աշխատանքներում ոչ միայն լուծվեց ժամանակի խոշորագույն պրոբլեմը, այլև հիմք դրվեց ժամանակակից հանրահաշվի ու մաթեմատիկայի այլ կարևորագույն բնագավառների:

3. Լրացուցիչ վարժություններ:

238. Գտեք հավասարման արմատները.

ա. $10x^2-3x-1=0$, բ. $3x^2+2x-8=0$,

գ. $3x^2+11x+6=0$, դ. $4x^2-17x-15=0$:

239. Ապացուցեք, որ եթե քառակուսային հավասարման գործակիցների գումարը հավասար է զրոյի, ապա նրա արմատներից մեկը հավասար է 1 -ի:

240. Որոշեք եռանդամի նշանը՝ կախված փոփոխականի արժեքներից.

ա. x^2-x+9, բ. $0{,}4x^2-5x-20$, գ. $-x^2-4x-4{,}1$, դ. $-7x^2-8x-3$:

241. Գտեք x -ի այնպիսի արժեք, որի դեպքում եռանդամը ընդունի դրական արժեք.

ա. x^2+2x-1, բ. $7x^2-10x+4$, գ. $-x^2-2x+5$, դ. $4x^2-3x-370$:

242. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $x^2-8x+16>0$, բ. $-11x^2+3x+90<0$,

գ. $ax^2+bx_1+c\geq 0$,

դ. $-0{,}2x^2-10x+175<0$,

ե. $2x^2-2x-7>x^2+5x-17$,

զ. $x(x-1)<0$,

է. $(x-2)(x+1)>x+1$,

ը. $(x+3)^2>2x^2+9$,

թ. $2x^2-3x+4>x^2+2x-2$:

243. b-ի ինչպիսի՞ արժեքների դեպքում հետևյալ անհավասարումները տեղի ունեն x փոփոխականի բոլոր արժեքների դեպքում (գրեք պայմանները).

ա. $bx^2+12x-5<0$,

բ. $(b+3)x^2-5x-4<0$,

գ. $x^2+(b+2)x+8b+1>0$,

դ. $x^2+2(b+1)x+9b-5>0$,

ե. $(b+1)x^2-2(b-1)x+3b-3<0$,

զ. $(5-b)x^2-2(1-b)x+2(1-b)<0$,

է. $(b-2)x^2+2(2b-3)x+5b-6>0$,

ը. $(4-b)x^2+3x+b+4>0$,

թ. $(b^2+4b-5)x^2-2(b+1)x+3>0$,

ժ. $(b^2+6b-4)x^2-2(b+1)x+2<0$:

244. Լուծեք ոչ խիստ անհավասարումը.

ա. $x^2+11x-8\geq 4$,

բ. $-3x^2+4\geq 0$,

գ. $4x^2-8x\leq 12$,

դ. $1+2x\leq x^2-79$,

ե. $-2x^2+2x-16\leq -10x$,

զ. $2x^2+1\leq 10x+73$:

245. b-ի ինչպիսի՞ արժեքների դեպքում հետևյալ բանաձևի լուծումներ են փոփոխականի բոլոր արժեքները (գրեք միայն պայմանները).

ա. $bx^2+12x-5\leq 0$,

բ. $(b+3)x^2-5x-4\leq 0$,

գ. $x^2+(b+2)x+8b+1\geq 0$,

դ. $x^2+2(b+1)x+9b-5\geq 0$,

ե. $(b+1)x^2-2(b-1)x+3b-3\leq 0$,

զ. $(5-b)x^2-2(1-b)x+2(1-b)\leq 0$,

է. $(b-2)x^2+2(2b-3)x+5b-6\geq 0$,

ը. $(4-b)x^2+3x+b+4\geq 0$,

թ. $(b^2+4b-5)x^2-2(b+1)x+3\geq 0$,

ժ. $(b^2+6b-4)x^2+2(b-1)x+2\leq 0$:

246. Գտեք անհավասարում և ոչ խիստ անհավասարում, որոնք ունենան ճիշտ m հատ բնական և n հատ բացասական ամբողջ լուծումներ, որտեղ.

ա. $m=1,\ n=0$,

բ. $m=0,\ n=1$,

գ. $m=1,\ n=1$,

դ. $m=2,\ n=0$,

ե. $m=2,\ n=2$,

զ. $m=5,\ n=10$:

247. Ուղղանկյունաձև դահլիճն ուներ 62 շարք: Երբ նրա շարքերի թիվը պակասեցրին այնքանով, ինչքան յուրաքանչյուր շարքում տեղերի թիվն էր, դահլիճի տեղերի ընդհանուր թիվը մնաց 960 -ից ավելի: Սկզբում քանի՞ տեղ կար դահլիճում:

248. Եթե ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի մեջ $a>0$, ապա եռանդամի արժեքները վերևից սահմանափակ չեն, այսինքն՝ եռանդամը կարող է ընդունել ցանկացած թվից մեծ արժեք: Ապացուցեք:

249. Եթե ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամի մեջ $a<0$, ապա եռանդամի արժեքները ներքևից սահմանափակ չեն, այսինքն՝ եռանդամը կարող է ընդունել

ցանկացած թվից փոքր արժեք: Ապացուցեք:

250. Գտեք x փոփոխականի այնպիսի արժեք, որի համար x^2+3x-7 եռանդամի արժեքը մեծ է .

ա. -10 -ից, բ. 0-ից, գ. 100 -ից, դ. 1000 -ից:

251. Գտեք x փոփոխականի այնպիսի արժեք, որի համար $-x^2+100x+100$ եռանդամի արժեքը փոքր է .

ա. 101 -ից, բ. 100 -ից, գ. 0 -ից, դ. -100 -ից:

252. Ապացուցեք, որ քառակուսային եռանդամի արժեքները վերևից սահմանափակ չեն.

ա. $7x^2-10x$, բ. $(a^2+1)x^2-100x-90$,

գ. $2x^2+7x-100$, դ. $(2a^2+3)x^2-0{,}1x+2$:

253. Ապացուցեք, որ քառակուսային եռանդամի արժեքները ներքևից սահմանափակ չեն.

ա. $10x+3-7x^2$, բ. $(-a^2-1)x^2-100x-90$,

գ. $-8x^2+x-20$, դ. $(-0{,}1a^2-0{,}01)x^2-10x+5$:

254. Ապացուցեք, որ p թվի կամայական արժեքի դեպքում.

ա. $2p^2+5p+4>0$, բ. $-p^2+3p-3<0$:

255. Ապացուցեք, որ հաստատուն ներքնաձիգով ուղղանկյուն եռանկյուններից ամենամեծ մակերեսն ունի հավասարասրուն եռանկյունը:

256. Տրված են մի քանի եռոտանի սեղաններ և հայտնի է, որ դրանց բոլորի եզրագծերը հավասար են: Կարո՞ղ ենք ասել, որ այդ սեղանների մակերեսների պատրաստման համար հավասար քանակությամբ փայտ է ծախսվել:

257-259. Լուծենք հավասարումը:

257. ա. $4+\frac{x+11}{x^2-1}=\frac{x-1}{x+1}+\frac{3x+21}{x+1}$, բ. $5+\frac{39}{2x+1}=\frac{3x}{2x-1}-\frac{45}{1-4x^2}$,

գ. $\frac{14}{x^2-9}+\frac{4-x}{x+3}+\frac{1}{3-x}=\frac{7}{x+3}$, դ. $\frac{7}{x+1}+\frac{3x^2-38}{x^2-1}=\frac{x+4}{2(x+2)}$:

258. ա. $\frac{30}{x^2-1}=\frac{7+18x}{x^3-1}+\frac{13}{x^2+x+1}$, բ. $\frac{5}{x+1}=\frac{13}{x^3+1}-\frac{17x+10}{5x^2-5x+5}$,

գ. $\frac{1-2x}{x^3+1}+\frac{1}{x+1}=\frac{2}{x^2-x+1}$, դ. $\frac{1}{2x+2}+\frac{1}{x+2}=\frac{3}{x+3}$:

259. ա. $\frac{1}{4x+8}=\frac{20x+1}{4x^2-16}-\frac{7-5x}{x^2-4x+4}$, բ. $\frac{2}{x^2-4}-\frac{1}{x^2-2x}+\frac{x-4}{x^2+2x}=0$,

գ. $\dfrac{1}{x^3-x^2+x-1}-\dfrac{4}{x+1}=\dfrac{x^2+10x}{x^4-1}-\dfrac{4x^2+21}{x^3+x^2+x+1}$,

դ. $\dfrac{5}{x^2-4}-\dfrac{8}{x^2-1}=\dfrac{2}{x^2-3x+2}-\dfrac{20}{x^2+3x+2}$:

260. Հեծանվորդը հաստատուն արագությամբ պետք է անցներ 75կմ: Ճանապարհի 20% -ը նախատեսված արագությամբ անցնելով՝ մնացած մասի առաջին կեսում արագությունը նախատեսվածից 5 կմ/ժ -ով ավելացրեց, իսկ երկրորդ կեսում՝ նախատեսվածից 5 կմ/ժ -ով պակասեցրեց: Արդյունքում՝ տեղ հասավ կես ժամ ուշ: Որոշեք հեծանվորդի նախնական արագությունը:

261. Առաջին գյուղացու բանջարանոցը 280 մ^2 էր, իսկ երկրորդինը՝ 360 մ^2: Գյուղացիները սկսեցին փորել իրենց բանջարանոցները, և չնայած երկրորդ գյուղացին օրական 5 մ^2 - ով ավելի էր փորում, բայց և այնպես նա մեկ օր ուշ վերջացրեց փորելը: Օրական որքա՞ն էր փորում յուրաքանչյուր գյուղացին :

262-263. Լուծել համախմբերը և համակարգերը.

262.ա. $\left[\begin{array}{l} x^2-50x+49>0 \\ x^2-x-20>0 \end{array}\right.$, բ. $\left[\begin{array}{l} x^2-4\le 0 \\ x^2-9x-10<0 \end{array}\right.$, գ. $\left[\begin{array}{l} x^2-4x-5>0 \\ x^2-11x+10<0 \end{array}\right.$,

դ. $\left[\begin{array}{l} x^2-x\le 0 \\ x^2-9x-10\ge 0 \end{array}\right.$, ե. $\left[\begin{array}{l} x^2-1{,}1x+0{,}1>0 \\ x^2-2{,}1x+0{,}2<0 \end{array}\right.$, զ. $\left[\begin{array}{l} x^2-2{,}3x+1{,}32\le 0 \\ -x^2+2{,}4x-1{,}43>0 \end{array}\right.$:

263.ա. $\begin{cases} x^2-x-2>0 \\ 3x^2-6x-9=0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2-1\le 0 \\ x^2-x+0{,}09=0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2-4x-60=0 \\ x^2-7x<0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x^2-x=0 \\ -x^2-0{,}5x+5\ge 0 \end{cases}$:

264. Լուծեք անհավասարումը.

ա. $2-\dfrac{x-3}{x-2}>\dfrac{x-2}{x-1}$, բ. $3-\dfrac{2x-17}{x-5}<\dfrac{x-5}{x+2}$,

գ. $\dfrac{x^2-14x+45}{x^2-11x+30}>0$, դ. $\dfrac{x^2-6x+9}{x^2+105-22x}<0$:

265-267. Լուծեք անհավասարումը.

265.ա. $x^4-2x^2+1>0$, բ. $x^4-5x^2+4\le 0$,

գ. $x^4-25x^2+144\ge 0$, դ*. $x^4+x^3-x-1<0$:

266.ա. $x^2-7|x|+10>0$,	բ. $|x|^2+5|x|+4\le 0$,

գ. $(|x|+1)(x-3)\ge 0$,	դ. $(|x|-1)(x+3)<0$:

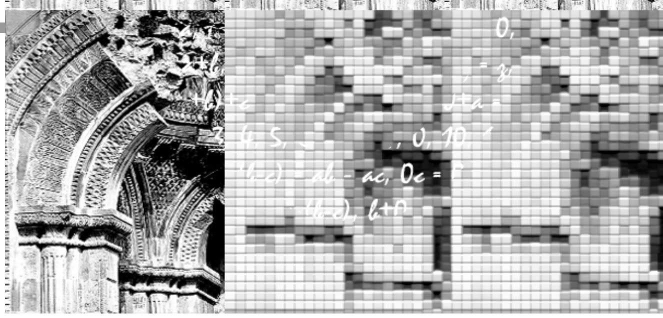
267.ա. $x-10\sqrt{x}+9<0$,	բ. $x+10\sqrt{x+1}+10>0$,

գ. $-x+13\sqrt{-x-5}+41\ge 0$,	դ. $(\sqrt{x}+1)(|x|-1)\le 0$:

268. Խողովակներից մեկը ջրավազանը լցնում էր 1 ժամով ավելի շուտ, քան մյուսը դատարկում: Քանի՞ ժամում էր լցնում ջրավազանը առաջին խողովակը, եթե երկուսը միաժամանակ բացելու դեպքում ջրավազանի կեսը լցվում էր ոչ ուշ, քան 6 ժամում:

269. Քառակուսաձև հողամասի մակերեսը 16 արից մեծ չէ: Երբ նրա տերը վաճառեց 20 մետր լայնությամբ և հողամասի կողմին հավասար երկարությամբ ուղղանկյունաձև մի հատված, մնացած մասը 8 արից պակաս չէր: Քանի՞ մետր էր հողամասի կողմը:

ԳԼՈՒԽ 22



§7 ՄԻ ՔԱՆԻ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆՈՎ ԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐ

1. Մի քանի փոփոխականով բազմանդամներ: Նախորդ դասերի ընթացքում մենք հանգամանորեն ուսումնասիրեցինք մեկ փոփոխականով բազմանդամները, որոնց միջոցով կարող ենք լուծել մեր առջև ծագած բազմաթիվ խնդիրներ: Կարևոր այլ խնդիրների լուծման համար մեզ անհրաժեշտ են մի քանի փոփոխականով բազմանդամները:

Բերենք մեկ օրինակ: Քաղաքացին x դրամը հանձնում է բանկ՝ տարեկան $y\%$ տոկոսադրույթով: Որքա՞ն կդառնա նրա գումարը երկու տարի հետո:

Համաձայն բարդ տոկոսների բանաձևերի երկու տարի հետո դարձած գումարը կլինի $x\left(1+\frac{y}{100}\right)^2$: Ստացված արտահայտության մասնակցում են x և y փոփոխականները, և այն այդ փոփոխականներով բազմանդամ է:

Որո՞նք են մի քանի փոփոխականներով բազմանդամները:

Դիտարկենք x, $-2ax^2$, $\frac{3xz^2}{2}$, $-\frac{4ax^6}{y}$ արտահայտությունները: Դրանցում բոլորը կազմված են թվերի և փոփոխականների բազմապատկման միջոցով, ընդ որում՝ առաջին երեքում փոփոխականի վրա բաժանման գործողություն չի կատարվում, իսկ չորրորդում կատարվում է բաժանում y փոփոխականի վրա: Առաջին երեք՝ x, $-2ax^2$, $\frac{3xz^2}{2}$ արտահայտությունները միանդամներ են:

Մի քանի փոփոխականով միանդամի սահմանումը

Մի քանի փոփոխականով միանդամը այն արտահայտությունն է, որի մեջ մասնակցում են միայն բազմապատկման և բաժանման գործողությունները, ընդ որում՝ փոփոխականի վրա բաժանում չի կատարվում:

Օրինակ. 2, x, $2x^2y$, $-5y^2z^2$, $0{,}4t$ արտահայտությունները միանդամներ են, իսկ $1+x$, $\frac{1}{x}$ արտահայտությունները միանդամներ չեն:

Մի քանի փոփոխականով միանդամները գումարելով կամ իրարից հանելով՝ մենք կստանանք մի քանի փոփոխականով բազմանդամները:

Մի քանի փոփոխականով բազմանդամի սահմանումը

Մի քանի փոփոխականով միանդամների հանրահաշվական գումարը կոչվում է մի քանի փոփոխականով բազմանդամ:

Օրինակ. $1+x+y-z$ արտահայտությունը $1, x, y, z$ միանդամների հանրահաշվական գումարն է: Հետևաբար այն մի քանի փոփոխականներով կամ՝ x, y, z փոփոխականներով բազմանդամ է: x և y փոփոխականներով բազմանդամներ են, օրինակ, $3x^2-0{,}1y$, $2+4x-y-3y^2$ արտահայտությունները: Իսկ x/y արտահայտությունը արդեն ո՛չ միանդամ է, և ո՛չ էլ բազմանդամ:

Միանդամները, որոնց հանրահաշվական գումարով ստացվում է բազմանդամը, կոչվում են այդ բազմանդամի ***անդամներ*** կամ ***գումարելիներ***: Օրինակ՝ $1+x+y-z$ բազմանդամի անդամներն են $1, x, y, z$ միանդամները:

Սահմանումից հետևում է, որ բազմանդամներ են նաև բոլոր միանդամները:

2. Բազմանդամի կատարյալ տեսքը: Արտահայտությունների հետ կատարվող գործողությունների հատկությունները թույլ են տալիս միևնույն բազմանդամը գրել իրեն հավասար այլ բազմանդամների տեսքով: Եվ բազմանդամների ուսումնասիրության մեջ մեր հաջողությունները մեծապես կախված են նրանցից, թե ինչ տեսքով են գրված դրանք: Հարցն այն է, թե իրար հավասար բազմանդամներից ո՞րն ենք ընտրում այդ բազմանդամի կիրառությամբ կոնկրետ խնդիրը դիտարկելիս: Բնական է սպասել, որ ինչքան պարզ տեսք ունենա բազմանդամը, այնքան ավելի հեշտ է նրա ուսումնասիրությունը: Նման պարզագույն տեսքը ունի հատուկ անվանում. այն կոչվում է բազմանդամի ***կատարյալ*** տեսք:

Մեր դիտարկումները սկսենք միանդամներից: Վերցնենք, օրինակ, $2xy^2x(-y)$ միանդամը: Պարզ է, որ

$$2xy^2x(-3y)=-6x^2y^3:$$

Ինչո՞վ են տարբերվում իրար հավասար (կարող ենք համարել՝ միևնույն) $2xy^2x(-3y)$ և $-6x^2y^3$ միանդամները: Սրանցից $2xy^2x(-3y)$ միանդամը պարունակում է միևնույն փոփոխականը պարունակող տարբեր արտադրիչներ. x փոփոխականը երկու անգամ է մասնակցում որպես արտադրիչ, նույնքան անգամ էլ՝ y փոփոխականն ու նրա y^2 աստիճանը: Միաժամանակ, առաջին միանդամը պարունակում է երկու թվային արտադրիչներ՝ 2 և -3: Այնինչ երկրորդ՝ $-6x^2y^3$ միանդամը պարունակում է միայն մեկ թվային արտադրիչ՝ -6, և յուրաքանչյուր փոփոխականը պարունակող միայն մեկ արտադրիչ: Պարզվում է, որ երկրորդ տեսքը տրված միանդամի համար ամենապարզն է: Նման տեսքը միանդամների ուսումնասիրության համար նաև լավագույնն է:

Միանդամի կատարյալ տեսքը

Եթե միանդամի գրառման մեջ մասնակցում է իր մեջ մտնող յուրաքանչյուր փոփոխականը պարունակող միայն մեկ արտադրիչ և նաև միայն մեկ թվային արտադրիչ, ապա այդ գրառումը կոչվում է միանդամի կատարյալ տեսք: Միանդամի թվային արտադրիչը նրա կատարյալ տեսքի մեջ սովորաբար գրվում է սկզբում և կոչվում է միանդամի գործակից:

Օրինակներ.

ա. $10x^2y^{11}$ միանդամը գրված է կատարյալ տեսքով, նրա գործակիցը 10 -ն է:

բ. $3ax^6ab^{11}$ միանդամը գրված չէ կատարյալ տեսքով:

Այժմ դիտարկենք $-5x^2y^5+2a+7x^2y^5$ բազմանդամը: Նրա $-5x^2y^5$ և $7x^2y^5$ գումարելիները իրարից տարբերվում են միայն գործակիցներով. առաջինի գործակիցն է -5, երկրորդինը՝ 5: Այդ գումարելիները տրված բազմանդամի ***նման*** անդամներ են:

Բազմանդամի նման անդամները

Բազմանդամի նման անդամներ են կոչվում նրա այն անդամները կամ գումարելիները, որոնք իրարից կարող են տարբերվել միայն գործակիցներով կամ արտադրիչների տեղերով:

Մասնավորապես, նման անդամներ են բազմանդամի թվային գումարելիները: Նման անդամի գաղափարը թույլ է տալիս մեզ սահմանելու նաև բազմանդամի կատարյալ տեսքը:

Բազմանդամի կատարյալ տեսքը

Եթե բազմանդամի գրության մեջ բոլոր միանդամները ունենն կատարյալ տեսք և, բացի այդ, չկան նման անդամներ, ապա բազմանդամի այդ տեսքը կոչվում է կատարյալ:

Նշենք, որ բազմանդամի կատարյալ տեսքի մեջ նրա 0 գործակցով գումարելիները չեն գրվում:

Օրինակներ.

ա. $1+2xy+3xzx^2$ գրությունը կատարյալ տեսքի չէ, քանի որ նրա $3xzx^2$ միանդամը կատարյալ տեսքի չէ:

բ. $-5x^6y+2xy+4x^6y$ գրությունը կատարյալ տեսքի չէ, քանի որ այն պարունակում է $-5x^6y$ և $4x^6y$ երկու նման անդամներ:

գ. $-x^6y+2xy$ գրությունն արդեն կատարյալ տեսքի է, քանի որ նրանում կան երկու՝ $-x^6y$ և $2xy$ միանդամներ, որոնք կատարյալ տեսք ունեն և, միաժամանակ, իրար նման չեն, այսինքն՝ բազմանդամը նման անդամներ չունի:

Ավելի հեշտ է ու նպատակահարմար գործ ունենալ բազմանդամի կատարյալ տեսքի հետ: Իսկ ինչպե՞ս բազմանդամը բերենք կատարյալ տեսքի:

Դիտարկենք $-5x^6y+2xy+4x^6y$ բազմանդամը: Օգտվելով գումարի տեղափոխական, զուգորդական և գումարի նկատմամբ արտադրյալի բաշխական օրենքներից՝ կստանանք՝

$$-5x^6y+2xy+4x^6y=-5x^6y+4x^6y+2xy$$

$$=(-5+4)x^6y+2xy=-x^6y+2xy:$$

Պարզ է, որ $-x^6y+2xy$ բազմանդամն ունի կատարյալ տեսք:

Այսպիսով՝ բազմանդամը կատարյալ տեսքի բերելու համար պետք է օգտվել գումարի տեղափոխական և զուգորդական օրենքներից և նման անդամները գրել իրար կողքի: Այնուհետև օգտվել գումարի նկատմամբ արտադրյալի բաշխական օրենքից և «միացնել» նման անդամները: Աիա այս ալգորիթմը ընդունված է անվանել ***նման անդամների միացում:***

Օրինակ. կատարենք նման անդամների միացում.

$$3+6xy^5-7x^5y+5+8x^5y+xy^5=$$
$$=(3+5)+\left(6xy^5+xy^5\right)+\left(-7x^5y+8x^5y\right)=8+7xy^5+x^5y:$$

Արժե նշել, որ նման անդամների միացում կատարելիս անհրաժեշտ է նախ տեսնել նման անդամները: Դա հատկապես մեծ ուշադրություն է պահանջում, երբ բազմանդամի մեջ մեծ է գումարելիների թիվը, և նման անդամներն էլ իրարից տարբերվում են արտադրիչների տեղերով:

3. ԲԱԶՄԱՆԴԱՄԻ ԱՍՏԻՃԱՆԸ: Մենք գիտենք, որ մեկ փոփոխականով բազմանդամների ուսումնասիրության մեջ կարևոր դեր է խաղում բազմանդամի աստիճանը: Այն կարևոր դեր ունի նաև մի քանի փոփոխականով բազմանդամների ուսումնասիրության մեջ: Իսկ ինչպե՞ս որոշենք մի քանի փոփոխականով բազմանդամի աստիճանը:

Նախ որոշենք միանդամի աստիճանը: Դիտարկենք $3ax^4z^2$ միանդամը: Նրա մեջ մտնում են երեք փոփոխականներ. a փոփոխականը՝ 1 աստիճանացույցով, x փոփոխականը, որի աստիճանացույցն է 4, և z փոփոխականը՝ 2 աստիճանացույցով: $3ax^4 z^2$ միանդամի աստիճան ասելով հասկանում ենք նրա մեջ մտնող փոփոխականների բոլոր նշված աստիճանացույցերի գումարը: Այսինքն՝ տրված միանդամի աստիճանն է 7:

Նույն կերպ է սահմանվում նաև կամայական միանդամի աստիճանը:

Միանդամի աստիճանի սահմանումը

Միանդամի աստիճան է կոչվում նրա մեջ մտնող բոլոր փոփոխականների աստիճանացույցերի գումարը: Եթե միանդամը փոփոխական չի պարունակում և զրո չէ, ապա նրա աստիճանը համարվում է զրոյի հավասար:

Օրինակներ.

ա. $3aaba$ միանդամի աստիճանը 4 է:

բ. $12y\cdot 3x^3 x$ միանդամի աստիճանը 5 է:

գ. $-x^3\left(-5y^2 x\right)^4 y^m$ միանդամի աստիճանը $15+m$ է:

Այստեղ կատարենք երկու կարևոր դիտողություն: Նախ՝ սահմանումից հետևում է, որ 0 միանդամին կամ թվին որևէ աստիճան չի վերագրվում:

Այնուհետև՝ եթե միանդամի մեջ մտնող որևէ տառի համար շեշտվում է, որ այն հաստատուն է, ապա, բնականաբար, միանդամի աստիճանը որոշելիս այդ տառի աստիճանացույցը հաշվի չի առնվում:

Օրինակ՝ $2a^2xy^3$ միանդամի աստիճանը 6 է, եթե ոչինչ չի ասվում a, x, y տառերի մասին: Բայց եթե նշենք, որ a -ն հաստատուն է, ապա $2a^2 xy^3$ միանդամի աստիճանը կլինի 4:

Այսպիսով՝ մենք գիտենք որոշել միանդամի աստիճանը: Իսկ բազմանդամի՞ աստիճանը ինչպես որոշենք: Վերցնենք, օրինակ, $-5+4xy-8x^4 y$ բազմանդամը: Այն ունի երեք անդամ: Առաջինը՝ -5 -ն ունի 0 աստիճան, երկրորդը՝ $4xy$ միանդամը, ունի 2 աստիճան, իսկ վերջինը՝ $8x^4 y$ միանդամը, ունի 5 աստիճան: Այս անդամներից ամենամեծ աստիճանը՝ 5, ունի տվյալ բազմանդամի $8x^4 y$ անդամը. հենց 5 -ն էլ համարվում է այդ բազմանդամի աստիճան: Այսինքն՝ $-5+4xy-8x^4 y$ բազմանդամի աստիճանը 5 է: Ահա այսպես է սահմանվում նաև կամայական բազմանդամի աստիճանը:

Մի քանի փոփոխականով բազմանդամի աստիճանը

Մի քանի փոփոխականով բազմանդամի աստիճան է կոչվում նրա կատարյալ տեսքի մեջ եղած ամենաբարձր աստիճան ունեցող անդամներից մեկի *աստիճանը:*

Օրինակներ.

ա. $3a^3a+b+3xy$ բազմանդամի աստիճանը 4 է:

բ. $11x-4y+3x^3y^3+4xy^4$ բազմանդամի աստիճանը 6 է:

գ. $1-x^3y^2x^4-2y+2y^8$ բազմանդամի աստիճանը 9 է:

դ. $2x^2y^2-xy+3y-2x^2y^2+1$ բազմանդամի աստիճանը որոշելու համար նախապես այն բերում ենք կատարյալ տեսքի՝

$$2x^2y^2-xy+3y-2x^2y^2+1=-xy+3y+1:$$

Որից հետո որոշում ենք ստացված կատարյալ տեսք ունեցող $-xy+3y+1$ բազմանդամի աստիճանը. այն հավասար է 2 -ի:

Սովորաբար կատարյալ տեսք ունեցող բազմանդամի ամենաբարձր աստիճան ունեցող անդամը կամ անդամները անվանում են նրա ավագ անդամ, իսկ փոփոխական չպարունակող անդամը՝ ազատ անդամ:

Վերևում բ օրինակում դիտարկված բազմանդամի ավագ անդամը $3x^3y^3$ միանդամն է, իսկ ազատ անդամը՝ 0 -ն, որը չի գրված: $1-x^3y^2-2y$ բազմանդամի ավագ անդամն է $-x^3y^2$, իսկ ազատ անդամը՝ 1:

Պետք չէ կարծել, թե կամայական բազմանդամի ավագ անդամը միակն է. բազմանդամը կարող է ունենալ մի քանի ավագ անդամներ: Օրինակ՝ $x^4y+x^2y^3+y^4z-xy+1$ բազմանդամի առաջին երեք անդամները նրա ավագ անդամներն են:

Եթե բազմանդամի բոլոր անդամները միևնույն աստիճանի են, ապա այն կոչվում է ***համասեռ*** բազմանդամ:

Օրինակ՝ $x^4y+x^2y^3+y^4z$ բազմանդամը համասեռ է, իսկ x^4y+1 բազմանդամը՝ ոչ:

ՀԱՍԿԱՑԵԼ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Ձևակերպեք մի խնդիր, որը լուծելու համար անհրաժեշտ են երկու փոփոխականներ:
2. Ի՞նչ է մի քանի փոփոխականով միանդամը:
3. Ի՞նչ է մի քանի փոփոխականով բազմանդամը:

4. Ի՞նչ է բազմանդամի անդամը:

5. Քանի՞ անդամ ունի միանդամը:

6. Ո՞րն է միանդամի կատարյալ տեսքը:

7. Բազմանդամի ո՞ր անդամներն են կոչվում նման անդամներ:

8. Ի՞նչ է բազմանդամի կատարյալ տեսքը:

9. Տվեք միանդամի աստիճանի սահմանումը:

10. Ինչի՞ է հավասար միանդամի աստիճանը, եթե այն փոփոխական չի պարունակում:

11. Տվեք բազմանդամի աստիճանի սահմանումը:

12. Ինչի՞ է հավասար բազմանդամի աստիճանը, եթե այն փոփոխական չի պարունակում:

13. Ի՞նչ է բազմանդամի ավագ անդամը և ինչ՝ նրա ազատ անդամը:

14. Արդյո՞ք կատարյալ տեսքի բազմանդամի աստիճանը չի համընկնում նրա ավագ անդամի աստիճանի հետ:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

270. Միանդա՞մ է հետևյալ արտահայտությունը.

ա. $2x$, բ. $3xya$, գ. $1+a$, դ. $-11y$:

271. Բացատրեք, թե ինչու՞ արտահայտությունը միանդամ չէ.

ա. $a+2x$, բ. $3+t+ya$, գ. $10+3a$, դ. $-\frac{11}{y}$:

272. Բազմանդա՞մ է հետևյալ արտահայտությունը.

ա. x, բ. $y+a$, գ. $10x+\frac{a}{b}$, դ. $3y-2xy$:

273. Որո՞նք են հետևյալ բազմանդամի անդամները.

ա. t, բ. $y+a$, գ. $10x+a+c$, դ. $12y-x$:

274. Քանի՞ անդամ ունեն նախորդ վարժության մեջ նշված բազմանդամները:

275. Ունի՞ կատարյալ տեսք հետևյալ միանդամը.

ա. $10ab$, բ. $2xy\cdot 3ab$,
գ. $x^3(-5y)z$, դ. $3babm$:

276. Միանդամը ներկայացրեք կատարյալ տեսքով և որոշեք նրա գործակիցը.

ա. $2aaba$, բ. $2xy\cdot 3x^3x$,
գ. $-x^3(-5yx)^4y^m$, դ. $-10bab(-4)b$:

277. Միանդամը գրեք կատարյալ տեսքով.

ա. $12a^4ab\cdot 2ab$, բ. $x^7(y\cdot 2x)^3x$,
գ. $-(x^3yx)^4y^4$, դ. $(-ba)^4b(-2b)b^{20}$,

ե. $-(8z^5az)^2(za)^2$,   զ. $5x(aa^4x^3)^2\cdot x^2\cdot a$:

278. Ընդգծեք բազմանդամի նման անդամները.

ա. $-3xy+4x-8xy$,   բ. $2x^4y^m+3x^3+x^4y^m+1+4x^3$,

գ. $-2ab-b+3ab$,   դ. $-z^5+az-4z^5+az+2z^5$:

279. Կատարեք նման անդամների միացում.

ա. $x-6xy-4xy+2x$,   բ. $4ab-a+11ab-11a$,

գ. $x^4+x^3-x^4+1-x^3-1$,   դ. $-z^3+a-x-z+z+z^3$,

ե. $2ab^2-3b^3-11ab^2-14b^3+15ab^2+6b^3$,

զ. $xa^2-ax^3-4xa^4-a^2x^3+ax^3+xa^4+2a^2x$,

է. $x^2y-xy^2-x^2y+x^2y-xy^2-yx^2$:

280. Արդյո՞ք բազմանդամը գրված է կատարյալ տեսքով.

ա. $1x+y-x^4y$,   բ. $4x^4+3x^3+x^4+1+4x$,

գ. $x+y+xy+y$,   դ. $-z+x-4z^5+a+z^3$:

281. Բազմանդամը ներկայացրեք կատարյալ տեսքով.

ա. $3yx-xy-4xy+2yx$,   բ. $a^2b-axy+11ba^2-11yax$:

282. Արդյո՞ք բազմանդամը գրված է կատարյալ տեսքով.

ա. $-2+4xy-8x^4y$,   գ. $4x^4y+3x^3+x^4+1+4x$,

բ. $ab^5-x+6ab$,   դ. $1-z+ax-4z^5+az+z^3$:

283. Կատարեք նման անդամների միացում.

ա. $10x-6xy-4xy+12x+xy$,

բ. $3ab-3a+7ab-3a-6ab+ab+6ab$,

գ. $2x^4+5x^3+x^4+1+4x^3-3$,

դ. $1-2z^3+10a-7x-2z+11z+z+4z^3$,

ե. $10ab^2-b^3-4ab^2-3b^3+10ab^2+2b^3$,

զ. $3a^2-ax^3-a^4-a^2x^3+ax^3+2a^4$:

284. Բազմանդամը ներկայացրեք կատարյալ տեսքով.

ա. $3abcx^4+3bx^4ca+cxba-4x^4cba+bacx-4ax^4bc$,

բ. $-zxy^3+abc-yzx-zx^3y+xyz+zx^3y-bac$:

285. Որոշեք միանդամի աստիճանը.

ա. 1,   բ. x,   գ. xy^7z,   դ. $-x^3y^2x^4$:

286. Որոշեք միանդամի աստիճանը.

ա. 2, բ. $xyab$, գ. $x^3(-5y)^7 z$, դ. $3b$,

ե. $-4z^3 ax$, զ. $2(x^3x)^5$, է. ab, ը. $2x^3y^2x^3 x$,

թ. $-x^3(y^5x^m)^4 y$, ժ. $-10xyb$, ի. $4z^5a^7z^2za$, լ. $5^5 a^4x^3(x^5a)^{11}$:

287. Որոշեք բազմանդամի աստիճանը.

ա. $10+y$, բ. x^2+1, գ. $x+y$, դ. $2x^3+5y^2x^3-x$:

288. Որոշեք բազմանդամի աստիճանը.

ա. $x^{10}-xy-4x^{10}y+2^{20}x+4xy$,

բ. $2^{20}a^4b-a+4axyztb-a^6+axyb+aweb+4b^6c$,

գ. $x^4+6xc^3+cdx^4+1^6+10ax^3-3mn$,

դ. $11-mz^3+3abcdefgh-x^6c^6+m^6+21abcd+ze+7zu^3$,

ե. $3x^6a^2(c^2b^2)^2+axyb^3-2amnb^2-(t^2b^3)^2+4a(b^2)^2$,

զ. $2a-3ab-4abc-5a^4-6(a^2x^2)^2+(ax^3)^4+(2a^4)^4$,

է. $5+(ax^2)^4y-0{,}1(xc)^6y^2-2(x^2y^6)^{10}+2(x^2y)^{10}y-xy^2$:

289. Նախորդ վարժության մեջ դիտարկված բազմանդամները դասավորեք ըստ անդամների աստիճանների՝

ա. աճման, բ. նվազման:

290. Որոշեք 288 -րդ վարժության մեջ դիտարկված բազմանդամների ավագ և ազատ անդամները, եթե տրված է, որ a -ն, b -ն և c -ն հաստատուններ են:

291. Գրեք x և y փոփոխականներով մի բազմանդամ, որի անդամները՝ ըստ հերթականության լինեն $4, 3, 2, 1, 0$ աստիճանների միանդամներ:

292. Գրեք x և y փոփոխականներով մի բազմանդամ, որի բոլոր անդամները լինեն երկրորդ աստիճանների միանդամներ:

293. Առավելագույնը քանի՞ անդամ կարող է ունենալ երկու փոփոխականով կատարյալ տեսքի համասեռ բազմանդամը, եթե այն.

ա. 1 -ին աստիճանի է, բ. 4 - րդ աստիճանի է,

գ. 2 - րդ աստիճանի է, դ. 5 -րդ աստիճանի է,

ե. 3 - րդ աստիճանի է, զ. n - րդ աստիճանի է:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

294. x, y, z կողմեր ունեցող եռանկյունաձև բակի երեք կողմերում կառուցեցին քառակուսային շինություններ, որոնց կողմերից մեկականը x, y, z կողմերն են: Ի՞նչ կապ կարող եք գրել x, y, z փոփոխականների միջև, եթե բակը ունի.

ա. ուղղանկյուն եռանկյան տեսք,

բ. սուրանկյուն եռանկյան տեսք,

գ. բութանկյուն եռանկյան տեսք:

295. Ինչքա՞ն կդառնա բանկ հանձնած x գումարը 3 տարի հետո, եթե բանկի տարեկան տոկոսադրույքը y է:

296. Հողամասերից առաջինի երկարությունը երկրորդից ավելի է 2 անգամ, լայնությունը՝ $1{,}5$ անգամ: Հողամասերից որի՞ց ավելի շատ բերք է ստացվում և քանի՞ անգամ:

297. Ուղղանկյունանիստի ձև ունեցող երկու տակառների կողերը հարաբերում են ինչպես. $1:2$, $3:4$, $5:3$: Տակառներից ո՞րն է ավելի տարողունակ և քանի՞ անգամ:

298. Հողամասի յուրաքանչյուր քառակուսի մետրից ստացվում է 10 կգ կարտոֆիլ: Որքա՞ն կարտոֆիլ է ստացվում ողջ հողամասից, որը կազմված է երկու ուղղանկյուններից, որոնցից առաջինի երկարությունը x է և z -ով պակաս է երկրորդի երկարությունից, իսկ լայնությունը՝ y է և երկու անգամ ավելի է երկրորդի լայնությունից:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

299. Կարելի՞ է $1, 2, 3, 4, 5, 6$ թվանշաններով կազմել միատեսակ նիշեր չունեցող վեցանիշ թիվ, որը բաժանվի 11-ի:

300. Նավակը գետի հոսանքով A նավահանգստից B գնում է m ժամում և վերադառնում՝ n ժամում: Քանի՞ ժամում A -ից B կգնա լաստը:

301. Ապացուցեք, որ եթե $a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$, ապա $a=b=c$:

302. Ապացուցեք, որ երեք հաջորդական ամբողջ թվերի քառակուսիների գումարը չի կարող բաժանվել 3 -ի:

303. Համերգի ընթացքում Անահիտը, Անին, Արևիկը և Աստղիկը յուրաքանչյուր երգ երգեցին երեքով: Անահիտը երգեց բոլորից առնվազն 8 երգ ավելի, իսկ Անին՝ առնվազն 5 երգ բոլորից պակաս: Յուրաքանչյուրը քանի՞ երգ երգեց:

ԿՐԿՆՈՒԹՅՈՒՆ

304. Ձևակերպեք գործողությունների հատկությունները:

ա. գումարի տեղափոխական և զուգորդական,

բ. արտադրյալի տեղափոխական և զուգորդական,

գ. գումարի նկատմամբ արտադրյալի բաշխական,

դ. հանման նկատմամբ արտադրյալի բախշական:

305. Կատարեք գործողությունը.

ա. $(x^2+3x-1)+(-4x+7x^2+x^3+1)$, բ. $(x^2-1)\cdot(x^2+1)$,

գ. $(1-2x^2+3x^2)\cdot(1+2x^2+1-3x^2)$:

306. Ինչի՞ է հավասար մեկ փոփոխականով երկու բազմանդամների գումարի և արտադրյալի.

ա. ավագ անդամը,

բ. ազատ անդամը,

գ. աստիճանը:

307. Առանց գործողությունը կատարելու, որոշեք բազմանդամի ավագ և ազատ անդամները.

ա. $(2x^3-3x+4)+(-1+2x^3-4x)$,

բ. $(x-1)(x+1)$, $(2y+3)(2y-3)$,

գ. $(1+2x+3x^2+4x^3)(2+3x+4x^2+5x^3+6x^4)$,

դ. $(x-2x^2+6x^4)(4-7x^5+3x^2)$:

308. Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների.

ա. x^2-1,

բ. x^2+4x+4,

գ. y^3+3y^2+3y+1,

դ. y^3-3y^2+3y-1:

§8 ԳՈՐԾՈՂՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ ԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ՀԵՏ

1. Բազմանդամների գումարում ու հանում: Բազմանդամները հանրահաշվական արտահայտություններ են և, ուրեմն, կարելի է դրանք գումարել իրար և իրարից հանել. արդյունքում միշտ կստանանք հանրահաշվական արտահայտություն: Արդյո՞ք նման ձևով ստացված հանրահաշվական արտահայտությունները բազմանդամներ են, այսինքն՝ բազմանդամները գումարելուց կամ հանելուց նորից բազմանդամներ կստանա՞նք: Այս հարցին դրական պատասխան են տալիս հետևյալ հատկությունները:

Բազմանդամների գումարման հատկությունը
Երկու բազմանդամների գումարը բազմանդամ է:

Ապացուցում: Իսկապես, վերցնենք երկու կամայական բազմանդամներ՝ f և g: Համաձայն բազմանդամի սահմանման՝ f և g արտահայտությունները միանդամների հանրահաշվական գումարներ են: Հետևաբար՝ $f+g$ գումարը նույնպես կլինի միանդամների հանրահաշվական գումար. այն այդ տեսքով գրելու համար բավական է, անհրաժեշտության դեպքում, կատարել փակագծերի բացում:

Նույն կերպ է ապացուցվում նաև հետևյալ հատկությունը:

Բազմանդամների հանման հատկությունը
Երկու բազմանդամների տարբերությունը բազմանդամ է:

Գործնականում բազմանդամները գումարելու կամ հանելու համար, փաստորեն, անհրաժեշտ է կազմել նրանց գումարը կամ տարբերությունը և այնուհետև՝ ստացված բազմանդամի մեջ կատարել նման անդամների միացում: Այդպիսի դեպքերում համապատասխան գործողությունների կատարումը հաճախ նման է բնական թվերի գումարմանը կամ հանմանը:

Բերենք մեկական օրինակ: Նախ գումարենք $3x^3y^3+11+x-4y$ և x^3y^3-2y-2 բազմանդամները: Գրենք այս բազմանդամները երկու տողով՝ նման անդամները իրար տակ.

$$\begin{array}{r@{\,}l} & 3x^3y^3+x-4y+11 \\ + & x^3y^3-2y-2 \\ \hline & 4x^3y^3+x-6y+9 \end{array}$$

Այսինքն՝

$$(3x^3y^3+x-4y+11)+(x^3y^3-2y-2)=4x^3y^3+x-6y+9:$$

Այժմ կատարենք նույն բազմանդամների հանումը.

$$\begin{array}{r} 3x^3y^3+x-4y+11 \\ -\ \ x^3y^3\quad\ \ -2y-\ 2 \\ \hline 2x^3y^3+x-2y+13 \end{array}$$

Այսինքն՝

$$(3x^3y^3+x-4y+11)-(x^3y^3-2y-2)=2x^3y^3+x-2y+13:$$

Բազմանդամները գումարելիս և հանելիս օգտակար է վերհիշել փակագծերի բացման կանոնը.

եթե փակագծից առաջ դրված է + նշանը, ապա փակագծերը բացելիս փակագծերում ամփոփված գումարելիները պահպանում են իրենց նշանը, իսկ եթե փակագծից առաջ դրված է – նշանը, ապա փակագծերը բացելիս փակագծերում ամփոփված գումարելիները փոխում են իրենց նշանը: Օրինակ.

ա. $(2+8x^4y)+(3x^3-x^4+1)=2+8x^4y+3x^3-x^4+1,$

բ. $(x+8y)-(3x-x^4+2y)=x+8y-3x+x^4-2y:$

2. Բազմանդամների բազմապատկումը: Որպես հանրահաշվական արտահայտություններ՝ բազմանդամները կարելի է նաև բազմապատկել: Այստեղ մեզ անփոխարինելի ծառայություն են մատուցում բաշխական օրենքները:

Իսկապես, դիտարկենք մեկ օրինակ: Բազմապատկենք $5xy-4x$ և $3y+1$ բազմանդամները: Կստանանք.

$$\begin{aligned}&(5xy-4x)(3y+1)=(5xy-4x)\cdot 3y+(5xy-4x)\cdot 1=\\&=5xy\cdot 3y-4x\cdot 3y+5xy\cdot 1-4x\cdot 1=15xy^2-12xy+5xy-4x=\\&=15xy^2-7xy-4x:\end{aligned}$$

Այսպիսով՝ $5xy-4x$ և $3y+1$ բազմանդամների բազմապատկման արդյունքում մենք ստացանք $15xy^2-7xy-4x$ արտահայտությունը, որը նույնպես բազմանդամ է: Իսկ կամայական երկու բազմանդամների բազմապատկման արդյունքում ստացված արտահայտությությունը արդյո՞ք նորից բազմանդամ կլինի:

Բաշխական օրենքների կիրառությունը թույլ է տալիս բազմանդամների բազմապատկումը փոխարինել միանդամների բազմապատկման և, այնուհետև, ստացված արդյունքների գումարման: Իսկ միանդամների արտադրյալը միշտ միանդամ է: Հետևաբար՝ բազմանդամների բազմապատկման արդյունքում մենք միշտ կստանանք բազմանդամ: Այսպիսով՝ մենք ապացուցեցինք բազմանդամների բազմապատկման հետևյալ կարևոր հատկությունը:

Բազմանդամների բազմապատկման հատկությունը

Երկու բազմանդամների արտադրյալը բազմանդամ է:

Սովորաբար, բազմանդամների բազմապատկումը շատ ավելի դժվար է կատարել, քան դրանց գումարումը կամ հանումը: Նախ սովորենք կատարել միանդամի և բազմանդամի բազմապատկումը:

Բազմապատկենք, օրինակ, $3x^3y$ միանդամը $x-4y+11$ բազմանդամով: Օգտվենք բաշխական օրենքներից և գործողությունների այլ հատկություններից.

$$3x^3y\cdot(x-4y+11)=3x^3y\cdot x-3x^3y\cdot 4y+3x^3y\cdot 11=$$
$$=3x^4y-12x^3y^2+33x^3y:$$

Այսպիսով՝ $3x^3y$ միանդամը $x-4y+11$ բազմանդամով բազմապատկելու համար մենք այն բազմապատկեցինք բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արդյունքները գումարեցինք: Այսպես է բազմապատկվում նաև կամայական միանդամ կամայական բազմանդամով:

Միանդամը բազմանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը

Միանդամը բազմանդամով բազմապատկելու համար պետք է միանդամը բազմապատկել բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արդյունքները գումարել:

Նման ձևով է բազմապատկվում նաև բազմանդամը միանդամով:

Բազմանդամը միանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը

Բազմանդամը միանդամով բազմապատկելու համար պետք է բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամը բազմապատկել միանդամով և ստացված արդյունքները գումարել:

Այժմ, երբ գիտենք միանդամը բազմապատկել բազմանդամով, կարող ենք նաև բազմանդամը բազմապատկել բազմանդամով: Ինչպե՞ս անենք այդ: Օգտվելով բաշխական հատկություններից՝ մենք կարող ենք նախ բազմապատկվող բազմանդամներից առաջինը բազմապատկել երկրորդի անդամներից յուրաքանչյուրով և արդյունքները գումարել: Ստացված գումարելիները կլինեն բազմանդամի և միանդամների արտադրյալներ, որոնց բազմապատկումը արդեն գիտենք: Բերենք նման մեկ օրինակ:

Բազմապատկենք $x-4y+11$ և $3x^3y+2xy$ բազմանդամները: Հետևելով վերը նշված ալգորիթմին՝ կունենանք.

$$(x-4y+11)(3x^3y+2xy)=(x-4y+11)\cdot 3x^3y+$$
$$+(x-4y+11)\cdot 2xy = x\cdot 3x^3y-4y\cdot 3x^3y+11\cdot 3x^3y+$$
$$+x\cdot 2xy-4y\cdot 2xy+11\cdot 2xy:$$

Այսպիսով՝ մենք ստանում ենք տրված երկու բազմանդամների արտադրյալը, եթե մի բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամ հերթականությամբ բազմապատկենք մյուս բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արտադրյալները գումարենք: Այսպես են բազմապատկվում նաև կամայական երկու բազմանդամներ:

Բազմանդամների բազմապատկման ալգորիթմը

Բազմանդամը բազմանդամով բազմապատկելու համար պետք է մի բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամ բազմապատկել մյուս բազմանդամի յուրաքանչյուր անդամով և ստացված արտադրյալները գումարել:

Բերենք ևս մեկ օրինակ: Բազմապատկենք $2x+3y$ բազմանդամը $-x^2+4y-5$ բազմանդամով: Կունենանք.

$$(2x+3y)(-x^2+4y-5)=$$
$$=2x(-x^2)+2x4y-2x\cdot 5+3y(-x^2)+3y\cdot 4y-3y\cdot 5=$$
$$=-2x^3-3x^2y+8xy+12y^2-10x-15y:$$

3. ԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒՄԸ ԱՐՏԱԴՐԻՉՆԵՐԻ: Ինչպես մեկ, այնպես էլ մի քանի փոփոխականով բազմանդամների ուսումնասիրության մեջ կարևոր նշանակություն ունի բազմանդամը արտադրիչների վերլուծման խնդիրը, երբ տրված բազմանդամը ներկայացվում կամ գրառվում է մի քանի այլ բազմանդամների արտադրյալի տեսքով:

Բազմանդամը արտադրիչների վերլուծման կարևոր հնարքներից մեկը ընդհանուր արտադրիչը փակագծերից դուրս բերումն է: Դիտարկենք նման մեկ օրինակ:

Վերցնենք $10xy^2+15x^2y$ բազմանդամը: Նրա յուրաքանչյուր գումարելի ունի $5xy$ արտադրիչը: Օգտվելով բաշխական օրենքից՝ կարելի է այդ արտադրիչը դուրս բերել փակագծերից.

$$10xy^2+15x^2y=5xy\cdot 2y+5xy\cdot 3x=5xy\cdot(2y+3x):$$

Այսպիսով՝

$$10xy^2+15x^2y=5xy\cdot(2y+3x):$$

Այսինքն՝ $10xy^2+15x^2\ y$ բազմանդամը մենք վերլուծեցինք արտադրիչների. այն ներկայացրինք $5xy$ և $2y+3x$ բազմանդամների արտադրյալի տեսքով:

Գոյություն ունի շատ պարզ հնարք՝ միանդամների ընդհանուր բազմապատկիչը փակագծերից դուրս բերելու համար: Ընդ որում՝ մենք հնարավորություն կունենանք ընտրելու ընդհանուր բազմապատկիչներից «ամենամեծը»:

Նախ դիտարկենք մեկ օրինակ. վերլուծենք արտադրիչների $18ax^3\ y^2-30a^4\ xy^4+42a^2\ x^2\ y^6$ բազմանդամը:

Առաջին հերթին պետք է գտնել «ամենամեծ» ընդհանուր բազմապատկիչի գործակիցը. այն հավասար է բազմանդամի անդամների գործակիցների ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարին, որը հավասար է 6 -ի: Այնուհետև հերթով դիտարկում ենք բազմանդամի անդամների մեջ մտնող բոլոր փոփոխականները. «ամենամեծ» ընդհանուր բազմապատկիչի մեջ որպես արտադրիչ մտնում է յուրաքանչյուր փոփոխականի՝ բազմանդամի բոլոր անդամների մեջ մտնող աստիճաններից այն, որի ցուցիչը ամենափոքրն է:

Մեր օրինակում $18ax^3\ y^2-30a^4\ xy^4+42a^2\ x^2\ y^6$ բազմանդամի գործակիցների ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը 6 -ն է, a փոփոխականը որպես արտադրիչ ամենափոքր՝ 1 ցուցիչով մտնում է $18ax^3\ y^2$ գումարելու մեջ, x փոփոխականը՝ որպես արտադրիչ, ամենափոքր՝ 1 ցուցիչով մտնում է $-30a^4\ xy^4$ գումարելու մեջ, իսկ y փոփոխականը՝ որպես արտադրիչ, ամենափոքր՝ 2 ցուցիչով մտնում է $18ax^3\ y^2$ գումարելու մեջ: Այսինքն՝ որոնելի «ամենամեծ» ընդհանուր բազմապատկիչն է $6axy^2$: Այսպիսով՝

$$\begin{aligned}&18ax^3y^2-30a^4xy^4+42a^2x^2y^6=\\&=6axy^2\cdot 3x^2-6axy^2\cdot 5a^3y^2+6axy^2\cdot 7axy^4=\\&=6axy^2(3x^2-5a^3y^2+7axy^4):\end{aligned}$$

Բազմանդամի մեջ ընդհանուր բազմապատկիչը կարող է և միանդամների բազմապատկիչ չլինել: Օրինակ. վերլուծենք բազմապատկիչների $2x(3yz^3+1)-3t(3yz^3+1)$ բազմանդամը: Այն գրված է երկու գումարելիների գումարի տեսքով, որոնք ունեն $(3yz^3+1)$ ընդհանուր բազմապատկիչը, որը և պետք է դուրս բերել փակագծերից.

$$2x\cdot(3yz^3+1)-3t\cdot(3yz^3+1)=(2x-3t)(3yz^3+1):$$

Հաճախ բազմանդամի գումարելիների մեջ ընդհանուր բազմապատկիչը կարելի է առանձնացնել ***խմբավորման եղանակով:*** Դիտարկենք մեկ օրինակ:

$$xy-3x+3y-9=(xy-3x)+(3y-9)=$$
$$=x\cdot(y-3)+3(y-3)=(x+3)\cdot(y-3):$$

Այսինքն՝

$$xy-3x+3y-9=(x+3)(y-3):$$

Երբեմն խմբավորման հնարքի կիրառումը որոշ հնարամտություն է պահանջում: Դիտարկենք նման մեկ օրինակ:

$$x^2-5xy+4y^2=x^2-4xy-xy+4y^2=$$
$$=(x^2-4xy)-(xy-4y^2)=x(x-4y)-y(x-4y)=$$
$$=(x-y)(x-4y):$$

Այսինքն՝

$$x^2-5xy+4y^2=(x-y)(x-4y):$$

Դուք պետք է իմանաք, որ բազմանդամի գումարելիների խմբավորումը կարելի է կատարել տարբեր եղանակով և այն վերլուծել արտադրիչների, սակայն արդյունքը, բնականաբար, ստացվում է նույնը: Որպես օրինակ դիտարկենք $x^2-5xy+4y^2$ բազմանդամը: Նրա մի վերլուծությունը մենք ստացանք վերևում: Բերենք նույն բազմանդամի խմբավորման մի այլ ճանապարհ.

$$x^2-5xy+4y^2=(x^2-xy)-(4xy-4y^2)=$$
$$=x(x-y)-4y(x-y)=(x-4y)\cdot(x-y):$$

Վերջում նշենք, որ հաճախ բազմանդամները արտադրիչների վերլուծելու հնարավորություն են տալիս ***կրճատ բազմապատկման բանաձևերը:***

Օրինակ՝

$$x^2-2xy+y^2-x^2y^2=(x-y)^2-(xy)^2=$$
$$=(x-y-xy)(x-y+xy):$$

1. Արդյո՞ք երկու բազմանդամների գումարը և տարբերությունը

   ա. հանրահաշվական արտահայտություններ են,

   բ. բազմանդամներ են:

2. Ապացուցեք, որ երկու բազմանդամների գումարը բազմանդամ է:
3. Ապացուցեք, որ երկու բազմանդամների տարբերությունը բազմանդամ է:
4. Ձևակերպեք փակագծերի բացման և փակագծերի փակման կանոնները:
5. Կարո՞ղ է երկու բազմանդամների գումարի աստիճանը մեծ լինել գումարելիներից յուրաքանչյուրի աստիճանից:
6. Կարո՞ղ է երկու բազմանդամների տարբերության աստիճանը մեծ լինել նրանցից յուրաքանչյուրի աստիճանից:
7. Ապացուցեք, որ երկու բազմանդամների գումարի ազատ անդամը հավասար է այդ բազմանդամների ազատ անդամների գումարին:
8. Ապացուցեք, որ երկու բազմանդամների տարբերության ազատ անդամը հավասար է այդ բազմանդամների ազատ անդամների տարբերությանը:
9. Արդյո՞ք երկու բազմանդամների գումարի ավագ անդամը հավասար է այդ բազմանդամների ավագ անդամների գումարին:
10. Արդյո՞ք երկու բազմանդամների տարբերության ավագ անդամը հավասար է այդ բազմանդամների ավագ անդամների տարբերությանը:
11. Ինչու՞ երկու բազմանդամներ միշտ կարելի է բազմապատկել:
12. Երկու բազմանդամների արտադրյալը ինչու՞ է բազմանդամ:
13. Ո՞րն է միանդամը բազմանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը:
14. Ո՞րն է բազմանդամը միանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը:
15. Ինչպե՞ս է կատարվում բազմանդամի բազմապատկումը բազմանդամով: Ձևակերպեք բազմանդամը բազմանդամով բազմապատկելու ալգորիթմը:
16. Ինչի՞ է հավասար բազմանդամների արտադրյալի ազատ անդամը:
17. Ինչի՞ է հավասար բազմանդամների արտադրյալի ավագ անդամը:
18. Ինչի՞ է հավասար բազմանդամների արտադրյալի աստիճանը:
19. Ինչպե՞ս են գտնում բազմանդամի միանդամ գումարելիների «ամենամեծ» ընդհանուր բազմապատկիչը:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

309. Մեկը մյուսի տակ գրելով՝ գումարեք և հանեք բազմանդամները.

ա. $5ax-xy-3x$ և $4xy+12x-6ax$,

բ. $b-2ab+abc-2a$ և $-3ab+4abc+3b$,

գ. x^4+4x^3-10x և $10x^4+6x^3+x$:

310. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $(x^2-2{,}5x+1{,}5xy)+(4{,}5x^2+0{,}5x-2{,}5xy)-(-3xy)$,

բ. $(3a-b+0{,}3c)-(4a+2b)-(-a-b-0{,}7c)$,

գ. $(xy+xz)+(yx+yz)+(zx+zy)$,

դ. $-(2x^3-xy)-(3xy+y^3)-(x^3+2y^3)$:

311-312. Գումարեք և հանեք բազմանդամները:

311. ա. $10x-6xy-3$ և $4xy+12x+6$,

բ. $3ab-3a+7abc-3a$ և $-6ab+ab+6abc$,

գ. $2x^4+5x^3+1$ և x^4+4x^3-3,

դ. $5ax-xy-3x$ և $4xy+12x-6ax$,

ե. $b-2ab+abc-2a$ և $-3ab+4abc+3b$,

312. ա. x^4+4x^3-10x և $10x^4+6x^3+x$,

բ. $1-2z^3+10a-7x$ և $2z+11a+x+4z^3+3$,

գ. $10ab^2-b^3-4ab^2$ և $3b^3+10ab^2+2b^3c$,

դ. $3a^2-ax^3-a^4$ և $a^2x^3+ax^3+2a^4$,

ե. $a^2-ax-a+1$ և $-a^2+ax+a-1$,

զ. $5x^2y-4xy^2$ և $2x^2y+x^2y-3xy^2$:

313. Ի՞նչ բազմանդամ պետք է գումարել $x^2+y-2xy+2$ բազմանդամին, որպեսզի ստացվի.

ա. 0 բազմանդամը,

բ. x չպարունակող բազմանդամ,

գ. y չպարունակող բազմանդամ:

314. Արդյո՞ք երկու բազմանդամների գումարի ավագ անդամը (ազատ անդամը) հավասար է գումարելիների ավագ անդամների (ազատ անդամների) գումարին:

315. Արդյո՞ք երկու բազմանդամների տարբերության ավագ անդամը (ազատ անդամը) հավասար է այդ բազմանդամների ավագ անդամների (ազատ անդամների) տարբերությանը:

316. Արդյո՞ք կատարյալ տեսքով տրված երկու բազմանդամների գումարի (տարբերության) ավագ անդամը (ազատ անդամը) հավասար է այդ բազմանդամների ավագ անդամների (ազատ անդամների) գումարին (տարբերությանը):

317. Ի՞նչ կապ գոյություն ունի երկու բազմանդամների աստիճանների և դրանց գումարի ու տարբերության աստիճանների միջև:

318. Կատարեք բազմապատկումը.

ա. $(m-n)(n+m)$, բ. $(5-15x^2)(2x-3xy)$,

գ. $(3-4a)(m-n+k)$, դ. $(0{,}25ab^2-0{,}5b)(8a+3b-4)$:

319. Կատարեք բազմապատկումը.

ա. $(2m-n)(4n+m)$, բ. $(a+x)(b+y)$,

գ. $(3x-a)(3x+b)$, դ. $(2x-1)(3y+x+1)$:

320. Կատարեք բազմապատկումը.

ա. $(m-n)(x+y)$, բ. $(a+2)(a+5)$,

գ. $(k-p)(k-m)$, դ. $(x-2y)(10x-20y)$:

321. Արտահայտությունը գրեք բազմանդամի կատարյալ տեսքով.

ա. $(m^2-n)(m-n^2)$, բ. $(a^2+2)(a^2+5)$,

գ. $(k^2-p)(k-2m^2)$, դ. $(xy-2y^2)(x^2-2y)$:

322. Կատարեք բազմապատկումը.

ա. $(0{,}1m-1{,}5m^2)(4m-8n)$, բ. $(0{,}5a^3b^2-5b)(2a+b-6)$,

գ. $(0{,}2a+5b^3)(5b-6ab+15)$, դ. $(0{,}01x^2-2y+1)(100+20x)$:

323. Աստիճանը փոխարինեք արտադրյալով, այնուհետև կատարեք բազմանդամների բազմապատկում.

ա. $(m+n)^2$, բ. $(a+2)^3$, գ. $(2k-3p)^2$, դ. $(x+2y)^3$:

324. Բազմանդամը գրեք կատարյալ տեսքով.

ա. $(m^2-mn-n^2)(m-n)$, գ. $(m^2-mn-n^2)(m+n)$,

բ. $(m^2+mn+n^2)(m-n)$, դ. $(m^2-mn-n^2)(m-n)$:

325. Բացեք փակագծերը.

ա. $(4m^2-6mn+9n^2)(2m+3n)$, բ. $(24m^2+10mn+4n^2)(5m-2n)$,

գ. $(m^2-m+2)(3m^2+3m-2)$, դ. $(5-2m+m^2)(4m^2-3m-1)$:

326. Բացեք փակագծերը.

ա. $m^2(m-3)(x+3)$, բ. $-3a^2(a+2)(a+1)$,

գ. $k^2(k-p)(k-m)$, դ. $-0{,}1x^2(2x-y)(4-2y)$:

327. Բացեք փակագծերը և կատարեք նման անդամների միացում.

ա. $(3a-2)(5-2a)+6a^2$,   բ. $(3a-2b)(2a-3b)-13y$,

գ. $5a^3+(a^2+5b)(ab-b^2)$,   դ. $(x+y)(x-y)-(x-1)(x-2)$:

328. Բազմանդամը գրեք կատարյալ տեսքով.

ա. $(2x-y)(y+4x)+2x(y-3x)$,   բ. $(3a-2b)(2a-3b)-6a(a-b)$,

գ. $5a(2x-a)-(8a-x)(2x-a)$,   դ. $2c(b+15c)+(b-6c)(5c+2b)$:

329. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

ա. $(8a-b)(a+7b)-55ab$,   բ. $(3x+2y)(4x-y)+2y^2$,

գ. $(3p-1)(2p+5)-6p(p-2)$,   դ. $(7m+3)(2m-1)-2m(7m-1)$:

330. Ապացուցեք, որ x -ի տարբեր արժեքների դեպքում բազմանդամը ընդունում է միևնույն արժեքը.

ա. $(x-3)(x+7)-(x+5)(x-1)$,   բ. $x^4-(x^2-7)(x^2+7)$,

գ. $(x-5)(x+8)-(x+4)(x-1)$,   դ. $x^4-(x^2-1)(x^2+1)$:

331. Առանց բազմապատկելու բազմանդամները՝ որոշեք նրանց արտադրյալի ազատ անդամը.

ա. $(-y^2-7y+12)(-y+3)$,   բ. $(4bz+3z^2+10)(0{,}125z-11)$,

գ. $(5x^2-7yz+2x)\cdot(3x+y)$,   դ. $(-xz+yz^2+1)\cdot(yx-1)$:

332. Առանց բազմապատկելու բազմանդամները՝ որոշեք նրանց արտադրյալի ավագ անդամը.

ա. $(x^2-x-4)(0{,}1x^2+2x-4)$,

բ. $0{,}25xy(-2ax+10x^2-8)(-0{,}2)\cdot(yx+6x^2y-1)\cdot 0{,}5xy$:

333. Առանց բազմապատկելու բազմանդամները՝ որոշեք նրանց արտադրյալի աստիճանը.

ա. $(9+0{,}25xy)(-3ax+8x^2-4)$,   բ. $(1+3x^2)(4x^3+5xy-2x)$:

334. Որոշեք արտադրյալի ավագ, ազատ անդամները և աստիճանը.

ա. $x(x+1)$,   բ. $(5+0{,}25xy)(-3ax-4)$,

գ. $(3-2x)(x^2-4x+2)$,   դ. $(0{,}1+0{,}1y)(20ay-10100)$,

ե. $(3x^2-1)(4x^3+5xy-2)$,   զ. $(1{,}5-z)(1+4x-z)$:

335. Որոշեք բազմանդամի աստիճանը.

ա. $(2x-y)(y+4x)+2x(y-3x)$, բ. $(3a-2b)(2a-3b)-6a(a-b)$,

գ. $5a(2x-a)-(8a-x)(2x-x)$,   դ. $2c(b+15c)+(b-6c)(5c+2b)$, ե. $0{,}25xy(-2ax+10x^2-8)+(-0{,}2)\cdot(yx+6x^2y-1)\cdot 0{,}5xy$,

զ. $0{,}15z(20y-60y^2+60)-1{,}5y(10+2yz-z)$,

է. $-x^2(2x^3+15x^2z-4x^2)-1{,}5x^4(1+2x-z^2)$:

336. Գտեք հետևյալ միանդամների «ամենամեծ» ընդհանուր արտադրիչը.

ա. $2ay,\ 6a^2$ և $4ay^2$, բ. $15mxy^4,\ 21x^4y^2a$ և $18m^2xy^3$:

337. Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների՝ ընդհանուր արտադրիչը փակագծերից դուրս բերելու միջոցով.

ա. $3ax+3bx$, բ. $6my^2-10y$, գ. $20xy+8y^2$, դ. $2ay-8y$:

338. Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների՝ ընդհանուր արտադրիչը փակագծերից դուրս բերելու միջոցով.

ա. $x(m+n)-y(m+n)$, բ. $4c(1-2x)-3d(2x-1)$,

գ. $a(x-y)+b(y-x)$, դ. $2z(-ax-by)-3t(ax+by)$:

339. Վերլուծեք արտադրիչների խմբավորման եղանակով.

ա. $2(x+y)-5x-5y$, բ. $xy+2x-3y-6$,

գ. $ax-2bx+ay-2by$, դ. $1-ax-x+a$:

340. Ներկայացրեք արտադրյալի տեսքով.

ա. $ac^2-ad+c^3-cd-bc^2+bd$, բ. $ax^2+ay^2-bx^2-by^2+b-a$:

341. Վերլուծեք արտադրիչների.

ա. $3ax+3bx$, բ. $6my^2-10y$, գ. $20xy+8y^2$, դ. $2ay-8y$,

ե. $14m^2+21mn$, զ. a^2m-am^2, է. $14m+6mn$, ը. $6a^2x-10a$:

342-346. Վերլուծեք արտադրիչների.

342.ա. $3a^3+15a^2x+33ab$, բ. $6a^2x^4-10ax^5+8a^3x^3$,

գ. $20a^2-25a^2y^2-15ay$, դ. $21xy+42x^4y^2-35x^3y$,

ե. $14m^4+6m^2n-8mn^2$, զ. $a^2m-am^2+ax^2-a^2x$,

է. $16m^2y^2-10ay^2+4y^4$, ը. $-p^2q^2-p^4q+p^3q^3$,

թ. $6xm^2+9m^3-12m^4$, ժ. $10a^2x-15a^3-20a^4x$:

343. ա. $2m(x+y)-3n(x+y)$, բ. $3(1-x)^3+(x-1)^2$,

գ. $m(a-b)-n(b-a)$, դ. $2a(2x-8)-3b(x-4)$,

ե. $x(1+2a)-xy(2a+1)$, զ. $(a^2-1)-a(1-a^2)$,

է. $2(1+p)+4(1+p)^2$, ը. $4(y-2)-3x(2-y)$, թ. $(x-y)^4-3(x-y)$,

ժ. $7x(42-6x)+6y(x-7)$:

344. ա. $1+a+a^2+a^3$,

բ. $xy-7y+y^2-7x$,

գ. $1-x^2-x^3+x^5$,

դ. $10a-ab+10b-a^2$,

ե. a^4+2a^3-a-2,

զ. $kn-mn-n^2+mk$,

է. $x^6-3x^4-2x^2+6$,

ը. $3m-mk+3k-k^2$,

թ. $a^2-ab-8a+8b$,

ժ. $xk-xy-x^2+yk$:

345. ա. $x^2-xy+x-xy^2+y^3-y^2$,

բ. $xy^2-by^2-ax+ab+y^2-a$,

գ. $x^2y+x+xy^2+y+2xy+2$,

դ. $mx^2+nx^2-my-my^2-ny-ny^2$,

ե. $3x^3-2y^3-6xy^2+xy$,

զ. $21m+8xy^3-24y^2-7mxy$:

346. ա. $b^2+2b+1-a^2$,

բ. $a^2-b^2-8a+16$,

գ. $4(x+1)^2-y^2$,

դ. x^4-16y^4,

ե. $49-2ax-x^2-a^2$,

զ. $27x^3-0{,}001y^3$:

347. Բազմանդամը վերլուծեք արտադրիչների և գտեք թվային արժեքը.

ա. $7a^2(a-x)+(6a^2-ax)(x-a)$, երբ $a=1{,}5, b=0{,}5$,

բ. $b^2-a^2-12a-36$, երբ $a=-3{,}5,\ b=-2{,}5$,

գ. $x^3-x^2y-xy^2+y^3$, երբ $x=7{,}5,\ y=-7{,}5$:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

348. Ավտոմեքենան 2 ժամ շարժվեց x կմ/ժ արագությամբ, այնուհետև արագությունը ավելացրեց 15 կմ/ժամ -ով: Ի՞նչ ճանապարհ անցավ ավտոմեքենան 10 ժամում:

349. Ավտոմեքենան բաքում ուներ 60 լիտր բենզին: Դրա երրորդ մասը ծախսելով՝ շարժվել էր x կմ/լիտր կշռույթով, քառորդ մասը ծախսելով՝ շարժվել էր y կմ/լիտր կշռույթով, իսկ մնացած մասը ծախսելով՝ շարժվել էր $(x+y)$ կմ/լիտր կշռույթով: Որքա՞ն ճանապարհ էր անցել ավտոմեքենան ողջ բերզինը ծախսելուց հետո:

350. Առաջին ծորակը ջրավազանը լցնում էր a մ³/ժամ կշռույթով, իսկ երկրորդը՝ b մ³/ժամ կշռույթով: Ինչքա՞ն ջուր էր լցվել ջրավազանում այդ խողովակներով առաջին խողովակը բացելուց t ժամ անց, եթե.

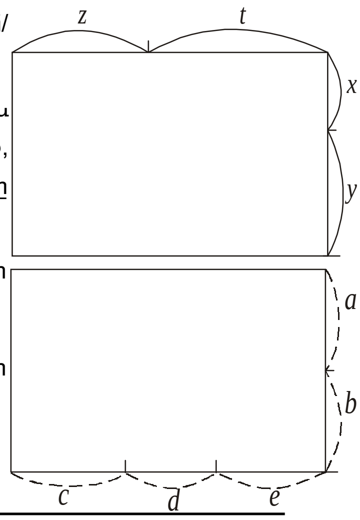
ա. խողովակները բացել էին միաժամանակ,

բ. առաջին խողովակը մեկ ժամ շուտ էին բացել,

գ. առաջին խողովակը երկու ժամ ուշ էին բացել:

351. Գետի հոսանքով նավակը շարժվեց 2 ժամ և 4 ժամ էլ շարժվեց հոսանքի հակառակ ուղղությամբ: Քանի՞ կմ անցավ նավակը այդ ընթացքում, եթե գետի արագությունը

x կմ/ժամ էր, իսկ նավակի սեփական արագությունը՝ y կմ/ժամ:



352. Նավակը որոշ ժամանակ շարժվեց գետի հոսանքով և նույնքան ժամանակ էլ՝ հոսանքին հակառակ: Ապացուցեք, որ մինչև ելման կետ մնացած ճանապարհի երկարությունը կախված չէ գետի հոսանքի արագությունից:

353. Հետևյալ գծագիրը օգտագործելով՝ ցույց տվեք, որ $(x+y)(z+t)=xz+xt+yz+yt$:

354. Հետևյալ գծագիրը օգտագործելով՝ ցույց տվեք, որ $(a+b)(c+d+e)=ac+ad+ae+bc+bd+be$:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

355. Գտեք n ամբողջ թվերը, որոնց համար $n, n+10$ և $n+14$ թվերը պարզ են:

356. Եթե Ջմեռ Պապը առաջին աշակերտին տա որոշ թվով կոնֆետներ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդին՝ 14 -ով ավելի, ապա կոնֆետների նրա ունեցած պաշարը կբավականացնի 14 աշակերտի: Իսկ եթե նա առաջինին տա երեք անգամ պակաս, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդին 4 կոնֆետով ավելի, ապա նրա պաշարը կբավականացնի 28 աշակերտի: Որքա՞ն է Ջմեռ Պապի կոնֆետների պաշարը:

357. Շախմատային մրցաշարին մասնակցեցին 5 շախմատիստներ: Գտեք բոլոր պարտիաների արդյունքները, եթե հայտնի է, որ յուրաքանչյուր երկուսը խաղացել են իրար հետ մեկ պարտիա, մրցաշարի հաղթողը որևէ պարտիա ոչ-ոքի չի ավարտել, երկրորդ տեղը գրավողը չի պարտվել որևէ մեկին, իսկ 4 -րդ տեղը գրավողը որևէ մեկին չի հաղթել:

358. Գտեք բոլոր բնական թվերը, որոնք բավարարում են հետևյալ հավասարմանը.
$x^2+2xy+2y^2+2x=1988$:

359. Գտեք բոլոր բնական x և y թվերը, եթե $x<9$ և $y^2+y+2(x-30)=0$:

ԿՐԿՆՈՒԹՅՈՒՆ

360. Կատարեք գործողությունը.

ա. $XI+LV$, բ. $XXIII-IX$, գ. $XXI\cdot LVI$, դ. $LI\cdot IX$,

ե. $11+55$, զ. $23-9$, է. $21\cdot 56$, ը. $51:9$:

361. Նավակը գետի հոսանքով $3,5$ ժամում անցավ այնքան, ինչքան կանցներ գետի հոսանքին հակառակ ուղղությամբ 4 ժամում: Նավակի սեփական արագությունը 30 կմ/ժ է: Որոշեք գետի հոսանքի արագությունը:

§9 ԲԱԶՄԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ԿԻՐԱՌՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

1. Բնական թվի դիրքային գրությունը: Երբևէ արված գիտական ամենամեծ հայտնագործություններից մեկը բնական թվի դիրքային գրությունն է: Կարելի է վստահաբար ասել, որ ժամանակակից նշված հայտնագործությունը գիտական ու տեխնիկական այսօրվա բարձր մակարդակի հիմքում ընկած անկյունաքարերից մեկն է:

Գրենք, օրինակ, վաթսունչորս և վաթսունհինգ թվերը հռոմեական թվանշաններով` LCIV և LCV տեսքերով: Այստեղ թվանշանների գրաված տեղերը կարևոր տեղեկություն չեն տալիս նրանց մասին: Առաջին թվի մեջ L թվանշանից հետո գրված է երեք նիշ, իսկ երկրորդում` երկու նիշ: Բայց երկուսում էլ L թվանշանը նշանակում է հիսուն: Դիրքային գրության մեջ թվանշանի որևէ տեղում գրելը որոշակի, հատուկ իմաստ ունի: Երբ վաթսունհինգ թիվը գրում ենք դիրքային գրությամբ` 65 տեսքով, ապա աջ կողմում գրված նիշը` 5 -ը, ցույց է տալիս, որ այդ թիվը ունի հինգ հատ միավոր, նրանից ձախ գտնվող 6 նիշը ցույց է տալիս տվյալ թվի պարունակած տասնավորների քանակը` վեց հատ տասնավոր: Այսպիսով` $65=6\cdot10+5\cdot1$:

Պարզվում է, որ այս պայմանավորվածությունը անգնահատելի ծառայություններ կարող է մատուցել մեզ: Դուք դրանում արդեն համոզվել եք թվաբանության դասընթացում` թվերի հետ գործողություններ կատարելիս: Բնական թվերի և անգամ` տասնորդական կոտորակների համեմատությունների, նրանց հետ կատարվող գործողությունների հրաշալի ալգորիթմների գոյությունը պայմանավորված է հենց թվերի դիրքային գրությամբ: Կասկածամիտներին խորհուրդ եմ տալիս կատարել XXV•XXV և $25\cdot25$ բազմապատկումները և համեմատել կատարման բարդությունները:

Կամայական բնական թիվը մենք կարող ենք, իհարկե, նշանակել որևէ տառով: Սակայն երբեմն անհրաժեշտ է լինում տառերով նշել թվի մեջ մտնող միավորների, տասնավորների, հարյուրավորների քանակը: Ինչպե՞ս անենք դա:

Վերևում մենք տեսանք, որ

$$65=6\cdot10+5\cdot1:$$

Նույն կերպ, եթե տրված թիվը պարունակում է y միավոր և x տասնավոր, ապա այն կարող ենք գրել այսպես` $10x+y$: Եթե եռանիշ թիվը պարունակում է x հարյուրավոր, y տասնավոր և z միավոր, ապա այն կարող ենք գրել այսպես՝ $100x+10y+z$։

Նման ձևով՝ 10-ի աստիճանների միջոցով մենք կարող ենք գրել նաև կամայական բնական թիվ։ Ընդունված է y միավոր և x տասնավոր ունեցող թիվը նշանակել $\overline{xy}$ տեսքով։ Այստեղ գծիկը դրվում է, որպեսզի մենք այդ թիվը չհասկանանք x և y թվերի արտադրյալ, այսինքն՝ այդ թիվը տարբերենք xy արտադրյալից։ Այս նշանակման դեպքում մենք ունենք.

$$\overline{xy}=10x+y\text{ ։}$$

Այսպիսով՝ $\overline{xy}$ երկնիշ թիվը x և y փոփոխականներով բազմանդամ է։ Եթե x հարյուրավոր, y տասնավոր և z միավոր պարունակող թիվը գրենք $\overline{xyz}$ տեսքով, ապա կունենանք՝

$$\overline{xyz}=100x+10y+z\text{ ։}$$

Այսինքն՝ $\overline{xyz}$ եռանիշ թիվը x, y և z փոփոխականներով բազմանդամ է։

Վերջում նշենք, որ $\overline{xy}=10x+y$ հավասարության մեջ x և y փոփոխականները կարող են լինել ոչ միայն թվանշաններ, այլև կամայական բնական թվեր։ Օրինակ՝ $754=75\cdot10+4$։ Այսինքն՝ տրված 754 թիվը ունի 4 միավոր և 75 տասնավոր։

Ասվածի կարևորությունը ցույց տալու համար դիտարկենք մեկ օրինակ. լուծենք հետևյալ խնդիրը։

Այն ո՞ր թիվն է, որի գրությանը աջից 1 կցագրելիս այն մեծանում է 1999-ով։

Նախապես նկատենք, որ դժվար է ասել, թե քանի նիշ ունի տվյալ թիվը։ Պարզվում է, որ լուծման համար այդ հանգամանքը որևէ նշանակություն էլ չունի։ Նշանակենք որոնելի թիվը x-ով։ Համաձայն պայմանի կունենանք՝ $\overline{x1}=x+1999$։ Կամ՝ $10x+1=x+1999$։ Լուծելով այս հավասարումը կստանանք՝ $x=222$։

2. Թվերի բաժանելիության հայտանիշները։ Երբեմն մեզ հարկ է լինում պարզել, թե տվյալ քանակությունը արդյո՞ք հնարավոր է առանց մնացորդի բաժանել մի քանի հավասար մասերի։ Անշուշտ դուք հիշում եք մի բնական թիվը մյուսի վրա անկյունաձև բաժանելու ալգորիթմը։ Այն հնարավորություն է տալիս գտնելու ոչ միայն մի բնական թիվը մյուսի վրա բաժանելուց ստացված քանորդը, այլև այդ բաժանման արդյունքում ստացված մնացորդը։ Հետևաբար՝ մենք կարող ենք մեր առջև դրված խնդիրը լուծել անկյունաձև բաժանման միջոցով. եթե բաժանման արդյունքում ստացված մնացորդը լինի զրո, ապա խնդիրն ունի դրական պատասխան: Սակայն անկյունաձև բաժանման ալգորիթմը բավականին աշխատատար է, և նրա հիմնական խնդիրը բաժանումից ստացված քանորդը գտնելն է: Իսկ մեր նպատակը սոսկ առանց մնացորդի բաժանման հնարավորության պարզելն է: Կարո՞ղ ենք ավելի կարճ ճանապարհով հասնել հենց այս խնդրի լուծմանը:

Թվաբանությունից դուք պետք է հիշեք բնական թվերի բաժանականության հայտանիշները: Դրանք հնարավորություն են տալիս, առանց անկյունաձև բաժանում կատարելու, պարզել բնական թիվը $2, 3, 4, 5, 6$ և 9 թվերի վրա առանց մնացորդի բաժանվելու հարցը:

Եկեք վերհիշենք այդ հայտանիշները և փորձենք հիմնավորել դրանք անհրաժեշտ ապացուցումներով:

$\mathbf{2}$-ի վրա բաժանելիության հայտանիշը

ա. Եթե թիվը վերջանում է $0, 2, 4, 6$ 8 նիշերից որևէ մեկով, ապա այդ թիվը առանց մնացորդի բաժանվում է 2 -ի:

բ. Եթե թիվը առանց մնացորդի բաժանվում է 2 -ի, ապա այն վերջանում է $0, 2, 4, 6, 8$ նիշերից որևէ մեկով:

Ապացուցում: ա. Նախորդ դասից մենք գիտենք, որ եթե թվի գրությունը վերջանում է b նիշով, ապա այդ թիվը ունի $10a+b$ տեսքը: Այժմ, եթե b -ն լինի $0, 2, 4, 6, 8$ նիշերից որևէ մեկը, ապա b թիվը առանց մնացորդի կբաժանվի 2 -ի: $10a$ թիվը նույնպես բաժանվում է 2 -ի: Հետևաբար այդ թվերի գումարը, այսինքն՝ տրված թիվը նույնպես կբաժանվի 2 -ի:

բ. Դիցուք՝ $10a+b$ թիվը, որտեղ b -ն միանիշ է, առանց մնացորդի բաժանվում է 2 -ի: Քանի որ $10a$ թիվը առանց մնացորդի բաժանվում է 2 -ի, ապա b -ն նույնպես առանց մնացորդի կբաժանվի 2 -ի, որովհետև այն հավասար է երկու այնպիսի թվերի տարբերության, որոնցից յուրաքանչյուրը առանց մնացորդի բաժանվում է 2 -ի.

$$b=(10a+b)-10a:$$

Իսկ միանիշ թվերից 2 -ի վրա առանց մնացորդի բաժանվում են միայն $0, 2, 4, 6, 8$ նիշերով թվերը: Հետևաբար՝ b -ն այդ թվերից մեկն է:

Ավելի պարզ է 5 -ի վրա բաժանման հայտանիշը:

$\mathbf{5}$-ի վրա բաժանելիության հայտանիշը

ա. Եթե թիվը վերջանում է 0 -ով կամ 5 -ով, ապա այդ թիվը առանց մնացորդի *բաժանվում է 5 -ի:*

բ. Եթե թիվը առանց մնացորդի բաժանվում է 5 -ի, ապա այն վերջանում է 0 -ով կամ 5 -ով:

Ապացուցում: ա. Դիցուք՝ թվի գրությունը վերջանում է b նիշով: Ուրեմն՝ այն ունի $10a+b$ տեսքը:

Ըստ պայմանի b -ն պետք է լինի 0 կամ 5 նիշերից որևէ մեկը, և, ուրեմն, b թիվն առանց մնացորդի կբաժանվի 5 -ի: $10a$ թիվը նույնպես առանց մնացորդի բաժանվում է 5 -ի: Հետևաբար այդ թվերի գումարը, այսինքն՝ տրված թիվը նույնպես առանց մնացորդի կբաժանվի 5 -ի:

բ. Դիցուք՝ $10a+b$ թիվը, որտեղ b -ն միանիշ թիվ է, առանց մնացորդի բաժանվում է 5 -ի: Քանի որ $10a$ թիվը առանց մնացորդի բաժանվում է 5 -ի, ապա b -ն նույնպես առանց մնացորդի կբաժանվի 5 -ի, որովհետև այն հավասար է երկու թվերի տարբերության, որոնցից յուրաքանչյուրը առանց մնացորդի բաժանվում է 5 -ի: Իսկ 5 -ի վրա առանց մնացորդի բաժանվող միանիշ թվերն են՝ 0 կամ 5 նիշերով թվերը: Հետևաբար՝ b -ն այդ նիշերից մեկն է:

4-ի վրա բաժանելիության հայտանիշը

ա. Եթե թվի վերջին երկու նիշերով գրված թիվը առանց մնացորդի բաժանվում է 4 -ի, ապա այդ թիվը առանց մնացորդի բաժանվում է 4 -ի:

բ. Եթե թիվը առանց մնացորդի բաժանվում է 4 -ի, ապա նրա վերջին երկու նիշերով գրված թիվը առանց մնացորդի բաժանվում է 4 -ի:

Ապացուցումը: ա. Դիցուք՝ թվի գրության վերջին երկու նիշերով գրված թիվը b -ն է: Այդ դեպքում թիվը կունենա $100a+b$ տեսքը:

Այժմ, քանի որ $100a$ թիվը առանց մնացորդի բաժանվում է 4 -ի, ապա b թիվը 4 -ի բաժանվելու դեպքում 4 -ի կբաժանվի նաև տրված՝ $100a+b$ թիվը:

բ. Տրված՝ $100a+b$ թիվը 4 -ի բաժանվելու դեպքում 4 -ի կբաժանվի նաև b թիվը:

Շատ անսպասելի են 3 -ի և 9 -ի վրա բաժանման հայտանիշները:

3-ի վրա բաժանելիության հայտանիշը

ա. Թիվը 3 -ի կբաժանվի, եթե նրա թվանշանների գումարը բաժանվում է 3 -ի:

բ. Եթե թիվը բաժանվում է 3 -ի, ապա նրա թվանշանների գումարը բաժանվում է 3 -ի:

Ապացուցում: ա. Դիցուք՝ մեր թիվը երկնիշ է՝ $10a+b$: Նրա նիշերի գումարն է $a+b$: Դուք հեշտությամբ կհամոզվեք, որ

$$10a+b=(a+b)+9a : \quad (1)$$

Այժմ, քանի որ $9a$ թիվը միշտ առանց մնացորդի բաժանվում է 3 -ի, ապա $a+b$ թիվը առանց մնացորդի 3 -ի բաժանվելու դեպքում՝ 3 -ի կբաժանվի նաև $9a$ և $a+b$ թվերի գումարը, այսինքն՝ $10a+b$ թիվը:

բ. Եթե $10a+b$ թիվն է բաժանվում 3 -ի, ապա 3 -ի կբաժանվի նաև $10a+b$ և $9a$ թվերի տարբերությունը՝ $a+b$ թիվը: Եթե տրված է $100a+10b+c$ եռանիշ թիվը, ապա (1) հավասարության փոխարեն մեր դատողություններում կօգտագործենք

$$100a+10b+c=(a+b+c)+99a+9b$$

հավասարությունը: Նույն կերպ՝ քառանիշ կամ կամայական այլ քանակով նիշեր պարունակող թվերի համար:

3 -ի վրա բաժանման հայտանիշին նման է 9 -ի վրա բաժանման հայտանիշը:

9-ի վրա բաժանելիության հայտանիշը

ա. Թիվը 9 -ի կբաժանվի, եթե նրա թվանշանների գումարը բաժանվում է 9 -ի:

բ. Եթե թիվը բաժանվում է 9 -ի, ապա նրա թվանշանների գումարը բաժանվում է 9 -ի:

Ապացուցումը համարյա չի տարբերվում նախորդ հայտանիշի ապացուցումից. փորձեք այն կատարել ինքնուրույն:

ՀԱՄԿԱՑԵՂ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Ինչպե՞ս են նշանակում y միավոր և x տասնավոր ունեցող թիվը:

2. Ինչպե՞ս են նշանակում x հարյուրավոր, y տասնավոր և z միավոր պարունակող թիվը :

3. Ի՞նչ է նշանակում գրառումը.

   ա. xy , բ. $\overline{xyz}$:

4. Ի՞նչով են տարբերվում xy և $\overline{xy}$ գրառումները: Այդ գրառումներից յուրաքանչյուրի մեջ ինչպիսի՞ արժեքներ կարող են ընդունել x և y փոփոխականները:

5. Ինչու՞ նպատակահարմար չէ առանց մնացորդի բաժանման խնդիրը լուծել անկյունաձև բաժանման միջոցով:

6. Ձևակերպեք և ապացուցեք 2 -ի վրա բաժանման հայտանիշը:

7. Ձևակերպեք և ապացուցեք 5 -ի վրա բաժանման հայտանիշը:

8. Ձևակերպեք և ապացուցեք 4 -ի վրա բաժանման հայտանիշը:

9. Ձևակերպեք և ապացուցեք 3 -ի վրա բաժանման հայտանիշը:

10. Ձևակերպեք և ապացուցեք 9 -ի վրա բաժանման հայտանիշը:

ԽՆԴԻՐՆԵՐ

362. Քանի՞ միավոր և քանի՞ տասնավոր ունի թիվը.

ա. 92, բ. 920, գ. 902:

363. Կատարեք գործողությունը.

ա. $\mathrm{XI}+\mathrm{IV}$, բ. $\mathrm{XI}\cdot\mathrm{IV}$, գ. $\mathrm{XXXIV}-\mathrm{VI}$,

դ. $\mathrm{C}:\mathrm{XXV}$, ե. $\mathrm{CX}-\mathrm{XIL}$, զ. $\mathrm{XC}:\mathrm{LX}$:

364. Կատարեք գործողությունը.

ա. $11+4$, բ. $11\cdot4$, գ. $34-6$, դ. $100:25$,

ե. $110-39$, զ. $90:60$:

365. Թիվը գրեք դիրքային գրությամբ.

ա. $2\cdot10000+3\cdot1000+4\cdot100+2\cdot10+5$,

բ. $5\cdot100000+4\cdot100+7\cdot10+9$,

գ. $6\cdot1000000+10000+7$,

դ. $1000000+10000+10000+1000+100+10+1$:

366. Գրեք թիվը՝ օգտվելով 10 -ի աստիճաններից.

ա. 11, բ. 111111111, գ. 346, դ. 10000001:

367. Թիվը ներկայացրեք բազմանդամի տեսքով.

ա. $\overline{ab}$, բ. $\overline{x00x}$, գ. $\overline{a0001}$, դ. $\overline{ba}$,

ե. $\overline{ax00}$, զ. $\overline{1010a}$, է. $\overline{a0b}$, ը. $\overline{aaaaa}$:

368. Ներկայացրեք բազմանդամի տեսքով և ստացված բազմանդամը գրեք կատարյալ տեսքով.

ա. $\overline{ab}-\overline{ba}$, բ. $\overline{abc}-\overline{cba}$, գ. $\overline{xy}+\overline{yx0}$, դ. $\overline{xyz}-\overline{xz}$:

369. Ցույց տվեք, որ

ա. $\overline{ab}+\overline{ba}$ գումարը $a+b$ գումարի բազմապատիկ է,

բ. $\overline{ab}-\overline{ba}$ տարբերությունը բաժանվում է 9 -ի:

370. Անկյունաձև բաժանման միջոցով պարզեք, թե արդյո՞ք թիվը առանց մնացորդի բաժանվում է $2, 3, 4, 5$ կամ 9 -ի.

ա. 100, բ. 23287, գ. 23187, դ. 10000001:

371. Հետևյալ թիվը բաժանվու՞մ է 2 -ի վրա առանց մնացորդի.

ա. 104, բ. 1998, գ. 241181, դ. 100006:

372. Հետևյալ թիվը բաժանվու՞մ է 5 -ի վրա առանց մնացորդի.

ա. 554, բ. 1998, գ. 20175, դ. 1000009:

373. Հետևյալ թիվը բաժանվու՞մ է 4 -ի վրա առանց մնացորդի.

ա. 108, բ. 1998, գ. 76581, դ. 1000012:

374. Հետևյալ թիվը բաժանվու՞մ է 3 -ի վրա առանց մնացորդի.

ա. 105, բ. 1998, գ. 111111, դ. 1000023:

375. Հետևյալ թիվը բաժանվու՞մ է 9 -ի վրա առանց մնացորդի.

ա. 704, բ. 1998, գ. 111111111 , դ. 100001:

376. Հետևյալ թիվը բաժանվու՞մ է 6 -ի վրա առանց մնացորդի.

ա. 702, բ. 1998, գ.111111, դ. 1000001:

377. Օգտվելով 2 -ի և 3 -ի վրա բաժանման հայտանիշից՝ ձևակերպեք և ապացուցեք 6-ի վրա բաժանման հայտանիշը:

378. Հետևյալ թիվը բաժանվու՞մ է 15 -ի վրա առանց մնացորդի.

ա. 700, բ. 1915, գ.1111115, դ. 1000005 :

379. Օգտվելով 3 -ի և 5 -ի վրա բաժանման հայտանիշից՝ ձևակերպեք և ապացուցեք 15 - ի վրա բաժանման հայտանիշը:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

380. a թվին աջից կցագրեցին 1: Գրեք ստացված թվի տեսքը: Արդյո՞ք այդ տեսքը տարբեր կլինի, եթե a -ն լինի միանիշ կամ բազմանիշ:

381. a թվին ձախից կցագրեցին 1: Գրեք ստացված թվի տեսքը, եթե.

ա. a թիվը միանիշ է, գ. a թիվը եռանիշ է,

բ. a թիվը երկնիշ է, դ. a թիվը քառանիշ է:

382. Եթե թվին աջից կցագրենք զրո և արդյունքը հանենք 147 թվից, ապա կստացվի այդ թվի եռապատիկը: Գտեք թիվը:

383. Եթե թվին աջից կցագրենք 9 և ստացված թվին ավելացնենք տրված թվի կրկնապատիկը, ապա գումարը հավասար կլինի 633: Գտեք այդ թիվը:

384. Եթե եռանիշ թվին ձախից կցագրենք 5 և ստացված թվից հանենք 3032, ապա ստացված տարբերությունը տրված թվից մեծ է 9 անգամ: Գտեք այդ եռանիշ թիվը:

385. Եռանիշ թիվը վերջանում է 7 թվանշանով: Եթե այդ թվանշանը տեղափոխենք առաջին տեղ, ապա թիվը կմեծանա 324 -ով: Գտեք այդ եռանիշ թիվը:

386. Գտեք 4 տասնավոր ունեցող այն թիվը, որը 18 -ով փոքր է նույն թվանշաններով, բայց հակառակ դասավորությամբ գրված թվից:

387. Եթե երկնիշ թիվը բաժանենք իր թվանշանների գումարի վրա, ապա քանորդում կստացվի 2, իսկ մնացորդում՝ 8: Իսկ եթե նույն թվանշաններից, բայց հակառակ կարգով գրված թիվը բաժանենք իր թվանշանների գումարի վրա, ապա քանորդում կստացվի 8, իսկ մնացորդում՝ 2: Գտեք սկզբնական թիվը:

388. Գտեք այն երկնիշ թիվը, որը իր թվանշանների գումարի վրա բաժանվելիս ստացվում է 9 քանորդ և 1 մնացորդ, իսկ թվանշանների արտադրյալի վրա բաժանելիս՝ 3 քանքորդ և 10 մնացորդ:

389. Գտեք այն երկնիշ թիվը, որին աջից և ձախից 1 կցագրելիս ստացված թիվը 23 անգամ մեծ է այդ թվից:

390. Եթե տրված թվին աջից կցագրենք 9 և ստացված թվին ավելացնենք տրված թվի կրկնապատկերը, ապա կստանանք 633: Ո՞րն է տրված թիվը:

391. Եթե տրված երկնիշ թվին աջից կցագրենք 2 և ստացված թիվը բաժանենք տրված թվի եռապատիկի վրա, ապա քանորդում կստանանք 3, իսկ մնացորդում՝ 58: Գտեք տրված թիվը:

ԲԻԲԻԱԾԱՐԺ

392. Ցույց տվեք, որ $p+5$ և $p+10$ թվերը միաժամանակ պարզ լինել չեն կարող:

393. Ապացուցեք, որ հինգ հաջորդական ամբողջ թվերի քառակուսիների գումարը բաժանվում է 5 -ի:

294. Ապացուցեք, որ ցանկացած n բնական թվի համար n^3+5n գումարը 6 -ի բազմապատիկ է:

395. Ապացուցեք, որ եթե n -ը բնական թիվ է, ապա 10^n+65 թիվը առանց մնացորդի կբաժանվի 15 -ի:

396. 124 և 208 թվերը 1 -ից մեծ n թվի վրա բաժանելիս ստացվում են համապատասխանաբար 14 և 13 թվերը: Գտեք n -ը:

§10 ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ

1. Պատմական տեղեկություններ: Դուք արդեն գիտեք, որ իրական գործակիցներով բազմանդամի արմատ ունենալու հարցը լուծվել է դեռևս 18-րդ դարում՝ Կ.Գաուսի կողմից: Գաուսը ցույց տվեց, որ իրական գործակիցներով կամայական ոչ հաստատուն բազմանդամն ունի արմատ: Այս արդյունքը այնքան նշանակալից էր, որ կոչվեց հանրահաշվի հիմնական թեորեմ: Սակայն արդեն x^2+1 բազմանդամը իրական արմատներ չունի, և առաջին հայացքից սա կարող է կասկածելի կամ անհասկանալի դարձնել հանրահաշվի հիմնական թեորեմը:

Սակայն Գաուսը բազմանդամի արմատները գտնելու համար օգտագործեց նոր տեսակի թվեր, որոնք էլ կարող էին լինել ինչպես x^2+1, այնպես էլ կամայական այլ բազմանդամի արմատներ: Այդ թվերը հայտնագործվեցին 16-րդ դարում: Դրանք հրաշալիորեն ենթարկվում էին արդեն հայտնի թվերին հատուկ բոլոր օրինաչափություններին: Ավելին, կարելի էր նաև թվերի այդ նոր աշխարհում ցանկացած թվից հանել քառակուսի արմատ, մասնավորապես, այնտեղ իմաստ ուներ $\sqrt{-1}$ արտահայտությունը: Ժամանակի և ապագայի գիտնականները, նույնիսկ Ի.Նյուտոնը, կասկածանքով վերաբերվեցին այդ թվերին, $\sqrt{-1}$ արտադրիչը պարունակող թվերն անվանեցին կեղծ թվեր: Իսկ թվերն իրենք ստացան կոմպլեքս թվեր անվանումը և անսպասելիորեն լայն կիրառություն գտան բնագիտության մեջ: Մաթեմատիկայի՝ կոմպլեքս թվերին նվիրված բնագավառը հետագայում մեծ զարգացում ունեցավ, ինչին նպաստեցին նաև հայ մաթեմատիկոսներ Արտաշես Շահինյանը, Մխիթար Ջրբաշյանը, Սերգեյ Մերգելյանը...:

2. Պյեռ Ֆերմա: Պյեռ Ֆերման ծնվել է 1601 թվականին, Ֆրանսիայի քաղաքում: Նա մասնագիտությամբ իրավաբան էր, և դատական գործերի արանքում սիրում էր լուծել մաթեմատիկական խնդիրներ: Այդ խնդիրների լուծումները և իր դիտողությունները նա կատարում էր զանազան գրքերի լուսանցքներում: Կարդալով հնադարի հույն մաթեմատիկոս Դիոֆանտի «Թվաբանություն» գրքի այն էջը, որտեղ խոսվում է $x^2+y^2=z^2$ հավասարման ամբողջ լուծումների մասին, լուսանցքում նա ձևակերպում է հետևյալ թեորեմը. $x^n+y^n=z^n$ հավասարումը ամբողջ լուծումներ չունի

2 -ից մեծ կամայական n բնական թվի համար: «Ես գտել եմ այս փաստի զարմանալի ապացուցում, բայց տեղի սղության պատճառով այն չեմ կարող շարադրել» -գրում է նա: Հետագայում այս արդյունքը կոչվեց Ֆերմայի մեծ թեորեմ և իր վրա բևեռեց եկող բոլոր սերունդների ուշադրությունը: Հարցի ձևակերպումը անչափ պարզ էր, իսկ լուծումը՝ անչափ բարդ: Շատերը փորձեցին իրենց ուժերը չափել դրա լուծման վրա: Այս տեսակետից մաթեմատիկական որևէ խնդիր չի կարող համեմատվել Ֆերմայի մեծ թեորեմի հետ: Հետաքրքրությունը նրա նկատմամբ ավելի մեծացավ, երբ գերմանացի մաթեմատիկոսներից մեկը 100000 մարկ խոստացավ այն լուծողի համար: Սակայն գործադրված բոլոր ջանքերը ապարդյուն էին և միայն շուրջ 450 տարի հետո, 20 -րդ դարի վերջերին հնարավոր եղավ գտնել դրա լուծումը, որն իր բարդության պատճառով հասանելի չէ անգամ շատ մաթեմատիկոսների: Այդ պատճառով մաթեմատիկոսները համոզված են, որ Ֆերման սխալվել է, երբ կարծել է, թե ինքը գտել է այդ խնդրի լուծումը: Ֆերման Դեկարտի հետ միասին համարվում է կոորդինատական մեթոդի հիմնադիրը, լուրջ ծառայություն ունի մաթեմատիկայում և հաջողությամբ զբաղվել է նաև ֆիզիկայի հարցերով: Ֆերման մահացավ 1665 թվականին, սակայն նրա աշխատանքները հրապարակվեցին միայն մահից հետո, 1669 թվականին, որդու կողմից:

3. Լրացուցիչ վարժություններ:

397. Կատարեք նման անդամների միացում

ա. $6x^3-2x^2+3x-x^5-1+x-2x^3-x+4$,

բ. $3-2y+y^2+y^5-12y^2-2y+4+2y^5+y^2$,

գ. $2z^5-2z+z^4-3+4-z^2+27+2z^4+3z^3$:

398. Պարզեցրեք արտահայտությունները

ա. $3xy^2-5x^2y-4xy+3x^2y-4xy^2+4xy$,

բ. $2x^4y-3x^4-xy^4+2x^4+3x^4y-6x^4$,

գ. $4x^3y^2-x^2y^3-3x^3y^2-2x^2y^3+6x^3y^2-x^2y^2$:

399-400. Պարզեցրեք արտահայտությունը

399. ա. $(x-y)+(y-7)+(7-x)$

բ. $(x-y)+(y-x)-(x+y)$,

գ. $(x+y-z)+(x-y+z)-(x-y-z)$:

400. ա. $(10a-2b+5c)-(-5a+10b-2c)$,

բ. $(11m-11m-8mn)-(7mn-8n+12m)$,

գ. $(x^2+3xy-y^2)-(4xy+5y^2-4x^2)$,

դ. $(4x^3-3xy+y^3)-(3xy+4x^3-y^3)$:

401. Հաշվեք արտահայտության արժեքը

ա. $(a-b+c)-(a-b+d)+(a-c+d)-(b-c+d)$,

երբ $a=2$, $b=3$, $c=1{,}5$, $d=2{,}5$,

բ. $(x+y+z-1)-(x-y+z+1)+(x-y-z+1)-(x-y-z-1)$,

երբ $x=7$:

402. Պարզեցրեք $A+B$, $A-B$, $B-A$ բազմանդամները, եթե.

ա. $A=2x^2+x-2$, ,

բ. $A=1-2a-5a^2$, $B=2-3a+5a^2$,

գ. $A=1+2x-x^3$, $B=1+x-(x^3+3x)$:

403. Կատարեք գործողությունները.

ա. $-4(1-2x^2+3xy)$, բ. $2x^2(x-yz+4y^2)$

գ. $-3x^3(4z+3xy-x^2)$, դ. $-4zt^2(2z^2t-7+2t+1)$:

404-405. Պարզեցրեք արտահայտությունը.

404. ա. $x(x+y)-y(x-y)$, բ. $3x(x-2y)-2y(3y-x)$,

գ. $a(a^2-1)+a^2(a-1)$, դ. $-4zt^2(2z^2t-z+2t+1)$:

405. ա. $2x(3+2x-x^2)+x(2x^2-3x+1)$,

բ. $x(x^2-xy+y^2)-y(x^2+xy+y^2)$,

գ. $2x(1-x-3x^2)-3x(2-x-2x^2)$,

դ. $2y(5x-3y^2)-y(x-y)$:

406. Ապացուցեք, որ.

ա. $a(b-c-d)-b(c-d+a)+c(a+b-d)-d(a+b-c)=0$,

բ. $abc(a-1)-abc(b-1)-abc(c-1)-abc=abc(a-b-c)$:

407. Ապացուցեք, որ.

ա. եթե $a+b+c=0$, ապա $a(bc-1)+b(ac-1)+c(ab-1)=3abc$,

բ. եթե $ab+ac+bc=0$,

ապա $a(a-b)+b(b-c)+c(c-a)=a^2+b^2+c^2$,

գ. եթե $ab+bc+ac=0$, ապա

$(a-b)(a-c)+(b-c)(b-a)+(c-a)(c-b)=a^2+b^2+c^2$

դ. եթե $a^2=b^2+c^2$, ապա $(bc-a)-(ac-b)-(ab-c)c=-abc$:

408. Ապացուցեք, որ եթե $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$, ապա.

ա. $\dfrac{a+b}{b}=\dfrac{c+d}{d}$, բ. $\dfrac{a-b}{b}=\dfrac{c-d}{d}$, գ. $\dfrac{a+c}{b+d}=\dfrac{a}{b}$:

409. Բազմանդամը գրառեք կատարյալ տեսքով.

ա. $(a+b)(a^2-ab+b^2)$, բ. $(x-y)(x^2-xy+y^2)$

գ. $(a-2b)(a-b)+(b^2-a^2)$, դ. $u(u+v)-(v-1)(u-1)$:

410. Ապացուցեք, որ.

ա. $(x+y)(x+y+2z)=(x+y)(x+y+z)+xz+yz$,

բ. $x^3+y^3+z^3-3xyz=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xz-yz)$

411. Եթե երկնիշ թվին մեկ անգամ աջից, մյուս անգամ ձախից կցագրենք 1 թվանշանը, ապա ստացված թվերի տարբերությունը կլինի 324: Գտեք տրված երկնիշ թիվը:

412. Եթե երկնիշ թվին ձախից կցագրենք 7 և ստացված թվից հանենք 670, ապա կստանանք 101: Գտեք տրված երկնիշ թիվը:

413. Եթե եռանիշ թվին ձախից կցագրենք 5 և ստացված թվից հանենք 3032, ապա կստանանք մի թիվ, որը եռանիշ թվից մեծ է 9 անգամ: Գտեք եռանիշ թիվը:

414. Եթե 1-ով սկսվող վեցանիշ թվի առաջին թվանշանը տեղափոխենք թվի վերջը, իսկ մյուս թվանշանների դասավորությունը պահպանենք, ապա ստացված թիվը 3 անգամ մեծ կլինի սկզբնականի թվից: Գտեք սկզբնական թիվը:

415. Երկու բնական թվերի գումարը 1244 է: Եթե առաջին թվին կցագրենք 3, իսկ երկրորդի վերջին թվանշանը, որ 2-ն է, դեն նետենք, ապա կստանանք երկու հավասար թվեր: Գտեք սկզբնական թվերը:

416. Ապացուցեք, որ չորս հաջորդական թվերի գումարը 4 -ի բազմապատիկ չէ:

417. Ապացուցեք, որ բոլոր ամբողջ n -երի համար.

ա. $n(n-1)-(n+3)(n+2)$ արտահայտության արժեքը բաժանվում է 6 -ի,

բ. $n(n+2)-(n-7)(n-5)$ արտահայտության արժեքը բաժանվում է 7 -ի:

418. Ապացուցեք, որ.

ա. բոլոր բնական n -երի համար $n(n+5)-(n-3)(n+2)$ արտահայտության արժեքը բաժանվում է 6 -ի,

բ. $(n-1)(n+1)-(n-7)(n-5)$ արտահայտության արժեքը բաժանվում է 12 -ի:

419. Ապացուցեք, որ.

ա. 16^5+16^4 թիվը բաժանվում է 17 -ի,

բ. 36^5-6^9 թիվը բաժանվում է 30 -ի,

գ. 38^9-38^8 թիվը բաժանվում է 37 -ի, դ. 41^9+41^8 թիվը բաժանվում է 7 -ի,

ե. 2^5+4^4 թիվը բաժանվում է 3 -ի:

420. Ապացուցեք, որ.

ա. $7^8+7^7+7^6$ թիվը բաժանվում է 3 -ի,

բ. $2^9-2^8+2^5$ թիվը բաժանվում է 6 -ի,

գ. $16^4-2^{13}-4^5$ թիվը բաժանվում է 11 -ի:

421. Ցույց տվեք, որ $n(n+1)(2n+1)$ -ը բաժանվում է 6 -ի:

422. Ցույց տվեք, որ եթե n -ը կենտ թիվ է, ապա n^2-1 -ը բաժանվում է 8 -ի:

423. Ցույց տվեք, որ եթե n -ը չի բաժանվում 3 -ի, ապա n^2-1 -ը բաժանվում է 24 -ի:

424. Ցույց տվեք, որ n^2+2 -ը չի բաժանվում 4 -ի:

425. Կարո՞ղ եք $6n+5$ տեսքի թիվը ներկայացնել $3x+2$ տեսքով:

426. Ցույց տվեք, որ բնական թվի քառակուսին 3 -ի վրա բաժանվելիս տալիս է 0 կամ 1 մնացորդ:

427. Ցույց տվեք, որ մեկից ավելի և մինչև 10 հատ 1 -երով գրված թիվը լրիվ քառակուսի չէ:

428. Ցույց տվեք, որ a, b, n բնական թվերի համար եթե $ab=n$, ապա $a\le\sqrt{n}$ կամ $b\le\sqrt{n}$:

429. Ցույց տվեք, որ $p+5$ և $p+10$ թվերը միաժամանակ պարզ լինել չեն կարող:

430. Գտեք 1 և 15 թվերի միջև ընկած բոլոր այն բնական թվերը, որոնց համար $a\cdot b$ -ն բաժանվում է 15 -ի:

431. Գտեք 1 և 15 թվերի միջև ընկած բոլոր այն բնական թվերը, որոնց համար $a\cdot b-1$ թիվը բաժանվում է 15 -ի:

432. Օգտվելով բաժանականության հայտանիշներից, ցույց տվեք, որ 2983 թիվը բնական թվի քառակուսի չէ:

433. 371 -ը բաժանել են որևէ թվի վրա և քանորդում ստացել են 14 -ը: Գտեք բաժանելին և մնացորդը:

434. Հաշվեք 3 -ի և 5 -ի չբաժանվող բոլոր երկնիշ թվերի գումարը:

435. Երկնիշ թիվը չի բաժանվում 3 -ի: Կարո՞ղ է 3 -ի բաժանվել նրա թվանշանների քառակուսիների գումարը:

436. Ապացուցեք, որ եթե 3 -ից մեծ երկու պարզ թվերի տարբերությունը 2 է, ապա նրանց գումարը կբաժանվի 12 -ի:

437. Գտեք 11 -ի բաժանվող բոլոր այն եռանիշ թվերը, որոնց թվանշանների գումարը 25 է:

ԳԼՈՒԽ 3 2

§11 ՄԻ ՔԱՆԻ ԱՆՀԱՅՏՈՎ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

1. Մի քանի անհայտով հավասարումներ: Կիրառական բազմաթիվ խնդիրների լուծումներ բերվում են երկու անհայտով հավասարումների: Դիտարկենք մեկ օրինակ:

Անուշը բանկ է հանձնել 20000 դրամ, որին յուրաքանչյուր ամիս ավելանում է 150 դրամ: Քանի՞ դրամ կունենա Անուշը բանկում մի քանի ամիս հետո:

Լուծումը	***Փաստարկները***
x	ամիսների թիվը
y	դրամի քանակությունը x ամսից հետո
$150x$	x ամսում ավելացած դրամի քանակությունը
$20000+150x$	դրամի քանակությունը x ամսից հետո
$y=20000+150x$	խնդրի պայմանը

Մենք ստացանք մի հավասարում, որը հնարավորություն է տալիս լուծելու տրված խնդիրը. ամիսների նախապես տրված ցանկացած թվի համար որոշելու բանկում Անուշի ունեցած դրամի քանակությունը: Օրինակ, 10 ամիս հետո Անուշի ունեցած դրամի քանակությունը որոշելու համար անհարաժեշտ է ստացված $y=20000+150x$ հավասարման մեջ x -ի փոխարեն տեղադրել 10: Այդ դեպքում y -ի համար կստանանք $y=20000+150\cdot 10$ կամ 21500 դրամ: Նույն կերպ մենք կվարվեինք 10 -ի փոխարեն ամիսների մի այլ թիվ դիտարկելիս. այդ դեպքում կստանայինք y -ի մի այլ արժեք: Այսպիսով՝ մենք ունենք երկու՝ x և y փոփոխականներից կախված մի՝ $y=20000+150x$ հավասարում:

Դիտարկենք մեկ այլ խնդիր: Որքա՞ն պետք է լինեն ուղղանկյունաձև սենյակի չափսերը, որպեսզի նրա մակերեսը լինի 40 քառ. մետր:

Եթե սենյակի երկարությունը նշանակենք x մետրով, լայնությունը՝ y մետրով, ապա կունենանք՝ $x\cdot y=40$:

Օրինակ, եթե սենյակի երկարությունը լինի 8 մետր, իսկ լայնությունը՝ 5 մետր, ապա կստանանք $8\cdot 5=40$: Իհարկե, մենք կարող ենք x -ի և y -ի համար ընտրել այլ արժեքներ: Այստեղ ևս $x\cdot y=40$ հավասարումը պարունակում է երկու փոփոխականներ՝ x և y:

Մենք տեսանք, որ երբ $y = 20000 + 150x$ հավասարման մեջ x փոփոխականն ընդունում է 10 արժեքը, ապա y փոփոխականն ընդունում է 21500 արժեքը: Ահա x փոփոխականի ընդունած 10 արժեքը և y փոփոխականի ընդունած 21500 արժեքը կազմում են $y = 20000 + 150x$ հավասարման մի լուծում: Մենք պայմանավորվել ենք նաև $(10,\ 21500)$ թվազույգը անվանել տրված հավասարման լուծում: Հանգունորեն՝ $x \cdot y = 40$ հավասարման լուծում է x փոփոխականի ընդունած 8 արժեքը և y փոփոխականի ընդունած 5 արժեքը, կամ $(8,\ 5)$ թվազույգը:

Երկու անհայտով հավասարման լուծման սահմանումը

Երկու փոփոխականով հավասարման լուծում է կոչվում այդ փոփոխականների արժեքների այն զույգը, որոնց դեպքում հավասարումը դառնում է հավասարություն:

Օրինակ՝ $x \cdot y = 40$ հավասարման լուծում են x փոփոխականի ընդունած 8 արժեքը և y փոփոխականի ընդունած 5 արժեքը, քանի որ $8 \cdot 5 = 40$ բանաձևը հավասարություն է: Հաճախ մենք «x փոփոխականի ընդունած 8 արժեքը և y փոփոխականի ընդունած 5 արժեքը $x \cdot y = 40$ հավասարման լուծում է» երկարաշունչ նախադասության փոխարեն, նույն իմաստով կգործածենք «$x \cdot y = 40$ հավասարման լուծումն են $x = 8,\ y = 5$ հավասարումները» կամ ավելի կարճ՝ «$x \cdot y = 40$ հավասարման լուծում է $x = 8,\ y = 5$»: Ավելի հաճախ նույն իմաստով գործածվում է հետևյալ նախադասությունը. «$x \cdot y = 40$ հավասարման լուծում է $(8,\ 5)$ թվազույգը»:

Մեր դիտարկած $y = 20000 + 150x$, և $x \cdot y = 40$ հավասարումները ունեն բազմաթիվ լուծումներ: Իսկ, օրինակ, $x^2 + y^2 = 0$ հավասարումը ունի միակ լուծումը՝ $(0,\ 0)$ թվազույգը: Կան նաև երկու անհայտով հավասարումներ, որոնք ընդհանրապես լուծումներ չունեն: Այդպիսին է, օրինակ, $x^2 + y^2 = -1$ հավասարումը:

2. ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ: Հանրահաշվի կիրառությամբ լուծվող խնդիրներ դիտարկելիս հավասարումները անգնահատելի ծառայություն են մատուցում: Սակայն այն դեպքերում, երբ խնդրի լուծման համար ներմուծվող փոփոխականների կամ անհայտների թիվը մեկից ավելի է, մեկ հավասարումը չի կարող տալ խնդրի լուծման որոշակի՝ մեկ արդյունքը: Նման դեպքերում միարժեք լուծումներ ստանալու հարցում մեզ օգնում են հավասարումների համակարգերը:

Քննարկենք մի քանի օրինակ: Նախորդ դասի սկզբում մենք դիտարկեցինք սենյակի չափսերը որոշելու խնդիրը: Այն լուծելու համար մենք նշանակեցինք սենյակի երկարությունը x մետրով, լայնությունը՝ y մետրով և, օգտվելով տրված սենյակի մակերեսը 40 քառ. մետր լինելու միակ պայմանից, ստացանք մեկ հավասարում՝ $x \cdot y = 40$: Ստացված այս հավասարումը, սակայն, կապ հաստատելով սենյակի երկարության և լայնության միջև, դեռևս հնարավորություն չի տալիս գտնելու նրանց համար որոշակի արժեքներ: Սենյակի չափսերի որոշման խնդրի լուծման մեջ որոշակիություն կմտնի, եթե մենք ունենանք ևս մեկ պայման: Օրինակ՝ կարող է տրված լինել սենյակի պատերի ընդհանուր երկարությունը. ասենք՝ 26 մ: Այդ դեպքում մենք կստանանք ևս մեկ հավասարում՝ $2x + 2y = 26$: Խնդրի լուծումը կստանանք, եթե գտնենք x և y անհայտների այն արժեքները, որոնք բավարարում են և՛ $x \cdot y = 40$ հավասարմանը և, $2x + 2y = 26$ հավասարմանը, այսինքն՝ հետևյալ համակարգին.

$$\begin{cases} x \cdot y = 40 \\ 2x + 2y = 26 : \end{cases}$$

Այսպիսով՝ լուծելով 40 քառ. մ մակերես և 26 մ պատերի ընդհանուր երկարություն ունեցող սենյակի չափսերի որոշման խնդիրը, մենք ստացանք երկու անհայտով երկու հավասարումների մի համակարգ: Խնդրի պայմաններին կբավարարեն այդ համակարգի լուծումները:

Դիտարկենք մեկ այլ օրինակ: Երեք գրադարակներում միասին կար 210 գիրք: Քանի՞ գիրք կար յուրաքանչյուր գրադարակում: Եթե նշանակենք x -ով՝ առաջին, y -ով՝ երկրորդ և z -ով՝ երրորդ գրադարակներում եղած գրքերի թիվը, ապա համաձայն խնդրի պայմանի՝ կստանանք $x + y + z = 210$ հավասարումը:

Գրադարակներում եղած գրքերի թվերը պետք է լինեն x, y, z անհայտների այն արժեքները, որոնց գումարը 210 է, այսինքն՝ անհայտների այն արժեքները, որոնք բավարարում են ստացված հավասարմանը: Նման արժեքներ կարող ենք ընտրել հետևյալ աղյուսակով.

x	70	70	50	40	45
y	70	60	80	90	100
z	70	80	80	80	65

Դուք կարող եք, իհարկե, առաջարկել բազմաթիվ այլ հնարավոր տարբերակներ նույնպես: Ասվածից հետևում է, որ խնդիրը մի որոշակի լուծում չունի: Պատճառը այն է, որ անհայտները շատ են՝ երեքը, իսկ տվյալները՝ քիչ՝ մեկը:

Եկեք տվյալների քանակը մեկով ավելացնենք: Ենթադրենք, թե առաջին գրադարակում կա 10 գիրք ավելի, քան երկրորդում:

Այս դեպքում մենք կստանանք ևս մի հավասարում՝ $x = y+10$: Մեր ունեցած հավասարման հետ միասին, մենք կստանանք երեք անհայտով երկու հավասարումների հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} x+y+z=210 \\ x=y+10: \end{cases}$$

Հասկանալի է, որ նոր պայմանը սահմանափակում է մեր հնարավորությունները դարակներում եղած գրքերի թիվը որոշելիս: Մասնավորապես՝ վերևում բերված աղյուսակի արժեքների միայն երկրորդ սյունակն է բավարարում խնդրի պայմաններին: Սակայն այս դեպքում ևս լուծման համար մենք կարող ենք անհայտների տարբեր արժեքներ ընտրել: Ահա այդպիսի արժեքների մի աղյուսակ.

x	80	70	50	90	100
y	70	60	40	80	90
z	60	80	120	40	20

Դուք, իհարկե, կարող եք առաջարկել բազմաթիվ այլ հնարավոր տարբերակներ: Ասվածից հետևում է, որ խնդիրը այս դեպքում ևս մի որոշակի լուծում չունի: Պատճառը, իհարկե, այն է, որ անհայտների թիվը նորից ավելի է հավասարումների քանակից:

Եկեք տվյալների քանակը ավելացնենք ևս մեկով: Ենթադրենք, թե առաջին գրադարակում կա 10 գիրք պակաս, քան երրորդում:

Այդ դեպքում մենք կստանանք ևս մի հավասարում՝ $x = z-10$: Մեր ունեցած հավասարումների հետ միասին, կունենանք երեք անհայտով երեք հավասարումների հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} x+y+z=210 \\ x=y+10 \\ x=z-10: \end{cases}$$

Այժմ արդեն անհայտների արժեքների ընտրության լայն հնարավորություն մենք չունենք: Իրականում անհայտների միայն $x=70,\ y=60,\ z=80$ արժեքներն են բավարարում տվյալ համակարգին, հետևաբար՝ նաև խնդրի պայմաններին:

Այսինքն՝ գրադարակներում գրքերի թիվն է. առաջինում՝ 70, երկրորդում՝ 60, երրորդում՝ 80:

Հասկանալի է, որ կախված դիտարկվող խնդրից՝ մենք կարող ենք ստանալ նաև չորս կամ ավելի մեծ թվով անհայտներ և տարբեր քանակով հավասարումներ ունեցող համակարգեր:

3. Կիրառություններ: Այժմ դիտարկենք մի քանի՝ առավել ուշագրավ իրադրություններ, որոնցում ստացվում են հավասարումների համակարգեր:

ա. ***Համատեղ աշխատանք***

Դիցուք՝ երկու բանվոր կատարում են միևնույն աշխատանքը: Նրանցից մեկը այդ աշխատանքը առանձին կատարում է x օրում, մյուսը առանձին՝ y օրում, երկուսով միասին՝ z օրում: Այդ դեպքում մենք կունենանք.

$\frac{1}{x}$	աշխատանքի այն մասը, որ կատարում է առաջին բանվորը մեկ օրում,
$\frac{1}{y}$	աշխատանքի այն մասը, որ կատարում է երկրորդ բանվորը մեկ օրում,
$\frac{1}{z}$	աշխատանքի այն մասը, որ կատարում են երկու բանվորը միասին՝ մեկ օրում,
$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z}$	պայմանը:

Այսպիսով՝ մենք ստացանք x, y, z երեք փոփոխականներով $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{z}$ մեկ հավասարում: Այստեղ մենք կստանանք անհայտների բազմաթիվ արժեքներ, որոնք բավարարում են հավասարմանը: Անհայտների որոշակի արժեքներ ստանալու համար համատեղ աշխատանքի վերաբերյալ խնդիրներում անհրաժեշտ է ունենալ ևս երկու պայման կամ տվյալ:

Նույն հավասարումը կստանանք, եթե ենթադրենք, որ երկու խողովակներից մեկը ավազանը լցնում է x օրում, մյուսը՝ y օրում, իսկ երկուսով միասին՝ z օրում:

Այժմ ենթադրենք, որ երկու խողովակներից մեկը ավազանը լցնում է x օրում, մյուսը դատարկում է y օրում, իսկ երկուսով այդ պայմաններում աշխատելով միասին՝ ավազանը լցնում են z օրում: Այդ դեպքում մենք կստանանք $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{z}$ հավասարումը:

բ. ***Խառնուրդներ և համաձուլվածքներ:***

Դիցուք՝ x քանակությամբ $p\%$ -անոց սպիրտի լուծույթը խառնել ենք y քանակությամբ $q\%$ -անոց սպիրտի լուծույթի հետ և ստացել $r\%$ -անոց լուծույթ: Դիտարկվող փոփոխականների միջև եղած հավասարությունը գրելու համար մենք պետք է իրար հավասարեցնենք սպիրտի քանակությունները. առաջին և երկրորդ լուծույթների մեջ պարունակված սպիրտի քանակությունների գումարը հավասար է խառնուրդի մեջ եղած սպիրտի քանակությանը.

$\frac{xp}{100}$ սպիրտի քանակությունը առաջին լուծույթում,

$\frac{yq}{100}$ սպիրտի քանակությունը երկրորդ լուծույթում,

$\frac{(x+y)r}{100}$ սպիրտի քանակությունը խառնուրդում,

$\frac{xp}{100}+\frac{yq}{100}=\frac{(x+y)r}{100}$ պայմանը:

Այսպիսով՝ երկու լուծույթներից ստացված խառնուրդի իրադրությունը նկարագրելու համար մենք վերցրինք x, y, p, q, r հինգ փոփոխական և ստացանք մեկ՝ $\frac{xp}{100}+\frac{yq}{100}=\frac{(x+y)r}{100}$ հավասարումը: Նշված փոփոխականների որոշակի արժեքներ ստանալու համար համատեղ խառնուրդների վերաբերյալ խնդիրներում անհրաժեշտ է ունենալ ևս չորս պայման կամ տվյալ:

Նույն հավասարումը կստանանք, եթե լուծույթների փոխարեն դիտարկենք համաձուլվածքներ:

գ. Կան բազմաթիվ այլ իրադրություններ, որոնք նույնպես հանրահաշվորեն նկարագրվում են մի քանի փոփոխականով հավասարումներով կամ հավասարումների համակարգերով: Դրանք ավելի հաճախ հանդիպում են արագության, գնի և այլ կշռույթների վերաբերյալ խնդիրներում:

4. Երկու անհայտով հավասարման գրաֆիկը: Երկու անհայտով հավասարումների գրաֆիկներ մենք արդեն դիտարկել ենք մեկ փոփոխականով բազմանդամների հանրահաշվում: Այնտեղ մենք ընդունել ենք հետևյալ սահմանումը:

Երկու անհայտով հավասարման գրաֆիկի սահմանումը

Երկու անհայտով հավասարման գրաֆիկը կոորդինատային հարթության այն կետերի բազմությունն է, որոնց կոորդինատները այդ հավասարման լուծումներն են:

Մենք արդեն գիտենք մի շարք հավասարումների գրաֆիկները: Մասնավորապես, մենք գիտենք $y=ax+b$ տեսքի հավասարումների գրաֆիկը. այն ուղիղ գիծ է: Այդ պատճառով է, որ $ax+b$ տեսքի երկանդամները կոչվում են գծային: Այժմ տեսնենք, թե ո՞ր հավասարումներն են պատկերում ուղիղ գծեր:

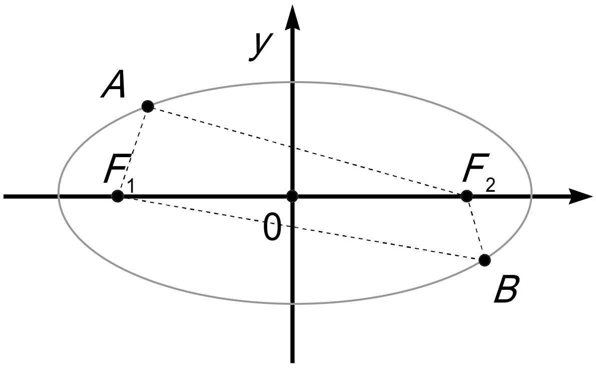
Ուղիղ գծի հավասարումը

$ax+by=c$ հավասարման գրաֆիկը, որտեղ a և b գործակիցներից գոնե մեկը զրոյից տարբեր է, xOy կոորդինատային հարթության ուղիղ գիծ է:

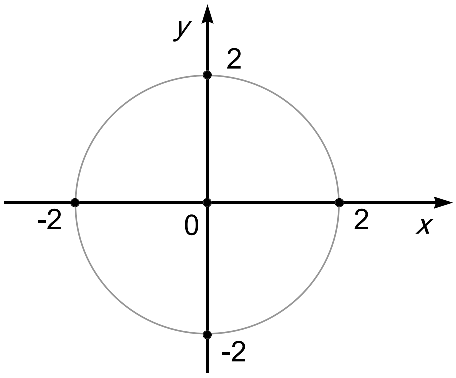
Հակադարձը՝ xOy կոորդինատային հարթության կամայական ուղղի հավասարումը ունի $ax+by=c$ տեսքը, որտեղ a, b, c հաստատուն իրական թվերից a -ն կամ b -ն զրոյից տարբեր են:

Այս հատկության ապացուցումը դուք կատարել եք երկրաչափության դասընթացում:

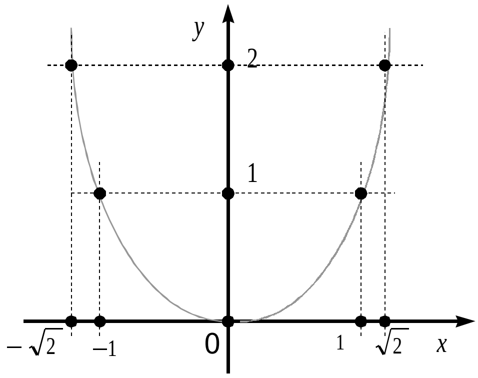
Իսկ ի՞նչ պատկերներ են երկու փոփոխականով երկրորդ աստիճանի հավասարումների գրաֆիկները: Նախ՝ երկու փոփոխականով երկրորդ աստիճանի հավասարումների գրաֆիկները կոչվում են ***երկրորդ կարգի կորեր***: Գոյություն ունի երկրորդ կարգի կորերի երեք տեսակ՝ ***էլիպս, պարաբոլ*** և ***հիպերբոլ***:



Դուք կարող եք գծել էլիպս, եթե գծագրական թղթի վրա ամրացնեք երկու մեխ, նրանցից կապեք թելի մի կտոր, մատիտի ծայրը դնելով թելի մի կողմում՝ այն շարժեք թղթի հարթության վրա: Այդ դեպքում մատիտի ծայրը կգծի էլիպս: Պարզագույն էլիպսը շրջանագիծն է: Օրինակ՝ $x^2+y^2=4$ հավասարումը պատկերում է 2 միավոր շառավիղով շրջանագիծ, որի կենտրոնը կոորդինատային համակարգի սկզբնակետն է:

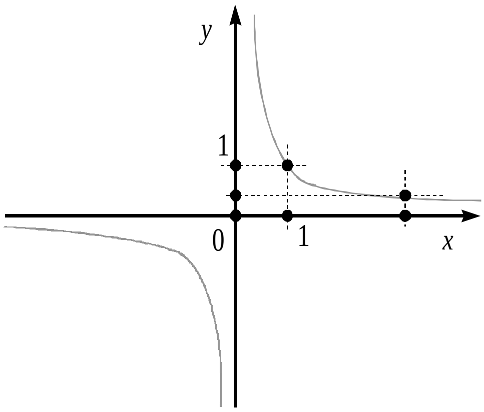


Պարաբոլի օրինակ է $y=x^2$ հավասարման գրաֆիկը: Այն պատկերված է գծագրում: Ընդհանրապես, կամայական քառակուսային եռանդամի, հետևաբար՝ նաև $y = ax^2 + bx + c$ հավասարման գրաֆիկը, որտեղ $a \neq 0$, պարաբոլ է: Այս հատկությունից և կոնկրետ քառակուսային եռանդամի գրաֆիկի տեսքից հաճախ են օգտվում՝ քառակուսային եռանդամի առանձին հատկություններ բացահայտելիս:



Երկրորդ կարգի կորեր են նաև հիպերբոլները: Դուք, հավանաբար, հիշում եք համեմատականությունների գրաֆիկական պատկերումը, որ մենք կատարեցինք պատկերների հանրահաշվում: Այնտեղ մենք գրաֆիկորեն պատկերեցինք գումարման և բազմապատկման ուղիղ համեմատականությունները, ինչպես նաև՝ հակադիր համեմատականությունները: Բոլոր այդ համեմատականությունների գրաֆիկները ուղիղներ են: Մինչդեռ հակադարձ համեմատականությունները մենք գրաֆիկորեն չպատկերեցինք: Ինչու՞, պետք է հարցնեիք դուք: Ահա այժմ մենք կարող ենք պատասխանել այս հարցին: Բանն այն է, որ ի տարբերություն գումարման և բազմապատկման ուղիղ համեմատականությունների, ինչպես նաև՝ հակադիր համեմատականության, հակադարձ համեմատականության գրաֆիկը ուղիղ գիծ չէ: Այն հիպերբոլ է:

Գրաֆիկորեն պատկերենք $xy = 1$ հավասարումը: Քանի որ x և y թվերի արտադրյալը հաստատուն է, ապա նրանցից մեկի մեծացումը հանգեցնում է մյուսի փոքրացման: Մասնավորապես, եթե x -ը անսահմանափակորեն մեծանում է, y -ը փոքրանում է, և նրա արժեքները անսահմանափակորեն մոտենում են 0-ի: Այսպիսով՝ մենք պատկերեցինք $xy = 1$ հավասարումը xOy կոորդինատային հարթության վրա. այն հիպերբոլ է: Հիպերբոլի առաջին և երրորդ քառորդներում ընկած մասերը կոչվում են նրա ***ճյուղեր***:



Այժմ անցնենք հակադարձ համեմատականությունների գրաֆիկական պատկերմանը: Դիցուք՝ ավտոմեքենան շարժվելով V կմ/ժ արագությամբ, 250 կմ ճանապարհը անցնում է t ժամում:Այդ դեպքում մենք գիտենք, որ V և t մեծությունների համեմատականությունը հակադարձ համեմատականություն է, և $Vt = 250$: Պատկերեք այս հավասարումը tOV կոորդինատային հարթության վրա: Պատկերը կլինի հիպերբոլ: Պատկերը նույնն է նաև ընդհանուր դեպքում:

Հակադարձ համեմատականության գրաֆիկը

xOy կոորդինատային հարթության վրա x և y մեծությունների հակադարձ համեմատականության գրաֆիկը հիպերբոլ է:

ՀԱՍԿԱՑԵԼ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Ձևակերպեք մի խնդիր, որի լուծումը հանգի երկու անհայտով հավասարման:
2. Ի՞նչ է երկու անհայտով հավասարման լուծումը:
3. Նկարագրեք մի իրադրություն, որը հանրահաշվորեն ներկայացվում է երեք անհայտով հավասարման տեսքով:
4. Նկարագրեք մի իրադրություն, որը հանրահաշվորեն ներկայացվում է երկու անհայտով երկու հավասարումների համակարգի տեսքով:
5. Նկարագրեք մի իրադրություն, որը հանրահաշվորեն ներկայացվում է երեք անհայտով երեք հավասարումների համակարգի տեսքով:
6. Բերեք կիրառական խնդրի օրինակ, որը հանրահաշվորեն ներկայացվում է երկու անհայտով հավասարման տեսքով և վերաբերում է.

   ա. համատեղ աշխատանքի, բ. խառնուրդների, գ. համածուլվածքների:
7. Ի՞նչ պատկեր է $ax + by = c$ հավասարման գրաֆիկը, երբ a, b գործակիցներից գոնե մեկը զրոյից տարբեր է:
8. Ի՞նչ պատկեր է $ax + by = c$ հավասարման գրաֆիկը, երբ a, b գործակիցները զրո են և.

   ա. c -ն զրոյից տարբեր է, բ. c -ն զրո է:
9. Ի՞նչ տեսք ունի կոորդինատային հարթության ուղղի հավասարումը:
10. Ինչպե՞ս են կոչվում երկու փոփոխականով երկրորդ աստիճանի հավասարումների գրաֆիկները:
11. Երկրորդ կարգի կորերի ինչպիսի՞ տեսակներ գիտեք:
12. Ինչպե՞ս է գծագրվում էլիպսը:
13. Էլիպսի ինչպիսի՞ պարզագույն օրինակներ գիտեք:
14. Ի՞նչ պատկեր է $y = x^2$ հավասարման գրաֆիկը:
15. Ի՞նչ պատկեր է $y = ax^2 + bx + c$ հավասարման գրաֆիկը, որտեղ $a \neq 0$:
16. Ի՞նչ պատկեր է $xy = 1$ հավասարման գրաֆիկը:
17. Որո՞նք են հիպերբոլի ճյուղերը:
18. Ի՞նչ պատկեր է հակադարձ համեմատականության գրաֆիկը:

438. Գտեք հավասարման որևէ լուծում.

ա. $x+y=10$, բ. $x \cdot y=10$, գ. $x-y=10$, դ. $x/y=10$ ։

439. Ցույց տվեք, որ $(2,-3)$ թվազույգը $4x-5y=23$ հավասարման լուծում է։

440. Արդյո՞ք $(3,-2)$ թվազույգը $4x-5y=23$ հավասարման լուծում է։

441. Ցույց տվեք, որ $(2,1)$ թվազույգը $2x-6y=-2$ հավասարման լուծում է, իսկ $(1,2)$ թվազույգը՝ ոչ։

442. Արդյո՞ք $(1,-1)$ թվազույգը $x-4y=5$ հավասարման լուծում է։ Հիմնավորեք պատասխանը։

443. Ցույց տվեք, որ թվազույգը $x^3+y=0$ հավասարման լուծում է.

ա. $(1,-1)$, բ. $(-3,27)$, գ. $(0,0)$, դ. $(2,-8)$։

444. Ցույց տվեք, որ թվազույգը $x+y^2=9$ հավասարման լուծումը չէ.

ա. $(-6,4)$, բ. $(3,2)$, գ. $(2,3)$, դ. $(-1,3)$։

445. $(0,0)$, $(1,1)$, $(-1,1)$, $(2,3)$, $(1,4)$ թվազույգերից ո՞րն է հավասարման լուծումը.

ա. $x=y$, բ. $x-y=0$, գ. $3x-2y=0$, դ. $x+y=0$ ։

446. Ապացուցեք, որ հավասարումը լուծումներ չունի.

ա. $x^2+y^2=-1$, բ. $x^2+y^4=-2$, գ. $x^{12}+y^2=-3$։

447. Գտեք հավասարման որևէ լուծում.

ա. $-x=y$, բ. $4x-5y=20$,

գ. $11x-12y=11$, դ. $-x+2y=12$ ։

448. Գտեք այնպիսի թվազույգ, որը հավասարման լուծում է, և այնպիսի թվազույգ, որը լուծում չէ.

ա. $x=y+1$, բ. $x-y=100$, գ. $x+0\cdot y=0$, դ. $x^2+y^2=1$։

449. a -ի ի՞նչ արժեքների դեպքում $ax=a$ հավասարումը.

ա. արմատներ չունի,

բ. ունի միայն մեկ արմատ,

գ. ունի մեկ բացասական արմատ,

դ. անվերջ բազմությամբ արմատներ ունի։

450. Կոորդինատային հարթության ի՞նչ պատկեր է հետևյալ հավասարման գրաֆիկը.

ա. $0\cdot x+0\cdot y=0$, բ. $x=0$, գ. $y=1$, դ. $x=1$ ։

451-454. Կառուցեք հավասարման գրաֆիկը.

451.ա. $x+y=0$, բ. $x=y+1$, գ. $x=y+2$, դ. $x+y=1$:

452. ա. $x^2+y^2=1$, բ. $x^2+y^2=16$, գ. $x^2+y^2=4$, դ. $x^2+y^2-20=5$:

453. ա. $x=y^2$, բ. $y=-x^2$, գ. $x=y^2+1$, դ. $y=x^2$:

454. ա. $xy=1$, բ. $xy=2$, գ. $xy=0$, դ. $xy=-1$:

455. WOL կոորդինատային հարթության վրա գրաֆիկորեն պատկերեք $WL=20$ հավասարման գրաֆիկը: Ի՞նչ իրադրություն կարող է պատկերել այդ հավասարումը:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

456. Ուղղանկյունաձև հողամասը ցանկապատված է 100 մ ընդհանուր երկարությամբ ցանկապատով:

ա. Որքա՞ն է հողամասի մակերեսը:

բ. Նշեք խնդրի մի քանի լուծում:

գ. Ինչու՞ խնդրի միակ լուծումը չենք ստանում:

դ. Խնդրի մեջ ավելացրեք ևս մեկ այնպիսի պայման, որ խնդիրն ունենա միակ լուծումը:

457. Երեք ձկնորս միասին որսացին 50 ձուկ: Որքա՞ն որսաց նրանցից յուրաքանչյուրը: Նշեք մի քանի լուծումներ:

458. Երեք ձկնորս միասին որսացին 100 ձուկ: Առաջինը 10 -ով երկրորդից ավելի որսաց: Որքա՞ն որսաց նրանցից յուրաքանչյուրը: Նշեք մի քանի լուծումներ:

459. Երեք ձկնորս միասին որսացին 170 ձուկ: Առաջինը 10 -ով երկրորդից ավելի որսաց, իսկ երկրորդը՝ 5 -ով ավելի, քան երրորդը: Որքա՞ն որսաց նրանցից յուրաքանչյուրը: Կարո՞ղ եք նշել մեկից ավելի լուծումներ:

460. Դիցուք՝ երկու բանվոր կատարում են միևնույն աշխատանքը: Նրանցից մեկը այդ աշխատանքը առանձին կատարում է x օրում, մյուսը առանձին՝ y օրում, երկուսով միասին՝ z օրում:

ա. Ի՞նչ կապ գոյություն ունի x, y, z տառերի միջև:

բ. Եվս քանի՞ տվյալ կամ պայման պետք է տալ՝ ա կետում ստացված հավասարման միարժեք լուծում ստանալու համար:

գ. Ի՞նչպիսի համակարգ կստացվի, եթե հայտնի է, որ երկուսով միասին աշխատանքը կատարում են 8 օրում:

դ. Ի՞նչպիսի համակարգ կստացվի, եթե հայտնի է, որ երկուսով միասին աշխատանքը կատարում են 8 օրում և առաջինը երկու անգամ ավելի արագ է աշխատում, քան երկրորդը:

ե. Ի՞նչպիսի համակարգ կստացվի, եթե հայտնի է, որ երկուսով միասին աշխատանքը կատարում են 12 օրում, և եթե առաջինը աշխատի 2 օր, իսկ երկրորդը՝ 3 օր, ապա նրանք կկատարեն ամբողջ աշխատանքի միայն 20% -ը:

461. Երկու խողովակներից մեկը ավազանը լցնում է x օրում, մյուսը՝ y օրում, իսկ երկուսով միասին՝ z օրում:

ա. Ի՞նչ կապ գոյություն ունի x, y, z տառերի միջև:

բ. Եվս քանի՞ տվյալ կամ պայման պետք է տալ՝ ա կետում ստացված հավասարման միարժեք լուծում ստանալու համար:

գ. Գտեք խնդրի որևէ լուծում:

462. Երկու խողովակներից մեկը ավազանը լցնում է x օրում, մյուսը դատարկում է y օրում, իսկ երկուսով միասին գործելով՝ դատարկ ավազանը լցնում են z օրում:

ա. Ի՞նչ կապ գոյություն ունի x, y, z տառերի միջև:

բ. Եվս քանի՞ տվյալ կամ պայման պետք է տալ՝ ա կետում ստացված հավասարման միարժեք լուծում ստանալու համար:

գ. Գտեք խնդրի որևէ լուծում:

դ. x -ն է մեծ, թե՞ y -ը:

463. Դիցուք՝ x քանակությամբ $p\%$ -անոց սպիրտի լուծույթը խառնել ենք y քանակությամբ $q\%$ -անոց սպիրտի լուծույթի հետ և ստացել $r\%$ -անոց լուծույթ:

ա. Ի՞նչ կապ գոյություն ունի x, y, p, q, r տառերի միջև:

բ. Եվս քանի՞ տվյալ կամ պայման պետք է տալ՝ ա կետում ստացված հավասարման միարժեք լուծում ստանալու համար:

գ. Ի՞նչպիսի համակարգ կստացվի, եթե հայտնի է, որ խառնուրդի քանակությունը 40 լ է:

դ. Ի՞նչպիսի համակարգ կստացվի, եթե հայտնի է, որ խառնուրդի քանակությունը 40 լ է, և առաջին լուծույթը պարունակում է 90% սպիրտ:

ե. Ի՞նչպիսի համակարգ կստացվի, եթե հայտնի է, որ խառնուրդի քանակությունը 40 լ է, և առաջին լուծույթը պարունակում է 90% սպիրտ, իսկ երկրորդը՝ 60% սպիրտ:

զ. Ի՞նչպիսի համակարգ կստացվի, եթե հայտնի է, որ խառնուրդի քանակությունը 40 լ է, առաջին լուծույթը պարունակում է 90% սպիրտ, երկրորդը՝ 60%, իսկ խառնուրդը՝ 70% սպիրտ:

464. Կազմեք հավասարում կամ հավասարումների համակարգ՝ ըստ խնդրի պայմանների.

ա. Ո՞ր թվերն են, որոնց գումարը 12 է:

բ. Ո՞ր թվերն են, որոնց գումարը 12 է, իսկ արտադրյալը՝ 20:

գ. Ո՞ր թվերն են, որոնց գումարը 12 է, իսկ արտադրյալը՝ 11:

դ. Ո՞ր թվերն են, որոնց գումարը 12 է, իսկ քառակուսիների գումարը՝ 104:

ե. Ո՞ր թվերն են, որոնց գումարը 12 է, իսկ խորանարդների գումարը՝ 1008:

465. Կազմեք հավասարում կամ հավասարումների համակարգ՝ ըստ խնդրի պայմանների.

ա. Երկու տակառ պարունակում են ջրի և սպիրտի լուծույթներ: Ինչպիսի՞ն կլինի նրանց խառնուրդի մեջ սպիրտի տոկոսը:

բ. Երկու տակառներ պարունակում են ջրի և սպիրտի լուծույթներ: Որքա՞ն կլինի նրանց խառնուրդի մեջ սպիրտի տոկոսը, եթե առաջինի մեջ այն 60% է:

գ. Երկու տակառ պարունակում են ջրի և սպիրտի լուծույթներ: Որքա՞ն կլինի նրանց խառնուրդի մեջ սպիրտի տոկոսը, եթե առաջինի մեջ այն 60% է, իսկ երկրորդի մեջ՝ 80% :

դ. Երկու տակառ պարունակում են ջրի և սպիրտի լուծույթներ: Որքա՞ն կլինի նրանց խառնուրդի մեջ սպիրտի տոկոսը, եթե առաջինի մեջ այն 60% է, երկրորդի մեջ՝ 80%, և առաջինի քանակությունը 10 լ է:

ե. Երկու տակառ պարունակում են ջրի և սպիրտի լուծույթներ: Որքա՞ն կլինի նրանց խառնուրդի մեջ սպիրտի տոկոսը, եթե առաջինի մեջ այն 60% է, երկրորդի մեջ՝ 80%, և առաջինի քանակությունը 10 լ է, իսկ երկրորդինը՝ 20 լ:

466. Կազմեք հավասարում կամ հավասարումների համակարգ՝ ըստ խնդրի պայմանների.

Երկու բանվոր կատարում են միևնույն աշխատանքը: Քանի՞ օրում կկատարի նրանցից յուրաքանչյուրը այդ աշխատանքը առանձին, եթե հայտնի է, որ.

ա. երկուսով միասին կատարում են 12 օրում,

բ. երկուսով միասին կատարում են 12 օրում: Իսկ երբ սկզբում 15 օր աշխատեց միայն առաջին բանվորը, որից հետո՝ 5 օր միայն երկրորդ բանվորը, նրանք կատարեցին աշխատանքի 75% -ը:

467. Կազմեք հավասարում կամ հավասարումների համակարգ՝ ըստ խնդրի պայմանների.

ա. A և B կետերից միաժամանակ իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենա: Քանի՞ ժամից հետո նրանք հանդիպեցին:

բ. A և B կետերից իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենաներ: Քանի՞ ժամից հետո նրանք հանդիպեցին:

գ. A և B կետերից իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենաներ: Առաջինը կես ժամ ուշ դուրս եկավ: Քանի՞ ժամից հետո նրանք հանդիպեցին:

դ. A և B կետերից իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենաներ: Առաջինը կես ժամ ուշ դուրս եկավ և երկու անգամ ավելի արագ էր շարժվում: Քանի՞ ժամից հետո նրանք հանդիպեցին:

ե. A և B կետերից իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենաներ: Առաջինը կես ժամ ուշ դուրս եկավ և երկու անգամ ավելի արագ էր շարժվում: Քանի՞ ժամից հետո նրանք հանդիպեցին, եթե A և B կետերի միջև հեռավորությունը 210 կմ է:

զ. A և B կետերից իրար հանդեպ շարժվեցին երկու ավտոմեքենաներ: Առաջինը կես ժամ ուշ դուրս եկավ և երկու անգամ ավելի արագ էր շարժվում՝ անցնելով ժամում 60 կմ: Քանի՞ ժամից հետո նրանք հանդիպեցին, եթե A և B կետերի միջև հեռավորությունը 210 կմ է:

468. VOt կոորդինատային հարթության վրա գրաֆիկորեն պատկերեք $Vt = 100$ հավասարման գրաֆիկը: Ի՞նչ իրադրություն կարող է պատկերել այդ հավասարումը:

469. Անուշը բանկ է հանձնել a դրամ, որին յուրաքանչյուր ամիս ավելանում է b դրամ: Քանի՞ դրամ կունենա բանկում Անուշը մի քանի ամիս հետո:

470. Ինչպիսի՞ն պետք է լինեն ուղղանկյունաձև սենյակի չափսերը, որպեսզի նրա մակերեսը լինի S :

471. Ինչի՞ են հավասար 10 սմ երկարությամբ ներքնաձիգ ունեցող ուղղանկյուն եռանկյան էջերը:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

472. Շախմատիստը մրցաշարում խաղաց 40 պարտիա և վաստակեց 25 միավոր: Գտեք նրա հաղթանակների և պարտությունների թվերի տարբերությունը:

473. Ապացուցեք, որ գոյություն չունեն չորս այնպիսի դրական a, b, c, d թվեր, որոնց համար $a+b=c+d$ և $a^3+b^3=c^3+d^3$:

474. Ապացուցեք, որ եթե $x+y+z=0$, ապա $x^3+y^3+z^3=3xyz$:

475. 7 պարունակող յոթանիշ թվե՞րն են շատ, թե՞ 7 չպարունակող յոթանիշ թվերը:

476. Ո՞րն է 9^{19942} թվի վերջին նիշը:

ԿՐԿՆՈՒԹՅՈՒՆ

477. Ի՞նչ է երկու բանաձևերի համակարգի լուծումը:

478.Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} x+y=1 \\ x \ge 0 \\ y \ge 1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x+y=-3 \\ x \le -1 \\ y \le -2 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x+y=9 \\ x \ge 3 \\ y \ge 6 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x+y=-17 \\ x \le -10 \\ y \le -7 \end{cases}$:

479. Պահեստում պահպանվող հաղարջում ջրի պարունակությունը 99% -ից իջավ մինչև 98%: Քանի տոկոսով փոքրացավ հաղարջի կշիռը:

§12 ԵՐԿՈՒ ԱՆՀԱՅՏՈՎ ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄ- ՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

1. Երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգերի լուծումը: Երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգերի լուծումը առանձնակի դժվարություն չի ներկայացնում: Հայտնի են լուծման մի շարք եղանակներ: Դրանցից մեկը ***տեղադրման*** եղանակն է: Դիտարկենք մեկ օրինակ:

Լուծենք հետևյալ համակարգը.	$\begin{cases} 2x+y=4 \\ 5x-7y=-9 : \end{cases}$
Առաջին հավասարումից y անհայտը արտահայտենք x -ով՝	$y=4-2x$:
Երկրորդ հավասարման մեջ y-ի փոխարեն տեղադրենք $y=4-2x$	$5x-7(4-2x)=-9$:
Լուծենք ստացված հավասարումը.	$x=1$:
x -ի ստացված արժեքը տեղադրենք համակարգի առաջին հավասարման մեջ.	$2\cdot 1+y=4$
Լուծենք ստացված հավասարումը.	$y=2$
Համակարգի լուծումը կլինի.	$x=1,\ y=2$
Համակարգի լուծումը այլ գրությամբ.	$(1, 2)$

Դիտարկենք մեկ այլ օրինակ:

Լուծենք հետևյալ համակարգը.	$\begin{cases} 3x-2y=10 \\ -4x+8y=-8 : \end{cases}$
Առաջին հավասարումից y անհայտը արտահայտենք x -ով՝	$y=-5+\frac{3}{2}x$
Համակարգի երկրորդ հավասարման մեջ y -ի փոխարեն տեղադրենք $-5+\frac{3x}{2}$	$-4x+8\left(-5+\frac{3}{2}x\right)=-8$

Լուծենք ստացված հավասարումը. $x=4$

x -ի ստացված արժեքը տեղադրենք համակարգի առաջին հավասարման մեջ. $3\cdot 4-2y=10$

Լուծենք ստացված հավասարումը. $y=1$

Համակարգի լուծումը կլինի. $x=4,\ y=1$

Համակարգի լուծումը՝ այլ գրությամբ. $(4,1)$ ։

Այժմ ձևակերպենք երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի լուծման առաջին ալգորիթմը:

Երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի՝ տեղադրման եղանակով լուծման ալգորիթմը

երկու՝ x և y անհայտներով երկու գծային հավասարումների համակարգի լուծման համար անհրաժեշտ է կատարել հետևյալ քայլերը.

ա. եթե համակարգի առաջին հավասարման մեջ մասնակցում են զրոյից տարբեր գործակիցներով երկու անհայտները, ապա անհայտներից մեկը, օրինակ՝ y -ը արտահայտել մյուսով՝ x -ով,

բ. ստացված արտահայտությունը տեղադրել համակարգի երկրորդ հավասարման մեջ՝ y -ի փոխարեն,

գ. լուծել ստացված մեկ՝ x անհայտով հավասարումը,

դ. ստացված լուծումը տեղադրել համակարգի առաջին հավասարման մեջ՝ x -ի փոխարեն,

ե. լուծել ստացված մեկ՝ y անհայտով հավասարումը,

զ. վերցնել x և y անհայտների ստացված լուծումներից կազմված զույգը, որը և կլինի տրված համակարգի լուծումը,

է. եթե համակարգի առաջին հավասարման մեջ անհայտներից մեկը, օրինակ՝ x -ը չի մասնակցում կամ, որ նույնն է, ունի 0 գործակիցը, ապա գտնել մյուս անհայտի արժեքը և կատարել բ, գ, զ քայլերը:

Ծանոթանանք երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի լուծման մի այլ եղանակի հետ: Դիտարկենք մեկ օրինակ:

Լուծենք հետևյալ համակարգը. $\begin{cases}3x-4y=6\\-3x+7y=3\end{cases}$

Գումարենք համակարգի հավասարումները՝ $-4y+7y=9$

Լուծենք ստացված հավասարումը. $y = 3$

y -ի ստացված արժեքը տեղադրենք համակարգի առաջին հավասարման մեջ. $3 \cdot x - 4 \cdot 3 = 6$

Լուծենք ստացված հավասարումը. $x = 6$

Համակարգի լուծումը կլինի. $x = 6,\ y = 3$

Համակարգի լուծումը՝ այլ գրությամբ. $(6, 3)$:

Այսպիսով, դիտարկված օրինակում մենք կարողացանք գումարման միջոցով ազատվել համակարգի մեջ մտնող անհայտներից մեկից: Այդ պատճառով լուծման այս եղանակը կոչվում է ***գումարման եղանակ***: Սովորաբար գումարման եղանակը ավելի կարճ ճանապարհով է մեզ հասցնում արդյունքի, քան տեղադրման եղանակը: Սակայն, հարկ է նշել, որ գումարման եղանակից օգտվելիս միշտ չէ, որ հնարավոր է լինում ազատվել համակարգի անհայտներից մեկից՝ նրա հավասարումների անմիջական գումարումով:

Օրինակ՝ եթե գումարենք

$$\begin{cases} 2x + 3y = 22 \\ 4x - 8y = -12 \end{cases}$$

համակարգի հավասարումներն իրար, ապա կստանանք $6x - 5y = 10$ հավասարումը, որը դարձյալ երկու անհայտ ունի: Հասկանալի է, որ մենք կկարողանանք գումարման միջոցով ստանալ մեկ անհայտով հավասարում, եթե տրված հավասարումների մեջ անհայտներից մեկի գործակիցները իրար հակադիր արտահայտություններ են: Ուրեմն, եթե համակարգը նման տեսք չունի, ապա անհրաժեշտ է գտնել այն այդ տեսքի բերելու ինչ-որ մի հնարք:

Իհարկե, դրա համար կարելի է համակարգի հավասարումներից մեկի, կամ երբեմն՝ միաժամանակ երկուսի երկու մասերը բազմապատկել այնպիսի թվերով, որպեսզի ստացված հավասարումների մեջ անհայտներից մեկի գործակիցները լինեն իրար հակադիր արտահայտություններ:

Դիտարկենք նման մեկ օրինակ:

Լուծենք հետևյալ համակարգը.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 22 \\ 4x - 8y = -12 \end{cases}:$$

Այս համակարգի առաջին հավասարման երկու մասերը բազմապատկենք -2 -ով.
$$\begin{cases} -4x - 6y = -44 \\ 4x - 8y = -12 \end{cases}$$

Գումարենք ստացված համակարգի հավասարումները՝	$-6y-8y=-56$
Լուծենք ստացված հավասարումը.	$y=4$
y -ի ստացված արժեքը տեղադրենք տրված համակարգի առաջին հավասարման մեջ.	$2x+3\cdot 4=22$
Լուծենք ստացված հավասարումը.	$x=5$
Համակարգի լուծումը կլինի.	$x=5, y=4$
Համակարգի լուծումը՝ այլ գրությամբ.	$(5, 4)$:

Այժմ ձևակերպենք երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի լուծման հաջորդ ալգորիթմը, որը նպատակահարմար է կիրառել, եթե համակարգի անհայտներից գոնե մեկի գործակիցները երկու հավասարումների մեջ էլ զրոյից տարբեր են:

Երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի՝ գումարման եղանակով լուծման ալգորիթմը

Եթե երկու՝ x և y անհայտներով երկու գծային հավասարումների մեջ էլ x անհայտի գործակիցները զրոյից տարբեր են, ապա այդ հավասարումների համակարգի լուծման համար անհրաժեշտ է կատարել հետևյալ քայլերը.

ա. համակարգի հավասարումներից մեկի, օրինակ՝ առաջինի երկու մասերը բազմապատկել այնպիսի արտահայտությամբ, որ x -ի գործակիցը հավասարվի x -ի՝ մյուս հավասարման մեջ ունեցած գործակցի հակադիրին,

բ. ստացված համակարգի հավասարումները գումարել իրար,

գ. լուծել ստացված մեկ՝ y անհայտով հավասարումը,

դ. ստացված լուծումը տեղադրել համակարգի առաջին հավասարման մեջ՝ y -ի փոխարեն,

ե. լուծել ստացված մեկ՝ x անհայտով հավասարումը,

զ. վերցնել x և y անհայտների ստացված լուծումներից կազմված զույգը, որը և կլինի տրված համակարգի լուծումը:

2. Կրամերի կանոնը: Մենք սովորեցինք գծային հավասարումների համակարգերի լուծման երկու եղանակ: Լուծման հաջորդ եղանակի հիմքում ընկած է մաթեմատիկայում մեծ կիրառություն ունեցող մի գաղափար:

Դիտարկենք երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների կամայական համակարգ: Այդ համակարգի հավասարումների մեջ հայտնիները խմբավորենք աջ, իսկ անհայտները՝ ձախ մասում, և կատարենք նման անդամների միացում:

Կստանանք տրված համակարգին համարժեք, բայց ավելի պարզ տեսք ունեցող մի համակարգ.

$$\begin{cases} a_1\, x + b_1\, y = c_1 \\ a_2\, x + b_2\, y = c_2 \end{cases}, \qquad (1)$$

որտեղ x-ը և y -ը անհայտներն են, a_1, a_2, b_1, b_2 հաստատունները անհայտների ***գործակիցները***, իսկ c_1, c_2 հաստատունները՝ համակարգի ***ազատ անդամները***:

Տրված (1) համակարգի ***հիմնական որոշիչ*** է կոչվում $a_1 b_2 - a_2\, b_1$ արտահայտությունը: Այն նշանակենք Δ տառով.

$$\Delta = a_1 b_2 - a_2\, b_1 :$$

Համակարգի ***լրացուցիչ որոշիչներ*** են կոչվում $c_1 b_2 - c_2\, b_1$ և $a_1 c_2 - a_2\, c_1$ արտահայտությունները, որոնք նշանակենք Δ_x -ով և Δ_y -ով՝

$$\Delta_x = c_1\, b_2 - c_2\, b_1,\ \Delta_y = a_1\, c_2 - a_2\, c_1 :$$

Բերենք մի քանի օրինակ: Հաշվենք հետևյալ համակարգերի որոշիչները.

$$\text{ա. } \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}, \quad \text{բ. } \begin{cases} x - y = 2 \\ 4x - 2y = 1 \end{cases}, \quad \text{գ. } \begin{cases} y - 2z = 6 \\ 2y - z = 3 \end{cases} :$$

ա համակարգի համար՝

$$\Delta = 1 \cdot (-1) - 1 \cdot 1 = -2,\ \Delta_x = 4 \cdot (-1) - 2 \cdot 1 = -6,\ \Delta_y = 1 \cdot 2 - 1 \cdot 4 = -2\,,$$

բ համակարգի համար՝

$$\Delta = 1 \cdot (-2) - 4 \cdot (-1) = 2,\ \Delta_x = 2 \cdot (-2) - 1 \cdot (-1) = -3,\ \Delta_y = 1 \cdot 1 - 4 \cdot 2 = -7\,,$$

գ համակարգի համար՝

$$\Delta = 1 \cdot (-1) - 2 \cdot (-2) = 3,\ \Delta_y = 6 \cdot (-1) - 3 \cdot (-2) = 0,\ \Delta_z = 1 \cdot 3 - 2 \cdot 6 = -9 :$$

Այժմ վերցնենք ա համակարգը: Այն ունի հետևյալ լուծումը՝ $x = 3, y = 1$: Բայց համակարգի Δ_x և Δ որոշիչների հարաբերությունը նույնպես հավասար է 3 -ի, իսկ նրա Δ_y և Δ որոշիչների հարաբերությունը հավասար է 1 - ի: Այսինքն՝ տվյալ համակարգի լուծումը որոշվում է $x = \Delta_x / \Delta, \quad = \Delta_y / \Delta$ բանաձևերով: Եթե փորձենք լուծել զրոյից տարբեր հիմնական որոշիչ ունեցող կամայական այլ համակարգ, ապա կտեսնենք, որ նրա լուծումը նույնպես որոշվում է նույն բանաձևերով: Այժմ մենք կարտածենք այս կարևոր բանաձևերը: Նշենք, որ դրանք առաջին անգամ արտածել է 19 -րդ դարի շվեյցարացի մաթեմատիկոս Գաբրիել

Կրամերը, և այն կրում են նրա անունը:

Կրամերի կանոնը

Եթե երկու՝ x և y անհայտներով գծային հավասարումների համակարգի հիմնական որոշիչը զրոյից տարբեր է, ապա այն ունի միակ լուծումը, որը որոշվում է հետևյալ բանաձևերով.

$$x = \Delta_x / \Delta,\ y = \Delta_y / \Delta :$$

Դիցուք՝ տրված (1) համակարգի հիմնական որոշիչը զրոյից տարբեր է. $\Delta \neq 0$: Նախ ցույց տանք, որ x և y անհայտների տրված արժեքները համակարգի լուծում են: Իսկապես՝

Ապացույցը	Փաստարկները
$\begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$	տրված համակարգը
$a_1 \dfrac{\Delta_x}{\Delta} + b_1 \dfrac{\Delta_y}{\Delta}$	x -ի և y -ի տրված արժեքները տեղադրենք առաջին հավասարման մեջ
$= \dfrac{a_1(c_1 b_2 - c_2 b_1) + b_1(a_1 c_2 - a_2 c_1)}{\Delta}$	գործողությունների հատկությունները
$= \dfrac{c_1(a_1 b_2 - a_2 b_1)}{\Delta}$	գործողությունների հատկությունները
$= c_1$	կոտորակների կրճատումը
$(\Delta_x / \Delta,\ \Delta_y / \Delta)$	թվազույգը
$a_1 x + b_1 y = c_1$ հավասարման լուծումն է.	հավասարման լուծման սահմանումը
$(\Delta_x / \Delta,\ \Delta_y / \Delta)$ թվազույգը	
$a_2 x + b_2 y = c_2$ հավասարման լուծումն է.	ապացուցումը նույն եղանակով

Այժմ ցույց տանք, որ համակարգի լուծումը միակն է, այսինքն՝ յուրաքանչյուր (α, β) լուծում համընկնում է հատկության մեջ նշված լուծման հետ: Այսինքն՝ $\alpha = \Delta_x / \Delta$, $\beta = \Delta_y / \Delta$:

Ապացույցը	Փաստարկները
$\begin{cases} a_1 \alpha + b_1 \beta = c_1 \\ a_2 \alpha + b_2 \beta = c_2 \end{cases}$	(α, β) թվազույգը տրված համակարգի լուծումն է

Առաջին հավասարությունը բազմապատկենք b_2 -ով, երկրորդը՝ $-b_1$ -ով և գումարենք իրար	
$\Delta \cdot \alpha = \Delta_x$	գործողությունների հատկությունները
$\alpha = \Delta_x / \Delta$	հարաբերության սահմանումը
$\beta = \Delta_y / \Delta$	նույն եղանակով

3. Համակարգի լուծման կախվածությունը գործակիցներից: Մինչև այժմ մենք դիտարկել ենք այնպիսի համակարգեր, որոնք ունեն մեկական լուծումներ: Սակայն համակարգերից մեկը կարող է ընդհանրապես լուծումներ չունենալ, իսկ մյուսը՝ կարող է ունենալ մեկ կամ անվերջ բազմությամբ լուծումներ: Օրինակ, եթե լուծեք

$$\text{ա.}\ \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=0 \end{cases},\qquad \text{բ.}\ \begin{cases} x-y=1 \\ x-y=0 \end{cases},\qquad \text{գ.}\ \begin{cases} x+y=1 \\ 2x+2y=2 \end{cases}$$

համակարգերը, ապա կտեսնեք, որ նրանցից առաջինը ունի միակ՝ (1/2,1/2) լուծումը, բ համակարգը լուծում չունի, իսկ գ համակարգը ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ:

Իսկ առանց համակարգը լուծելու, ելնելով համակարգի տեսքից, արդյո՞ք հնարավոր չէ պարզել հետևյալ հարցերը.

ա. ունի՞, թե՞ չունի լուծումներ տվյալ համակարգը,

բ. լուծումներ ունենալու դեպքում՝ ինչքա՞ն է դրանց թիվը:

Պարզվում է, որ այս կարևոր հարցերի պատասխանը կախված է համակարգի հիմնական և լրացուցիչ որոշիչներից:

Նախորդ դասին մենք ցույց տվեցինք, որ եթե համակարգի հիմնական որոշիչը զրոյից տարբեր է, ապա այն ունի միակ լուծումը:

Իսկ ինչպիսի՞ն է իրավիճակը, երբ համակարգի հիմնական որոշիչը հավասար է զրոյի: Զանազանենք երկու դեպք:

Նախ ենթադրենք, թե համակարգի լրացուցիչ որոշիչներից գոնե մեկը զրոյից տարբեր է: Այդպիսին է, օրինակ, բ համակարգը: Այն լուծում չունի: Փորձեք գտնել մի այլ համակարգ, որի որոշիչները օժտված են նշված հատկությամբ. այն երբե՛ք լուծում ունենալ չի կարող: Որովհետև պարզվում է, որ նշված պայմանը համակարգի լուծում չունենալու պայմանն է:

Երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգի լուծում չունենալու պայմաններից մեկը

Եթե երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգի հիմնական որոշիչը զրո է, իսկ լրացուցիչ որոշիչներից գոնե մեկը՝ զրոյից տարբեր, ապա հա-

մակարգը լուծում չունի:

Ապացուցում: Իսկապես, դիցուք՝ երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգի Δ հիմնական որոշիչը զրո է, իսկ լրացուցիչ որոշիչներից գոնե մեկը՝ զրոյից տարբեր: Ենթադրենք, թե այնուամենայնիվ համակարգը ունի (α,β) լուծումը: Այդ դեպքում, նախորդ հատկության ապացուցման մեջ ցույց տրված ձևով կստանանք, որ $\Delta\cdot\alpha=\Delta_x$: Նույն կերպ՝ $\Delta\cdot\beta=\Delta_y$: Քանի որ ըստ պայմանի $\Delta=0$, ապա այս հավասարություններից կստանանք՝ $\Delta_x=0$, $\Delta_y=0$: Իսկ այս բանաձևերը հակասում են հատկության պայմանին. չէ՞ որ ըստ պայմանի համակարգի լրացուցիչ որոշիչներից գոնե մեկը զրոյից տարբեր է:

Դիտարկենք վերջին հնարավոր դեպքը. համակարգի բոլոր որոշիչները հավասար են զրոյի: Այդպիսին է, օրինակ, գ համակարգը. նրա թե՛ հիմնական, և թե՛ լրացուցիչ որոշիչները զրո են: Այդ համակարգն ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ: Արդյո՞ք զրո որոշիչներով բոլոր համակարգերն են, որ ունեն անվերջ բազմությամբ լուծումներ: Վերցնենք

$$\begin{cases}0\cdot x+0\cdot y=1\\0\cdot x+0\cdot y=0\end{cases}$$

համակարգը: Հաշվե՛ք նրա որոշիչները: Տեսա՞ք, որ այս համակարգի թե՛ հիմնական, և թե՛ լրացուցիչ որոշիչները հավասար են զրոյի: Մինչդեռ՝ համակարգը լուծում չունի:

Իսկ ինչո՞վ է առանձնահատուկ այս վերջին համակարգը: Նրա մեջ անհայտների բոլոր գործակիցները հավասար են զրոյի, իսկ ազատ անդամներից մեկը զրոյից տարբեր է: Դուք կարող եք նկատել, որ համակարգի լուծում չունենալու գաղտնիքը հենց դրա մեջ է: Պարզվում է, որ եթե նման դեպքերը բացառենք, ապա մնացած բոլոր դեպքերում զրոյական որոշիչներով համակարգը ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ:

Այսպիսով՝ մենք ստանում ենք որոշիչների միջոցով համակարգերի լուծումների բնութագրման վերջին հատկությունը:

Զրոյական որոշիչներով համակարգերի հատկությունը

Դիցուք՝ երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի բոլոր որոշիչները զրո են: Այդ դեպքում

ա. եթե համակարգի անհայտների բոլոր գործակիցները զրո են, իսկ ազատ անդամներից գոնե մեկը՝ զրոյից տարբեր, ապա համակարգը լուծում չունի,

բ. մնացած դեպքերում համակարգն ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ:

Ապացուցում: ա. Եթե համակարգի անհայտների բոլոր գործակիցները զրո են, իսկ ազատ անդամներից մեկը՝ զրոյից տարբեր, ապա ակնհայտորեն համակարգը լուծում չի ունենա:

բ. Զանազանենք երկու դեպք: Նախ ենթադրենք, թե համակարգի անհայտների բոլոր գործակիցները զրո են, ազատ անդամները՝ նույնպես: Ակնհայտ է, որ այս դեպքում անհայտների ցանկացած արժեքների զույգը կլինի համակարգի լուծում:

Այնուհետև՝ ենթադրենք, թե անհայտներից մեկի գործակիցներից գոնե մեկը, օրինակ՝ a_1 -ը զրոյից տարբեր է: (1) համակարգի առաջին հավասարումը բազմապատկենք $-a_2/a_1$-ով և գումարենք երկրորդին: Կստանանք (1) համակարգին համարժեք համակարգ.

$$\begin{cases} -a_1x+b_1y=c_1 \\ \Delta\cdot y=\Delta_y \end{cases} \quad \text{կամ} \quad \begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ 0\cdot y=0 \end{cases}$$

(1) համակարգին համարժեք վերջին համակարգը, սակայն, ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ: Դրանք ստանալու համար վարվենք հետևյալ կերպ: Վերցնենք կամայական β իրական թիվը: Այն բավարարում է համակարգի երկրորդ հավասարմանը: Տեղադրենք այդ β-ն համակարգի առաջին հավասարման մեջ՝ y անհայտի փոխարեն և, ստացված $a_1x+b_1\beta=c_1$ հավասարումը լուծելով x փոփոխականի նկատմամբ, գտնենք նրա α լուծումը: (α,β) թվազույգը կլինի վերջին, հետևաբար՝ նաև տրված համակարգի լուծումը: Քանի որ β-ն կամայական իրական թիվ է, ապա տրված համակարգի լուծումների քանակը անվերջ է:

4. Համակարգի գործակիցների կախվածությունը լուծումից: Եկեք ամփոփենք նախորդ դասի ընթացքում մեր կատարած դիտարկումները: Մենք ցույց տվեցինք, որ երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգի վերաբերյալ դասի սկզբում դրված հարցերի պատասխանները կախված են համակարգի որոշիչներից: Մենք ապացուցեցինք, որ.

ա. եթե համակարգի որոշիչը զրոյից տարբեր է, ապա այն ունի միակ լուծում, և այդ լուծումը գտնելու համար կարող ենք օգտվել Կրամերի բանաձևերից,

բ. եթե համակարգի հիմնական որոշիչը հավասար է զրոյի, և լրացուցիչ որոշիչներից գոնե մեկը զրոյից տարբեր է, ապա այն լուծում չունի,

գ. եթե համակարգի հիմնական և լրացուցիչ որոշիչները զրո են, ապա համակարգը համարյա միշտ ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ: Բացառություն է կազմում այն դեպքը, երբ անհայտների բոլոր գործակիցները զրո են, իսկ ազատ անդամների մեջ կա գոնե մեկը՝ զրոյից տարբեր. այդ դեպքում համակարգը լուծում չունի:

Եկեք այժմ դնենք հակադարձ խնդիրը. արդյո՞ք համակարգի լուծումներ ունենալու կամ չունենալու խնդիրը, իր հերթին, չի անդրադառնում նրա որոշիչների վրա: Պարզվում է, որ այս հարցն ունի դրական պատասխան: Ավելին՝ հնարավոր է ապացուցել մեր ապացուցած հատկությունների հակադարձ հատկությունները:

Նախ դիտարկենք միայն մեկ լուծում ունեցող համակարգերը:

Միակ լուծումն ունեցող համակարգերի հատկությունը

Եթե երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգը ունի միակ լուծում, ապա նրա հիմնական որոշիչը զրոյից տարբեր է:

Ապացուցում: Դիցուք՝ համակարգն ունի միակ լուծումը և, այնուամենայնիվ, նրա հիմնական որոշիչը հավասար է զրոյի: Այդ դեպքում հնարավոր է երկու դեպք:

ա. Համակարգի լրացուցիչ որոշիչներից գոնե մեկը զրոյից տարբեր է: Համաձայն երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգի լուծում չունենալու պայմանի, մենք կունենանք՝ համակարգը լուծում չունի: Այսինքն՝ ստացվում է հակասություն: Ուրեմն՝ այս դեպքը հնարավոր չէ:

բ. Համակարգի երկու լրացուցիչ որոշիչները զրո են: Համաձայն զրոյական որոշիչներով համակարգերի հատկության, համակարգը այս դեպքում կա՛մ լուծում չի ունենա, կա՛մ էլ կունենա անվերջ բազմությամբ լուծումներ: Նորից ստացվում է հակասություն: Ուրեմն՝ այս դեպքը նույնպես հնարավոր չէ: Այսպիսով՝ համակարգի հիմնական որոշիչի զրո լինելու մասին մեր ենթադրությունը ճիշտ չէր:

Այժմ դիտարկենք լուծում չունեցող համակարգերը:

Լուծում չունեցող համակարգերի հատկությունը

Եթե երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգը լուծում չունի, ապա տեղի ունի հետևյալ երկու պայմաններից մեկը.

ա. համակարգի հիմնական որոշիչը հավասար է զրոյի, իսկ լրացուցիչ որոշիչներից գոնե մեկը հավասար չէ զրոյի,

բ. համակարգի անհայտների բոլոր գործակիցները հավասար են զրոյի, իսկ ազատ անդամներից գոնե մեկը զրոյից տարբեր է:

Ապացուցում: Դիցուք՝ համակարգը լուծում չունի: Այդ դեպքում նրա հիմնական որոշիչը պետք է լինի զրո. հակառակ դեպքում համակարգը լուծում կունենա: Այժմ ենթադրենք, թե համակարգի հիմնական և լրացուցիչ որոշիչները զրո են: Այդ դեպքում ՝ եթե հատկության բ պայմանը խախտվի, ապա, համաձայն զրոյական որոշիչներով համակարգերի հատկության, տրված համակարգը կունենա անվերջ թվով լուծումներ: Իսկ սա հակասում է պայմանին:

Մնում է քննարկել այն դեպքը, երբ համակարգը ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ:

Անվերջ բազմությամբ լուծումներ ունեցող համակարգերի հատկությունը

Եթե երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգը ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ, ապա նրա թե՛ հիմնական, և թե՛ լրացուցիչ որոշիչները հավասար են զրոյի, ընդ որում` եթե համակարգի անհայտների բոլոր գործակիցները հավասար են զրոյի, ապա ազատ անդամները նույնպես հավասար են զրոյի:

Ապացուցում: Դիցուք` համակարգը ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ: Այդ դեպքում նրա հիմնական որոշիչը պետք է լինի զրո. հակառակ դեպքում համակարգը կունենա միակ լուծումը: Այժմ, եթե համակարգի զրոյական որոշիչի հետ միասին նրա լրացուցիչ որոշիչներից գոնե մեկը լինի զրոյից տարբեր, ապա համակարգը լուծում չի ունենա: Հետևաբար` համակարգի ինչպես հիմնական, այնպես էլ լրացուցիչ որոշիչները հավասար են զրոյի: Եթե համակարգի անհայտների բոլոր գործակիցները հավասար լինեն զրոյի, իսկ ազատ անդամներից գոնե մեկը զրոյից տարբեր, ապա համակարգը դարձյալ լուծում չի ունենա:

Այժմ ի մի բերենք մեր դիտարկումների արդյունքները:

Մենք ապացուցեցինք, որ համակարգի լուծումներ ունենալու կամ չունենալու, ինչպես նաև լուծումների թվի հարցը պայմանավորված է նրա որոշիչներով (տեսնու՞մ եք, թե ինչքան ճիշտ են ընտրված այդ հասկացությունների անվանումները):

Երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի բնութագրիչ հատկությունը

Երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգը.

ա. ունի միակ լուծումը այն և միայն այն դեպքում, եթե նրա հիմնական որոշիչը զրոյից տարբեր է,

բ. լուծում չունի այն և միայն այն դեպքում, եթե նրա հիմնական որոշիչը զրո է, իսկ լրացուցիչ որոշիչներից գոնե մեկը` զրոյից տարբեր, կամ էլ համակարգի անհայտների բոլոր գործակիցները հավասար են զրոյի, իսկ ազատ անդամներից գոնե մեկը զրոյից տարբեր է,

գ. ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ այն և միայն այն դեպքում, եթե նրա հիմնական և լրացուցիչ որոշիչները միաժամանակ զրո են, և անհայտների բոլոր գործակիցների զրո լինելու դեպքում` զրո են նաև ազատ անդամները:

ՀԱՐՑԱՇԱՐ ԵՎ ԴԱՍԸ

1. Ձևակերպեք երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի՝ տեղադրման եղանակով լուծման ալգորիթմը:

2. Ձևակերպեք երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի՝ գումարման եղանակով լուծման ալգորիթմը:

3. Ինչպե՞ս են որոշում երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգի անհայտների գործակիցները և ազատ անդամները:

4. Ի՞նչ է համակարգի հիմնական որոշիչը:

5. Ի՞նչ է երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի լրացուցիչ որոշիչը:

6. Ձևակերպեք և ապացուցեք Կրամերի կանոնը:

7. Բերեք համակարգի օրինակ, որը.

   ա. լուծում չունի,

   բ. ունի միակ լուծումը,

   գ. ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ:

8. Ցույց տվեք, որ եթե երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի հիմնական որոշիչը հավասար չէ զրոյի, ապա համակարգն ունի միակ լուծումը:

9. Ապացուցեք, որ եթե երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի բոլոր որոշիչները հավասար են զրոյի, և անհայտների գործակիցներից մեկը զրոյից տարբեր է, ապա համակարգն ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ:

10. Ապացուցեք, որ եթե երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի անհայտների բոլոր գործակիցները և բոլոր ազատ անդամները հավասար են զրոյի, ապա համակարգն ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ:

11. Կարո՞ղ է երկու անհայտով երկու հավասարումների համակարգը ունենա միակ լուծումը, իսկ նրա հիմնական որոշիչը հավասար լինի զրոյի:

12. Ձևակերպեք և ապացուցեք միակ լուծումն ունեցող երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի հատկությունը:

13. Ձևակերպեք և ապացուցեք երկու անհայտով երկու հավասարումների՝ լուծում չունեցող համակարգերի հատկությունը:

14. Ձևակերպեք և ապացուցեք անվերջ բազմությամբ լուծում ունեցող երկու անհայտով երկու հավասարումների համակարգերի հատկությունը:

15. Ձևակերպեք և ապացուցեք երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգի բնութագրիչ հատկությունը:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

480. Լուծեք համակարգը տեղադրման եղանակով.

ա. $\begin{cases} x = y - 1 \\ 5x + 2y = 16 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} y = 2 - x \\ 3x - 2y = 11 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} y + z = 6 \\ 3y - 5z = 2 \end{cases}$:

481. Լուծեք համակարգը գումարման եղանակով.

ա. $\begin{cases} 2x - 10y = 0 \\ 4x + 10y = 60 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 4x - 7y = 30 \\ -4x + 5y = 90 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} 4y + 5z = 68 \\ 2y - 5z = -26 \end{cases}$:

482. Նախորդ վարժության մեջ բերված համակարգերը լուծեք տեղադրման եղանակով:

483. Լուծեք համակարգը տեղադրման եղանակով.

ա. $\begin{cases} 2x + y = 12 \\ 7x - 2y = 31 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 8x - 3y = 50 \\ 5x + 6y = 110 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 4y + 2z = 18 \\ 5y - 3z = 28 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 2x - 4y = 8 \\ 7y - x = 1 \end{cases}$:

484. Լուծեք համակարգը տեղադրման եղանակով.

ա. $\begin{cases} 7x + 3y = 13 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 4x - y = 11 \\ 6x - 2y = 13 \end{cases}$:

485. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 2x + 2y = 0 \\ 4y + 9x = 10 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 5x + 6y = -20 \\ 9y + 2x = 25 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 8y - x = 4 \\ 2x - 21y = 2 \end{cases}$:

486. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} 2(3x - 2y) + 1 = 7x \\ 12(x + y) + 15 = 7x + 12y \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 3(x + y) - 7 = 12x + y \\ 6(y + 2x) + 1 = -45x \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 5(x + 2y) - 3 = 3x + 5 \\ 4(x + 3y) = 50 - 33y \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 4x + 1 = 5(x - 3y) - 6 \\ 3(x + 6y) + 4 = 9y + 19 \end{cases}$:

487. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = 4 \\ \dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{4} = 2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} \dfrac{x}{6} - 2y = 6 \\ -3x + \dfrac{y}{2} = 37 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} \dfrac{3u}{5}+\dfrac{v}{3}=1 \\ \dfrac{-6u}{10}-\dfrac{7v}{6}=4 \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} 7u-\dfrac{3v}{5}=-4 \\ u+\dfrac{2v}{5}=-3 \end{cases}$:

488. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} 0{,}75x+20y=95 \\ 0{,}32x-25y=7 \end{cases}$,

բ. $\begin{cases} 0{,}5u-0{,}6v=0 \\ 0{,}4u+1{,}7v=10{,}9 \end{cases}$:

489. Լուծեք համակարգը տեղադրման և գումարման եղանակներով.

ա. $\begin{cases} 40x+3y=10 \\ 20x+7y=5 \end{cases}$,

բ. $\begin{cases} 5x-2y=1 \\ 15x+3y=+3 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 13x-12y=14 \\ 11x-4=18y \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} 10x-9y=8 \\ 15x+21y=0{,}5 \end{cases}$:

490. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=2 \\ 5x+y=11 \end{cases}$,

բ. $\begin{cases} \dfrac{u}{5}+\dfrac{v}{6}=0 \\ 5u-4v=2 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 0{,}5u+0{,}2v=7 \\ \dfrac{u}{3}+\dfrac{v}{10}=0 \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} \dfrac{x}{6}-\dfrac{u}{3}+3=0 \\ 0{,}2x+0{,}1y-3{,}9=0 \end{cases}$:

491. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=5 \\ 2x-10=y \end{cases}$,

բ. $\begin{cases} 2x-4=7y \\ \dfrac{x}{6}=\dfrac{y}{6} \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} \dfrac{2x}{3}=\dfrac{y}{2} \\ 3(x-1)-9=\dfrac{1}{2}(2-2y) \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} \dfrac{5x}{6}+\dfrac{5}{6}=y \\ \dfrac{2x}{3}+\dfrac{2}{3}=3y \end{cases}$:

492. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} \dfrac{v}{3}-\dfrac{u}{8}=3 \\ 7u+9v+2=0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 4u+5v=10 \\ \dfrac{u}{5}+\dfrac{v}{3}+\dfrac{1}{3}=0 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} 4u-5v=10 \\ \dfrac{u}{5}-\dfrac{v}{3}+\dfrac{1}{3}=0 \end{cases}$:

493. Որոշեք հետևյալ համակարգերի անհայտների գործակիցները և ազատ անդամները.

ա. $\begin{cases} x+y-1=4+x \\ x-1=2-y \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x-y=y \\ 4x-2y=x \end{cases}$, գ. $\begin{cases} y-2z=z-1 \\ 2y-z=3+2y \end{cases}$:

494. Որոշեք հետևյալ համակարգերի հիմնական և լրացուցիչ որոշիչները.

ա. $\begin{cases} x-y=1 \\ 5x-5y=1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} y+x=7 \\ 3x+3y=1 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 0\cdot y+z=8 \\ 0\cdot y+0\cdot z=2 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x-y=2 \\ 5x-5y=5 \end{cases}$:

495. Հետևյալ համակարգերը կարելի՞ է լուծել Կրամերի կանոնով.

ա. $\begin{cases} ax+4y=9 \\ 9x+ay=1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x+\dfrac{y}{a}=-a \\ 3ax+y=1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} -y+az=0 \\ y+az=2 \end{cases}$:

496. Հետևյալ համակարգերը լուծեք Կրամերի կանոնով.

ա. $\begin{cases} 0{,}3x-0{,}2y=1 \\ -6x+5y=-19 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 2y-3z=-3 \\ 4y+z=1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x+4y=2 \\ zx+y=-4 \end{cases}$:

497. Նախորդ վարժության մեջ բերված համակարգերը լուծեք նաև տեղադրման և գումարման եղանակով: Համոզվեք, որ լուծման բոլոր եղանակները տալիս են միևնույն լուծումը:

498. Լուծեք համակարգը և համոզվեք, որ այն ունի միակ լուծումը.

ա. $\begin{cases} x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x-y=2 \\ 4x-2y=1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} y-2z=6 \\ 2y-z=3 \end{cases}$:

499. Ցույց տվեք, որ համակարգերը լուծում չունեն.

ա. $\begin{cases} x+y=0 \\ 5x+5y=1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} -0{,}5y+2x=3 \\ 4x-y=1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} y-z=0 \\ -2y+2z=7 \end{cases}$:

500. Ցույց տվեք, որ համակարգն ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ.

ա. $\begin{cases} x-y=1 \\ 5x-5y=5 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 3y=2-4x \\ 3x+3y=2-x \end{cases}$, գ. $\begin{cases} y+z=6 \\ 0\cdot y-0\cdot z=0 \end{cases}$:

501. Ցույց տվեք, որ համակարգն ունի միակ լուծումը.

ա. $\begin{cases} x-2y=1 \\ x-5y=3 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 2y+x=0 \\ x+3y=2 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} y+z=2 \\ y+5z=0 \end{cases}$:

502. Ցույց տվեք, որ համակարգը լուծում չունի.

ա. $\begin{cases} x-y=1 \\ 5x-5y=1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} y+x=7 \\ 3x+3y=1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} 0\cdot y+z=8 \\ 0\cdot y+0\cdot z=2 \end{cases}$:

503. Ցույց տվեք, որ համակարգն ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ.

ա. $\begin{cases} x-2y=1 \\ 5x-10y=5 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 4y+x=3 \\ 3x+12y=9 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} y+0\cdot z=0 \\ 0\cdot y+0\cdot z=0 \end{cases}$:

504. Գտեք համակարգի լուծումների քանակը.

ա. $\begin{cases} x-3y=-1 \\ 8x-5y=2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} y+6x=0 \\ 7x+2y=9 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} z=8 \\ 0\cdot y+0\cdot z=8 \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} 2x+2y=1 \\ 5x+5y=3 \end{cases}$, ե. $\begin{cases} 3y+7x=1 \\ 21x+9y=3 \end{cases}$, զ. $\begin{cases} 0\cdot y+z=8 \\ 0\cdot y+0\cdot z=0 \end{cases}$:

505. Ի՞նչ կարելի է ասել a-ի մասին, եթե հայտնի է, որ համակարգը ունի միակ լուծումը.

ա. $\begin{cases} x-ay=1 \\ 5x-5y=5 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 4y=1-ax \\ ax+y=2-x \end{cases}$, գ. $\begin{cases} y+z=3 \\ 4y-az=10 \end{cases}$:

506. Ի՞նչ կարելի է ասել a -ի մասին, եթե հայտնի է, որ համակարգը լուծում չունի.

ա. $\begin{cases} x+y=a \\ 2x+2y=1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} ax+ay=0 \\ x+y=a \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x+ay=0 \\ 2x-y=1 \end{cases}$:

507. Ի՞նչ կարելի է ասել m և n թվերի մասին, եթե հայտնի է, որ համակարգը ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ.

ա. $\begin{cases} mx-ny=1 \\ 5x-5y=5 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 4my=1-nx \\ x+y=2-x \end{cases}$, գ. $\begin{cases} ny+mz=3 \\ 4my-nz=10 \end{cases}$:

508. Պարզել, թե քանի՞ լուծում ունի հետևյալ համակագերից յուրաքանչյուրը.

ա. $\begin{cases} x+2y=0 \\ x-3y=0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 4x-6y=5 \\ -8x+12y=10 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 3x-6y=5 \\ 6x-2y=12 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 2x+y=9 \\ 8x-4y=-36 \end{cases}$:

509. a հաստատունի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգն ունի միակ լուծումը.

ա. $\begin{cases} 2x+ay=4 \\ x+2y=1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 2x+ay=4 \\ ax+2y=1 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} (-a+1)x+y=a \\ 2ax-2y=1 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x+ay=6 \\ x-3ay=2 \end{cases}$,

ե. $\begin{cases} 6x+2ay=1 \\ 15x+5ay=5a \end{cases}$, զ. $\begin{cases} x+ay=5 \\ ax-2y=10 \end{cases}$:

510. a հաստատունի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը լուծում չունի.

ա. $\begin{cases} x+ay=4 \\ 3x-5y=6 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 3x+(a+5)y=-11 \\ x+4y=7 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 4x+3y=12 \\ 2x+ay=5 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 3x+8y=10 \\ x-ay=7 \end{cases}$,

ե. $\begin{cases} x+y=1 \\ ax-5y=2 \end{cases}$, զ. $\begin{cases} 4x-3y=a \\ x-ay=0 \end{cases}$:

511. a և b հաստատունների ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգն ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ.

ա. $\begin{cases} ax+by=8 \\ 5x+3y=4 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} ax+y=b \\ 2x+3y=8 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} ax+(b-1)y=2 \\ 3x+10y=-1 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 2ax-3by=3 \\ x+6y=2 \end{cases}$,

ե. $\begin{cases} -ax+(b+1)y=-1 \\ 3x-6y=4 \end{cases}$, զ. $\begin{cases} (a+1)x+2by=3 \\ 5x+2y=-1 \end{cases}$:

512. Ապացուցեք, որ հետևյալ համակարգերից յուրաքանչյուրը չի կարող ունենալ անվերջ բազմությամբ լուծումներ.

ա. $\begin{cases} 4x-6y=a \\ ax-3y=a \end{cases}$,   բ. $\begin{cases} (a+1)x+y=0 \\ x+\left(a^2-a+1\right)y=1 \end{cases}$:

513. Ապացուցեք, որ հետևյալ համակարգերից յուրաքանչյուրը կա՛մ լուծում չունի, կա՛մ էլ ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ.

ա. $\begin{cases} 4x-6y=a \\ 2x-ay=1 \end{cases}$,   բ. $\begin{cases} (4-a)x+y=-a \\ (2a-8)x-2y=a \end{cases}$:

514. Գործակիցների ի՞նչ արժեքների դեպքում

$\begin{cases} ax+by=0 \\ cx+dy=0 \end{cases}$ համակարգը ունի միայն մեկ՝ $x=0,\ y=0$ լուծումը:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

515. Երկու թվերի գումարը 42 է, իսկ տարբերությունը՝ 14: Գտեք այդ թվերը:

516. Երկնիշ թիվը վերջանում է 3 -ով: Գտեք այդ թիվը, եթե նրան նույն թվանշաններով, բայց հակառակ կարգով գրված թիվը գումարելով՝ կստանանք 55:

517. Եթե եռանիշ թվին ձախից կցագրենք 7 թվանշանը և ստացված թվից հանենք 6857, ապա կստանանք եռանիշ թվի կրկնապատկերը: Գտեք եռանիշ թիվը:

518. Երկնիշ թվի միավորների քանակը երկու անգամ մեծ է տասնավորների քանակից: Եթե այդ թվին ավելացնենք 36, ապա կստանանք նույն թվանշաններով, բայց հակառակ կարգով գրված թիվը: Գտեք տրված երկնիշ թիվը:

519. Եթե տրված թվին աջից կցագրենք 4 և ստացված թվին ավելացնենք տրված թվի եռապատիկը, ապա կստանանք 485: Գտեք տրված թիվը:

520. Եթե եռանիշ թվին ձախից կցագրենք 8 և ստացված թվին ավելացնենք 619, ապա գումարը 40 անգամ մեծ կլինի տրված թվից: Գտեք այդ թիվը:

521. Եթե երկնիշ թվին աջից և ձախից միաժամանակ կցագրենք 4 թվանշանը, ապա ստացված քառանիշ թիվը 53 անգամ մեծ կլինի սկզբնական թվից: Գտեք երկնիշ թիվը:

522. Վեցանիշ թվի ձախից առաջին թվանշանը 1 է: Եթե այդ թվանշանը տեղափոխենք աջից առաջին տեղը, ապա կստանանք սկզբնական թվից 3 անգամ մեծ թիվ: Գտեք սկզբնական թիվը:

523. a կգ խնձորը այնպես բաժանեք երկու հոգու միջև, որ նրանցից մեկին b կգ ավելի հասնի:

524. Եթե առաջին թիվը մեծացնենք 30 տոկոսով, իսկ երկրորդը փոքրացնենք 10 տոկոսով, ապա այդ թվերի գումարը կմեծանա 6 -ով: Իսկ եթե առաջին թիվը փոքրացնենք 10 տոկոսով, իսկ երկրորդը ՝ 20 տոկոսով, ապա նրանց գումարը կփոքրանա 16 -ով: Գտեք այդ թվերը:

525. (Լև Տոլստոյ) Դաշտ դուրս եկավ հնձվորների մի խումբ: Խումբը պետք է հնձեր երկու մարգագետին, որոնցից մեկը երկու անգամ մեծ էր մյուսից: Կեսօրին ամբողջ խումբը հնձում էր մեծ մարգագետինը, իսկ օրվա երկրորդ կեսին խումբը կիսվեց՝ կեսը մնաց մեծ մարգագետինը հնձել վերջացնելու համար, իսկ մյուս կեսը սկսեց հնձել փոքր մարգագետինը: Երեկոյան մեծ մարգագետինը հնձված էր, իսկ փոքրից մնացել էր մի մաս, որը երկրորդ օրը հնձեցին մի գերանդիով՝ աշխատելով ամբողջ օրը: Խմբում քանի՞ հնձվոր կար:

526. Երկու քաղաքներից իրար հանդեպ միաժամանակ դուրս եկան երկու ճանապարհորդ և հանդիպեցին 4 ժամ հետո: Գտնել յուրաքանչյուր ճանապարհորդի արագությունը, եթե մեկի արագությունը 10 կմ/ժ -ով ավելի է, քան մյուսինը, իսկ քաղաքների միջև հեռավորությունը եղել է 50 կմ:

527. Երկու զբոսաշրջիկ միաժամանակ դուրս եկան երկու քաղաքից, որոնց միջև հեռավորությունը 38 կմ է, և հանդիպեցին 4 ժ հետո: Ի՞նչ արագությամբ էր գնում զբոսաշրջիկներից յուրաքանչյուրը, եթե հայտնի է, որ մինչև հանդիպումը առաջինը 2 կմ ավելի էր անցել երկրորդից:

528. A վայրից դեպի B վայրը դուրս եկավ գնացքը, որը շարժվում է 72 կմ/ժ արագությամբ: 45 րոպեից B -ից դեպի A դուրս եկավ մի այլ գնացք 75 կմ/ժ արագությամբ: B -ից ի՞նչ հեռավորության վրա գնացքները հանդիպեցին, եթե A -ի և B -ի միջև հեռավորությունը 348 կմ է:

529. Ավտոմեքենան շարժվեց A վայրից B վայրը: Եթե նա գնար 35 կմ/ժ արագությամբ, ապա B կհասներ նախատեսվածից 2 ժ ուշ, իսկ եթե գնար 50 կմ/ժ արագությամբ, ապա B կհասներ 1 ժամ շուտ: Ավտոմեքենան որքա՞ն ժամանակում էր նախատեսել անցնել A -ից B հեռավորությունը:

530. Նավակը 24 կմ հեռավորությունը գետի հոսանքի ուղղությամբ անցնում է $1{,}5$ ժամում, իսկ գետի հոսանքին հակառակ ուղղությամբ՝ 3 ժամում: Որոշեք գետի հոսանքի արագությունը և նավակի արագությունը կանգնած ջրում:

531. Նավակը 5 ժ շարժվելով գետի հոսանքով՝ անցնում է այնքան ճանապարհ, որքան գետի հոսանքին հակառակ՝ 6 ժ 15 րոպեում: Գտեք նավակի արագությունը կանգնած ջրում, եթե գետի հոսանքի արագությունը $2{,}4$ կմ/ժ է:

532. Նավակը մի նավակայանից մինչև մյուսը հոսանքի ուղղությամբ անցնում է 4 ժամում և վերադառնում է 5 ժամում: Գտեք նավակի արագությունը կանգնած ջրում, եթե գետի հոսանքի ուղղությամբ 70 կմ ճանապարհը այն անցնում է $3{,}5$ ժամում:

533. Մի ցիստերնում կար 32 տ բենզին, իսկ մյուսում՝ 36 տ: Առաջինից րոպեում դատարկվում էր $0{,}2$ տ, իսկ երկրորդից՝ $0{,}3$ տ: Քանի՞ րոպեից հետո ցիստերններում կմնա հավասար քանակությամբ բենզին:

534. Մի անոթում 1,5 անգամ ավելի հեղուկ կար, քան երկրորդում: Առաջին անոթից վայրկյանում արտահոսում էր 125 խոր.սմ հեղուկ, իսկ երկրորդից՝ 48 խոր. սմ: Որքա՞ն հեղուկ կար յուրաքանչյուր անոթում, եթե հայտնի է, որ 1 ր 20 վայրկյանից հետո երկրորդ անոթում 0,56 լիտրով ավելի հեղուկ մնաց, քան առաջինում:

535. Մի անոթում 9 լիտրով պակաս հեղուկ կար, քան երկրորդում: Առաջին անոթի մեջ վայրկյանում լցվում էր 240 խոր.սմ հեղուկ, իսկ երկրորդի մեջ՝ 108 խոր. սմ: Որքա՞ն հեղուկ կար յուրաքանչյուր անոթում, եթե հայտնի է, որ 1 ր 40 վայրկյանից հետո առաջին անոթում 1,2 անգամ ավելի հեղուկ մնաց, քան երկրորդում:

536. 60% պղինձ պարունակող համաձուլվածքը խառնեցին 20% պղինձ պարունակող համաձուլվածքին և ստացան 600 կգ 30% պղինձ պարունակող համաձուլվածք: Քանի՞ կգ էին վերցրել յուրաքանչյուր համաձուլվածքից:

537. 70% պղինձ պարունակող պղնձի և ցինկի համաձուլվածքը ձուլեցին 30% պղինձ պարունակող պղնձի և ցինկի համաձուլվածքի հետ և ստացան 300 կգ համաձուլվածք՝ պղնձի և ցինկի հավասար պարունակությամբ: Որքա՞ն էր յուրաքանչյուր համաձուլվածքը:

538. Ունենք ոսկու և արծաթի երկու համաձուլվածք: Մեկում այդ մետաղները պարունակվում են 1:4 հարաբերությամբ, մյուսում՝ 3:2 հարաբերությամբ: Յուրաքանչյուրից որքա՞ն պետք է վերցնել՝ 10 կգ այնպիսի համաձուլվածք ստանալու համար, որում ոսկու պարունակությունը լինի 1,2 անգամ ավելի, քան արծաթինը:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

539. Տաս լիտրանոց երկու տակառներ լցված են 10% -անոց և 15% -անոց աղաջրերում: $3, 4$ և 5 լիտրանոց երեք ամանների միջոցով ինչպե՞ս կարող եք ստանալ 1 լիտր 12% -անոց աղաջուր:

540. Չորս եղբայրների ունեցած փողը 45 ռուբլի է: Եթե առաջինի փողը ավելացնենք 2 ռուբլով, երկրորդինը պակասեցնենք 2 ռուբլով, երրորդինը ավելացնենք երկու անգամ, իսկ չորրորդօինը պակասեցնենք երկու անգամ, ապա նրանց ունեցած փողը կհավասարվի: Քանի՞ ռուբլի ուներ յուրաքանչյուրը սկզբում:

541. Գտեք այն ամենափոքր եռանիշ թիվը, որի թվանշանների արտադրյալը 70 է:

542. Գտեք այն ամենամեծ եռանիշ թիվը, որի թվանշանների արտադրյալը 70 է:

543. Գտեք երեք թվերի հաջորդականությունը, որոնք ուղիղ համեմատական են $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ թվերին և որոնցից առաջին երկուսի գումարը ամենափոքր եռանիշ թիվն է:

544. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} x^2+y^2=2 \\ x\geq 1 \\ y\leq -1 \end{cases}$,

բ. $\begin{cases} x^2+y=9 \\ x\leq -3 \\ y\geq 0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} xy=6 \\ x\geq 2 \\ y\geq 3 \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} x^2y+xy^2=2 \\ x\geq 1 \\ y\geq 1 \end{cases}$:

545. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ x\in\{1, 2\} \\ y\in\{3, 4\} \end{cases}$,

բ. $\begin{cases} 2x^2-3y^2=5 \\ x\in\{0, 1, 2\} \\ y\in\{0, 1, 2\} \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x+y+z^2=8 \\ x+y=4 \\ z\in\{0, 1, 2\} \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=11 \\ x\in\{0, 1\} \\ y\in\{1, 2\} \\ z\in\{2, 3\} \end{cases}$:

546. Կառուցեք հավասարման գրաֆիկը.

ա. $x+y=1$,

բ. $x^2+y^2=0$,

գ. $x^2+y=0$,

դ. $x+y^2=0$:

§13 ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ

1. Մեկ առաջին և մեկ երկրորդ աստիճանի հավասարումների համակարգեր: Կիրառական խնդիրների լուծումները հաճախ հանգում են երկու անհայտով այնպիսի հավասարումների համակարգերի, որոնցից մեկը առաջին, իսկ մյուսը երկրորդ աստիճանի է: Բերենք մի օրինակ:

Դիցուք՝ մենք գիտենք, որ ուղղանկյունաձև սենյակի պատերի ընդհանուր երկարությունը 18 մ է, իսկ մակերեսը՝ 20 քառ.մ: Կարո՞ղ ենք գտնել նրա կողմերի երկարությունները:

Լուծում	*Փաստարկներ*
x մ, y մ	սենյակի կողմերի երկարությունները
xy քառ. մ	սենյակի մակերեսը
$2(x+y)$ մ	պատերի ընդհանուր երկարությունը
$xy=20$	պայմաններից մեկը
$2(x+y)=18$	մյուս պայմանը

Այսպիսով՝ մենք ստացանք երկու հավասարումներ. $2(x+y)=18$ և $xy=20$: Տրված խնդրի պայմաններին բավարարում են x և y փոփոխականների այն արժեքները, որոնք միաժամանակ լուծում են այս հավասարումներից յուրաքանչյուրի, այսինքն՝

$$\begin{cases} xy=20 \\ 2(x+y)=18 \end{cases}$$

համակարգի համար: Այս համակարգի հավասարումներից մեկը առաջին աստիճանի է, իսկ մյուսը՝ երկրորդ աստիճանի:

Ինչպե՞ս լուծենք նման համակարգերը: Իհարկե, կան լուծման տարբեր եղանակներ: Բայց լավագույնը տեղադրման եղանակն է: Համակարգի գծային հավասարումից փոփոխականներից մեկը, օրինակ՝ x-ը արտահայտենք y-ով.

$$x=9-y:$$

Տեղադրենք աջ մասի արտահայտությունը մյուս հավասարման մեջ: Կստանանք.

$$y(9-y)=20:$$

Լուծելով այդ քառակուսային հավասարումը՝ կստանանք նրա արմատները

$y_1 = 5,\ y_2 = 4$: Տեղադրելով այդ արմատները $x = 9 - y$ հավասարման մեջ՝ կստանանք՝ $x_1 = 4,\ x_2 = 5$: Այսպիսով՝ ստացված համակարգի լուծումներն են՝ $x_1 = 4,\ y_1 = 5$, կամ $x_2 = 5,\ y_2 = 4$: Այսինքն՝ սենյակի կողմերի երկարություններն են 4 մ և 5 մ:

Նույն եղանակով մենք կարող ենք լուծել նաև երկու փոփոխականներով և երկու հավասարումներով յուրաքանչյուր համակարգ, որի հավասարումներից մեկը առաջին աստիճանի է, իսկ մյուսը՝ երկրորդ աստիճանի: Այսպիսով՝ մենք ունենք համակարգերի նշված տեսակի լուծման համար մի ընդհանուր ալգորիթմ:

Մեկ առաջին եւ մեկ երկրորդ աստիճանի հավասարումներից կազմված համակարգի լուծման ալգորիթմը

Երկու անհայտով, մեկ առաջին և մեկ երկրորդ աստիճանի հավասարումներից կազմված համակարգի լուծման համար անհրաժեշտ է կատարել հետևյալ քայլերը.

ա. առաջին աստիճանի հավասարման անհայտներից մեկը արտահայտել մյուսով, կամ գտնել նրա արժեքը՝ եթե երկրորդ անհայտը բացակայում է,

բ. անհայտի՝ նախորդ քայլով որոշված արտահայտությունը տեղադրել երկրորդ աստիճանի հավասարման մեջ,

գ. լուծել նախորդ քայլով ստացված մեկ անհայտով հավասարումը,

դ. անհայտի՝ նախորդ քայլով գտնված արժեքները, եթե այդպիսիք կան, տեղադրել մյուս անհայտի համար ա քայլով ստացված հավասարման մեջ և գտնել մյուս անհայտի արժեքները:

ե. եթե գ քայլում պարզվում է, որ հավասարաումը լուծում չունի, ապա համակարգը ևս լուծում չունի:

Գործնականում, համակարգերը լուծելիս, սովորաբար, լուծման ալգորիթմի քայլերը կատարելիս գրվում է միայն համակարգի այն մասը, որին վերաբերում է տվյալ քայլը: Լուծենք, օրինակ, հետևյալ համակարգերը.

$$\begin{cases} x^2 + xy = -3 \\ y - 3x = 7 \end{cases}:$$

Լուծումը	**Փաստարկները**
$y = 7 + 3x$	համակարգի լուծման ալգորիթմի ա քայլը
$x^2 + x(7 + 3x) = -3$	համակարգի լուծման ալգորիթմի բ քայլը
$x_1 = -\dfrac{3}{4},\ x_2 = -1$	համակարգի լուծման ալգորիթմի գ քայլը

$$y_1 = 3x_1 + 7 = 3\cdot\left(-\frac{3}{4}\right) + 7 = \frac{19}{4}$$

$y_2 = 3x + 7 = 3\cdot(-1) + 7 = 4$ — համակարգի լուծման ալգորիթմի դ. քայլը

$x_1 = -\frac{3}{4},\ y_1 = \frac{19}{4},\ x_2 = -1,\ y_2 = 4$ — պատասխանը

$\left(-\frac{3}{4}, \frac{19}{4}\right),\ (-1, 4)$ — պատասխանը այլ գրությամբ

2. ՀԱՄԱՍԵՌ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ: Թվում է, թե տեղադրման եղանակով մենք պետք է կարողանանք լուծել երկու անհայտով երկրորդ աստիճանի յուրաքանչյուր համակարգ: Իսկապես, չէ՞ որ նման համակարգի յուրաքանչյուր հավասարում անհայտներից յուրաքանչյուրի նկատմամբ երկրորդ աստիճանի հավասարում է: Լուծելով այն անհայտներից որևէ մեկի նկատմամբ՝ մենք այդ անհայտը կարտահայտենք մյուսով: Այնուհետև անհայտի ստացված արժեքը կտեղադրենք մյուս հավասարման մեջ և կստանանք մյուս անհայտի նկատմամբ մի հավասարում: Մնում է լուծել ստացված այդ հավասարումը...

Սակայն մեծ մասամբ ստացված այդ հավասարումը լինում է երկուսից բարձր աստիճանի, որի լուծումը, ավաղ, մեր ուժերից վեր է: Հետևաբար՝ տեղադրման եղանակը մեզ չի կարող այստեղ ցանկալի արդյունքի հասցնել: Մնում է միայն որոնել հնարքներ՝ առանձին մասնավոր համակարգերի լուծման ուղղությամբ:

Երկու անհայտով երկրորդ աստիճանի հավասարումների համակարգերի հաջորդ տեսակը, որ հնարավոր է լուծել, այն համակարգերն են, որոնք պարունակում են համասեռ հավասարումներ: Համասեռ է կոչվում այն հավասարումը, որի աջ և ձախ մասերը գրված են հանրահաշվական գումարի տեսքով, և որի գումարելիների բոլոր անդամները, բացառությամբ 0-ի, ունեն միևնույն աստիճանը:

Օրինակներ և ժխտօրինակներ.

ա. $x + 2y = 0$ հավասարումը առաջին աստիճանի համասեռ հավասարում է,

բ. $3x^2 + 4xy - y^2 = 0$ հավասարումը երկրորդ աստիճանի համասետ հավասարում է,

գ. $1 - x + 2y = 0$ հավասարումը համասեռ չէ, դ. $1-x^2+4x-3y^2=0$ հավասարումը համասեռ չէ:

Ի՞նչ առանձնահատկություն ունեն երկրորդ աստիճանի համասեռ հավասարումները: Եթե դուք նման հավասարման երկու մասերը միաժամանակ բաժանեք անհայտներից մեկի քառակուսու վրա, ապա կստանաք անհայտների հարաբերության նկատմամբ մի քառակուսային հավասարում: Լուծելով այդ քառակուսային հավասարումը՝ դուք կստանաք անհայտների հարաբերության արժեքը: Իսկ դա նշանակում է, որ դուք կկարողանաք անհայտներից մեկը արտահայտել մյուսով:

Բերենք նման մեկ օրինակ:

Վերցնենք երկրորդ աստիճանի

համասեռ հավասարումը՝ $3x^2+4xy+y^2=0$

Ենթադրելով, որ $y\neq 0$, նրա երկու

մասերը բաժանենք y^2-ու վրա. $3(x/y)^2+4(x/y)+1=0$

Լուծենք ստացված հավասարումը. ա. $x/y=-1$, բ. $x/y=-1/3$

Արտահայտենք x-ը y-ով. ա. $x=-y$, բ. $x=-y/3$

Այսպիսով՝ լուծելով համասեռ հավասարումը, մենք կարողացանք x անհայտը արտահայտել y-ով: Ավելին՝ մեր գտած արտահայտության մեջ y-ը գծային է: Եվ եթե մենք տրված համասեռ հավասարման հետ ունենանք նաև մի այլ՝ նույն փոփոխականները պարունակող քառակուսային կամ առաջին աստիճանի հավասարում, ապա նրա մեջ x-ի փոխարեն տեղադրելով y-ը, կստանանք y-ի նկատմամբ քառակուսային կամ առաջին աստիճանի հավասարում: Իսկ նման հավասարումը լուծել արդեն մենք գիտենք:

Հետևելով այս խորհուրդներին՝ լուծենք համասեռ հավասարում պարունակող մի համակարգ:

Լուծենք հետևյալ համակարգը. $\begin{cases}-2x^2+3y^2=xy\\ x^2-8y=-7\end{cases}$

Կարող ենք ենթադրել, որ $y\neq 0$, քանի

որ $(0,\ 0)$ թվազույգը համակարգի լուծում

չէ: Համասեռ հավասարման երկու $-2(x/y)^2+3=x/y$

մասերը բաժանենք y^2-ու վրա.

Լուծենք ստացված հավասարումը x/y -ի նկատմամբ.	ա. $x/y=1$, բ. $x/y=-3/2$
Արտահայտենք x-ը y -ով.	ա. $x=y$, բ. $x=-3/2\cdot y$
x-ի ստացված արժեքը տեղադրենք տրված համակարգի երկրորդ հավասարման մեջ.	ա. $y^2-8y=-7$ բ. $9/4\cdot y^2-8y=-7$
Լուծենք ստացված հավասարումները.	$y_1=1,\ y_2=7$ $y_3=2,\ y_4=14/9$
y -ի ստացված արժեքը տեղադրենք x/y -ի համար ստացված արժեքների մեջ.	ա. $x/1=1$, բ. $x/7=1$, գ. $x/2=-3/2$, դ. $x/(14:9)=-3/2$:
Յամակարգի լուծումը կլինի.	$x_1=1,\ y_1=1$ $x_2=7,\ y_2=7$ $x_3=-3,\ y_3=2$ $x_4=-7/3,\ y_4=14/9$
Յամակարգի լուծումը՝ այլ գրությամբ.	$(1,1),\ (7,7),\ (-3,2),\ (-7/3,14/9)$:

Համասեռ հավասարումը պարունակող համակարգերի լուծման եղանակ

Յամասեռ հավասարում պարունակող x և y անհայտներով երկրորդ աստիճանի հավասարումների համակարգի լուծման համար անհրաժեշտ է կատարել հետևյալ քայլերը.

ա. պարզել արդյո՞ք $(0,0)$ թվազույգը համակարգի լուծում է,

բ. համասեռ հավասարման երկու մասերը միաժամանակ բաժանել անհայտներից մեկի, օրինակ՝ y -ի քառակուսու վրա՝ ենթադրելով $y\neq 0$,

գ. լուծել ստացված հավասարումը x/y -ի նկատմամբ,

դ. արտահայտել x-ը y -ով,

ե. x-ի ստացված արժեքները տեղադրել տրված համակարգի երկրորդ հավասարման մեջ,

զ. լուծել ստացված հավասարումը y -ի նկատմամբ,

է. y -ի ստացված արժեքները հերթականությամբ տեղադրել x/y -ի համար ստացված արժեքների մեջ, և գտնել x-ի արժեքները:

Համակարգի համասեռ հավասարումը կարող է ունենալ այնպիսի տեսք, որ նրա երկու մասերը անհայտի քառակուսու վրա բաժանելիս՝ մենք արմատներ «կորցնենք»: Իսկապես, վերցնենք

$$\begin{cases} xy = 2y^2 \\ x + y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

համակարգը, որի առաջին հավասարումը համասեռ է: Եթե բաժանենք այդ հավասարման երկու մասերը y^2-ու վրա, կստանանք $x/y = 2$ հավասարումը, որը համարժեք չէ տրվածին: Այս անհարմարությունը հաղթահարվում է հետևյալ ճանապարհով: Անհրաժեշտ է հավասարման բոլոր անդամները խմբավորել նրա մի մասում, ընդհանուր արտադրիչը դուրս վերել փակագծերից, և տրված հավասարման փոխարեն դիտարկել երկու հավասարումների համախումբը:

$$\begin{cases} xy = 2y^2 \\ x + y^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 2y)\,y = 0 \\ x + y^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x - 2y = 0 \\ y = 0 \end{array}\right. \\ x + y^2 - 1 = 0 \end{cases}:$$

Այսպիսով՝ տրված համակարգի լուծումը համընկնում է

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + y^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{և} \quad \begin{cases} y = 0 \\ x + y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$

երկու համակարգերի լուծումների միավորման հետ:

3. Օժանդակ անհայտի ներմուծում: Համասեռ հավասարումները լուծելիս տրված x և y անհայտների x/y հարաբերությունը հաճախ նպատակահարմար է նշանակել մի z տառով: Այսինքն՝ մտցնել նոր կամ օժանդակ անհայտ: Նոր անհայտ մտցնելու այդ հնարքը հաջողությամբ է կիրառվում նաև բազմաթիվ այլ դեպքերում: Բերենք մի օրինակ:

Լուծենք հետևյալ համակարգը.
$$\begin{cases} \dfrac{x}{y} - \dfrac{y}{x} = \dfrac{5}{6} \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

Կատարենք նշանակում.
$$\frac{x}{y} = z$$

Առաջին հավասարումից կստանանք. $z-\frac{1}{z}=\frac{5}{6}$

Լուծենք ստացված հավասարումը. ա. $z=\frac{3}{2}$, բ. $z=-\frac{2}{3}$

Համաձայն նշանակման ա դեպքի ա. $\frac{x}{y}=\frac{3}{2}$

Արտահայտենք x-ը y-ով $x=\frac{3}{2}\cdot y$

Այս հավասարումով փոխարինենք տրված համակարգի առաջին հավասարումը, կստանանք. $\begin{cases} x=\frac{3}{2}\cdot y \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$

Լուծենք ստացված համակարգը. $(3,2),\ (-3,-2)$

Համաձայն նշանակման բ. դեպքի. բ. $\frac{x}{y}=-\frac{2}{3}$

Արտահայտենք x-ը y-ով. $x=-\frac{3}{2}\cdot y$

Այս հավասարումով փոխարինենք տրված համակարգի առաջին հավասարումը, կստանանք. $\begin{cases} x=\frac{3}{2}\cdot y \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$

Լուծենք ստացված համակարգը. $(-2,3),\ (2,-3)$

Տրված համակարգի լուծումները. $(2,-3),\ (3,2),\ (-2,3),\ (-3,2)$

Բերենք ևս մի քանի օրինակ:

ա. $\begin{cases} (x+y)^2-2(x+y)=15 \\ x+xy+y=11 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2y^2+xy=2 \\ xy+2y=3 \end{cases}$:

Առաջին համակարգը լուծելու համար անհրաժեշտ է նրա առաին հավասարման մեջ կատարել $x+y=z$ նշանակումը, գտնել z անհայտը, որից հետո մենք կունենանք երկու անհայտով երկու հավասարում, որոնցից մեկը առաջին աստիճանի է, իսկ մյուսը` երկրորդ աստիճանի:

Երկրորդ համակարգի համար նման արդյունքի կարող ենք հասնել $xy=z$ նշանակման միջոցով:

Երբեմն անհրաժեշտ է լինում մեկի փոխարեն մտցնել երկու օժանդակ անհայտ: Բերենք նման մեկ օրինակ:

Լուծենք հետևյալ համակարգը.	$\begin{cases} xy-\dfrac{x}{y}=1 \\ xy-\dfrac{y}{x}=1 \end{cases}$
Կատարենք նշանակում.	$xy = z,\ x/y = t$
Տրված համակարգից կստանանք.	$\begin{cases} z-t=1 \\ z-\dfrac{1}{t}=1 \end{cases}$
Լուծենք ստացված համակարգը.	ա. $t=1$, բ. $t=-1$
Համաձայն մեր նշանակման ա դեպքի.	ա. $\dfrac{x}{y}=1$
Արտահայտենք x-ը y-ով.	$x = y$
Այս հավասարումով փոխարինենք տրված համակարգի առաջին հավասարումը, կստանանք.	$\begin{cases} x=y \\ xy-\dfrac{y}{x}=1 \end{cases}$
Լուծենք ստացված համակարգը.	$(\sqrt{2},\sqrt{2}),\ \ (-\sqrt{2},-\sqrt{2})$
Համաձայն մեր նշանակման բ դեպքի.	բ. $\dfrac{x}{y}=-1$
Արտահայտենք x-ը y-ով.	$x=-y$
Այս հավասարումով փոխարինենք տրված համակարգի առաջին հավասարումը.	$\begin{cases} x=-y \\ xy-\dfrac{y}{x}=1 \end{cases}$
Լուծենք ստացված համակարգը.	$x\in\emptyset,\ y\in\emptyset$
Տրված համակարգի լուծումները.	$(\sqrt{2},\sqrt{2}),\ \ (-\sqrt{2},-\sqrt{2})$:

4. Լուծման այլ եղանակներ: Երկու անհայտով հավասարումների համակարգերի լուծման դիտարկված եղանակները հաճախ ցանկալի արդյունքի չեն հասցնում: Գոյություն չունի նման համակարգերի լուծման մի ընդհանուր եղանակ, և լուծման հնարավորությունը կախված է կոնկրետ համակարգից:

Իհարկե, մենք հեշտությամբ կարող ենք լուծել երկու անհայտով երկրորդ աստիճանի յուրաքանչյուր համակարգ, որի հավասարումներից մեկը պարունակում է միայն մեկ անհայտ: Նման դեպքում նախ պետք է լուծել այդ մեկ անհայտը պարունակող քառակուսային հավասարումը: Այնուհետև ստացված արմատը այդ հավասարման անհայտի փոխարեն պետք է տեղադրել մյուս հավասարման մեջ, լուծել ստացված հավասարումը:

Դիտարկենք նման մեկ օրինակ:

Լուծենք հետևյալ համակարգը. $\begin{cases} x^2+3x-10=0 \\ 4x-8xy+8=0 \end{cases}$

Համակարգի առաջին հավասարման լուծումը. $x_1=2,\ \ x_2=-5$

Տեղադրենք առաջին հավասարման $x_1=2$ լուծումը երկրորդի մեջ. $8-16y+8=0$

Լուծենք ստացված հավասարումը. $y_1=1$

Տեղադրենք առաջին հավասարման $x_2=-5$ լուծումը երկրորդի մեջ.

Լուծենք ստացված հավասարումը. $y_2=\dfrac{3}{10}$

Համակարգի լուծումները կլինեն. $x_1=2,\ y_1=1,\ x_2=-5,\ y_2=\dfrac{3}{10}$

Համակարգի լուծումները՝ այլ գրությամբ. $(2,1),\ \ (-5,\ 3/10)$

Մեկ անհայտով հավասարում պարունակող հավասարումների համակարգի լուծման ալգորիթմը

Մեկ անհայտով հավասարում պարունակող երկու անհայտով երկրորդ աստիճանի հավասարումների համակարգի լուծման համար անհրաժեշտ է կատարել հետևյալ քայլերը.

ա. լուծել համակարգի այն հավասարումը, որը պարունակում է միայն մեկ անհայտ,

բ. ստացված արմատները, եթե այդպիսիք կան, հերթականությամբ տեղադրել տվյալ անհայտի փոխարեն՝ մյուս հավասարման մեջ,

գ. լուծել ստացված մեկ անհայտով հավասարումը:

Երբեմն համակարգի տեսքը թույլ է տալիս առանձնահատուկ հնարքների միջոցով գտնել նրա լուծումները: Դիտարկենք այդպիսի մի օրինակ:

Լուծենք հետևյալ համակարգը. $\begin{cases}(x-y)\,xy=30\\(x+y)\,xy=120\end{cases}$

Համակարգի առաջին հավասարումը՝

բաժանենք երկրորդի վրա. $\dfrac{(x-y)\,xy}{(x+y)\,xy}=\dfrac{30}{120}$

Կատարենք կրճատում. $\dfrac{x-y}{x+y}=\dfrac{1}{4}$

Երկու մասերը բազմա-

պատկենք $4(x+y)$-ով. $4(x+y)=x+y$

Տրված համակարգը փոխարինենք նրան

համարժեք հետևյալ համակարգով. $\begin{cases}(x-y)\,xy=30\\4(x-y)=x+y\end{cases}$

Ստացված և տրված համա-

կարգերի լուծումները. $x=5,\ y=3$ կամ $(5,3)$

Դիտարկենք ևս մի քանի օրինակներ:

ա. $\begin{cases}x^2+y^2+x+y=18\\x^2-y^2+x-y=6\end{cases}$, բ. $\begin{cases}x^2y^3+y^2x^3=12\\x^2y^3-y^2x^3=4\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}x^2+y^3=50\\x(y+1)=0\end{cases}$, դ. $\begin{cases}x^2+y^3-xy=13\\x+y-\sqrt{xy}=3\end{cases}$:

ա. Համակարգը լուծելու համար մենք կարող ենք նրա հավասարումները գումարել իրար. կստանանք x անհայտի նկատմամբ քառակուսային հավասարում: Այդ հավասարումից գտնելով x անհայտի արժեքները՝ կտեղադրենք համակարգի հավասարումներից մեկի մեջ, կստանանք քառակուսային հավասարում y անհայտի նկատմամբ: Նրա լուծումներն էլ մեզ կտան y անհայտի արժեքները, որոնք x անհայտի համապատասխան արժեքների հետ միասին կկազմեն համակարգի լուծումները:

բ. Եթե համակարգի հավասարումների ձախ մասերում ընդհանուր հանենք

x^2y^2 արտահայտությունը, այնուհետև բաժանենք ստացված հավասարումները իրար վրա, ապա կկարողանանք անհայտներից մեկը անմիջապես արտահայտել մյուսով: Տեղադրելով այն համակարգի հավասարումներից որևէ մեկի մեջ՝ կստանանք մի հավասարում մյուս փոփոխականի նկատմամբ: Մնում է լուծել այդ հավասարումը և, այդ լուծումները տեղադրելով համակարգի հավասարումներից մեկի մեջ, կստանանք նաև մյուս անհայտի արժեքները:

գ. Համակարգի երկրորդ հավասարումը համարժեք է

$$\left[\begin{array}{l} x=0 \\ y+1=0 \end{array}\right.$$

համախմբին: Համախմբի հավասարումները առանձին-առանձին դիտարկելով տրված համակարգի առաջին հավասարման հետ՝ կստանանք երկու համակարգեր, որոնց լուծելու եղանակը մեզ հայտնի է: Դրանց լուծումներն էլ կլինեն տրված համակարգի լուծումները:

Լուծենք դ համակարգը.	դ. $\begin{cases} x^2+y^2-xy=13 \\ x+y-\sqrt{xy}=3 \end{cases}$
Ձևափոխենք համակարգի առաջին հավասարումը.	$(x+y)^2-3xy=13$
Երկրորդ հավասարումից որոշենք $x+y$-ը.	$x+y=\sqrt{xy}+3$
Ստացված արտահայտությունը տեղադրենք նախորդ հավասարման մեջ.	$(\sqrt{xy}+3)^2-3xy=13$:
Կատարենք $\sqrt{xy}=z$ նշանակումը.	$(z+3)^2-3z^2=13$
Լուծենք ստացված հավասարումը.	$z_1=1,\ z_2=2$
Օգտվենք նշանակումից: ա. $\sqrt{xy}=1$	$\begin{cases} x+y=1+3 \\ x^2+y^2-1=13 \end{cases}$

Լուծենք ստացված համակարգը. $x_1 = 2-\sqrt{3},\ y_1 = 2+\sqrt{3}$
$x_2 = 2+\sqrt{3},\ y_2 = 2-\sqrt{3}$

Օգտվենք նշանակումից: բ. $\sqrt{xy} = 2$ $\begin{cases} x+y = 2+3 \\ x^2+y^2-4 = 13 \end{cases}$

Լուծենք ստացված համակարգը. $x_3 = 1,\ y_3 = 4$
$x_4 = 4,\ y_4 = 1$

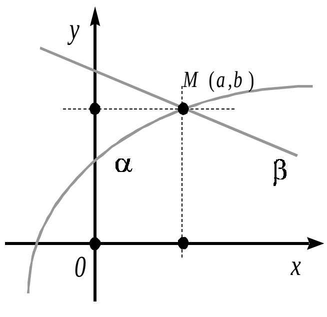
Պատասխան՝ $(2-\sqrt{3},\ 2+\sqrt{3}),\ (2+\sqrt{3},\ 2-\sqrt{3}),\ (1, 4),\ (4, 1)$:

5. Համակարգերի գրաֆիկական պատկերումը և լուծումը: Մենք երկրաչափորեն պատկերել ենք երկու անհայտով մի շարք հավասարումներ. դրանցից յուրաքանչյուրի գրաֆիկը կոորդինատային հարթության որևէ գիծ է: Թվազույգը հավասարման լուծումն է՝ նշանակում է այդ թվազույգով որոշվող կետը գտնվում է հավասարման գրաֆիկի վրա: Մյուս կողմից՝ եթե կետը գտնվում է հավասարման գրաֆիկի վրա, ապա նրա կոորդինատները հավասարման լուծում են:

Այժմ դիտարկենք երկու՝ x և y անհայտներով Ա և Բ հավասարումների

$$\begin{cases} \text{Ա} \\ \text{Բ} \end{cases}$$

համակարգը: Դիցուք՝ Ա հավասարման գրաֆիկը xOy կորդինատային համակարգի α գիծն է, իսկ Բ հավասարման գրաֆիկը՝ β գիծը: Եթե (a,b) թվազույգը (1) համակարգի լուծում է, ապա այն Ա հավասարման լուծումն է: Իսկ դա նշանակում է, որ (a,b) թվազույգը պատկերող $M(a, b)$ կետը ընկած է Ա հավասարման գրաֆիկի՝ α գծի վրա: Նույն կերպ՝ $M(a, b)$ կետը ընկած կլինի Բ հավասարման գրաֆիկի, այսինքն՝ β գծի վրա: Այսպիսով՝ եթե թվազույգը համակարգի լուծումն է, ապա կոորդինատային հարթության վրա այն պատկերող կետը համակարգի գրաֆիկների հատման կետն է: Հակադարձը՝ գրաֆիկների հատման կետը ընկած է գրաֆիկներից յուրաքանչյուրի վրա: Հետևաբար՝ նրա կոորդինատները հավասարումներից յուրաքանչյուրի լուծումներ են:



Այսպիսով՝ մենք ապացուցեցինք հետևյալ հատկությունը:

Հավասարումների համակարգի լուծման պատկերումը

Եթե թվազույգը երկու անհայտով հավասարումների համակարգի լուծումն է, ապա կոորդինատային հարթության վրա այն պատկերող կետը համակարգի հավասարումների գրաֆիկների հատման կետ է: Հակադարձը՝ հավասարումների գրաֆիկների հատման կետի կոորդինատները այդ հավասարումների համակարգի լուծումն են:

Եկեք այժմ պարզենք համակարգերի երկրաչափական պատկերման հետ կապված երկու կարևոր հարց: Նախ՝ գրաֆիկական պատկերման դեպքում՝ ի՞նչ է նշանակում այն, որ համակարգը լուծում չունի: Եթե համակարգը լուծում չունի, ապա նրա հավասարումների գրաֆիկները չպետք է հատվեն:

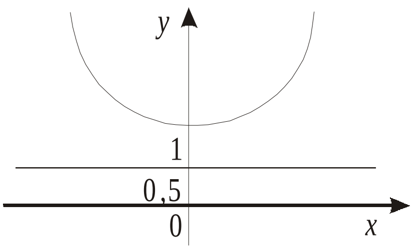
Հակադարձը՝ եթե համակարգի հավասարումների գրաֆիկները չեն հատվում, ապա համակարգը լուծում չունի: Որովհետև լուծում ունենալու դեպքում այն պատկերող կետը կպատկաներ համակարգի հավասարումներից յուրաքանչյուրի գրաֆիկին, հետևաբար դրանց հատմանը: Իսկ գրաֆիկները հատում չունեն՝ համաձայն պայմանի:

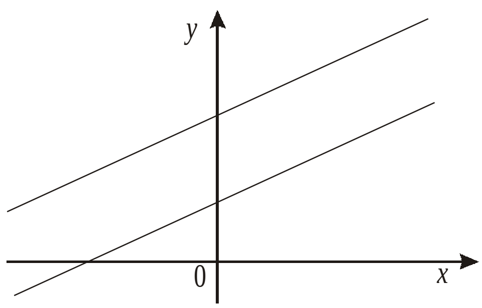
Այսպիսով մենք ապացուցեցինք հետևյալ հատկությունը:

Լուծում չունեցող համակարգերի գրաֆիկի հատկությունը

Լուծում չունեցող համակարգի հավասարումների գրաֆիկները չեն հատվում: Հակադարձը՝ եթե համակարգի հավասարումների գրաֆիկները չեն հատվում, ապա համակարգը լուծում չունի:

Օրինակ $\begin{cases} y = 0{,}5 \\ y = x^2+1 \end{cases}$ համակարգը լուծում չունի և այն կազմող հավասարումների գրաֆիկները չեն հատվում: Եթե համակարգի հավասարումները գծային են, ընդ որում յուրաքանչյուր հավասարման մեջ անհայտներից գոնե մեկի գործակիցը զրոյից տարբեր է, ապա հավասարումների գրաֆիկները կլինեն ուղիղ գծեր: Այդ գծերը չեն հատվի, եթե նրանք լինեն իրար զուգահեռ: Ճշմարիտ է նաև հակադարձ դատողությունը, եթե երկու ուղիղներ իրար զուգահեռ են, ապա նրանց հավասարումներից կազմված համակարգը լուծում չունի:





երկու զուգահեռ ուղիղների հավասարումների համակարգը լուծումներ չունի: Հակադարձը՝ եթե երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգը լուծումներ չունի, ապա նրանց գրաֆիկները իրար զուգահեռ ուղիղ գծեր են:

6. Երեք անհայտ պարունակող հավասարումների համակարգեր:

Պարագրաֆ 11 -ի 1 կետում մենք դիտարկեցինք կիրառական մի խնդիր և նրա լուծման ճանապարհին ստացանք երեք անհայտով երեք հավասարումների հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} x+y+z=210 \\ x=y+10 \\ x=z-10 \end{cases} \quad : \quad (1)$$

Առաջիկայում դուք կհամոզվեք, որ բավականին լայն է երեք անհայտով հավասարումների և նրանց համակարգերի բերվող կիրառական խնդիրների ոլորտը: Հետևաբար, ուզենք թե չուզենք, մենք պետք է մտածենք նաև երեք անհայտով հավասարումների և նրանց համակարգերի լուծման մասին: Կարևորագույն հարցը այստեղ երեք անհայտով երեք հավասարումների լուծումն է, որը բերում է որոշակի արդյունքի: Իսկ Ինչպե՞ս լուծենք նման համակարգերը:

Երկու անհայտով հավասարումների համակարգերի լուծման փորձը մեզ թույլ է տալիս մտածելու, որ երեք անհայտով հավասարումների համակարգերի լուծման իրականացումը նույնպես կապված է համակարգի հավասարումների աստիճանից:

Նախ սկսենք գծային հավասարումների համակարգերի դիտարկումից: Երկու անհայտով գծային հավասարումների համակարգերը մենք կարողացանք լուծել մի քանի եղանակով: Բոլոր այդ եղանակները հաջողությամբ կիրառվում են նաև ցանկացած թվով անհայտներ պարունակող համակարգերի համար: Մենք կբավարարվենք միայն տեղադրման եղանակի կիրառմամբ: Այն կոչվում է նաև Գաուսի մեթոդ:

Գաուսի մեթոդով լուծենք (1) համակարգը.

Համակարգի վերջին հավասարումից x անհայտի արժեքը տեղադրենք նախորդ երկուսի մեջ.

$$\begin{cases} z-10+y+z=210 \\ z-10=y+10 \end{cases}$$

Լուծենք ստացված համակարգը. $y=60,\ z=80$

Ստացված լուծումը տեղադրենք
$x = z - 10$ հավասարման մեջ՝
ստանանք x-ի արժեքը. $x = 70$

Համակարգի լուծումը կլինի. $x = 70,\ y = 60,\ z = 80$

Պատասխանը. $(70,\ 60,\ 80)$

Ո՞րն է Գաուսի մեթոդի էությունը: Գծային հավասարումների համակարգի հավասարումներից մեկում անհայտներից մեկը արտահայտում ենք մյուսներով: Անհայտի այդ արտահայտությունը տեղադրում ենք մնացած բոլոր հավասարումների մեջ և ստանում ենք մի համակարգ, որի անհայտների և հավասարումների թիվը արդեն մեկով պակաս է տրվածից: Շարունակելով այս ընթացքը, ի վերջո ստանում ենք մեկ անհայտով մեկ հավասարում: Լուծելով այդ հավասարումը և ստացված արժեքը տեղադրելով նախորդ համակարգի մեջ՝ կստանանք մյուս անհայտի արժեքը և այլն:

Առանձին դեպքերում տեղադրման եղանակը թույլ է տալիս լուծելու նաև մի քանի անհայտով ոչ գծային հավասարումների համակարգեր:

Լուծենք, օրինակ, հետևյալ համակարգը. $\begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 3 \\ xz = 3 \end{cases}$

Համակարգի առաջին հավասարումից
գտնենք x-ը. $x = 1 - y$

x-ի ստացված արժեքը տեղադրենք
մյուս հավասարումների մեջ. $\begin{cases} y + z = 3 \\ (1 - y)\,z = 3 \end{cases}$

Լուծենք ստացված համակարգը. $y_1 = 0,\ z_1 = 3$

կամ $y_2 = 4,\ z_2 = -1$

Ստացված լուծումը տեղադրենք
$x = 1 - y$ հավասարման մեջ. $x_1 = 1,\ x_2 = -3$

Համակարգի լուծումը. $x_1 = 1,\ y_1 = 0,\ z_1 = 3$

կամ $x_2 = -3,\ y_2 = 4,\ z_2 = -1$

Լուծումը այլ գրությամբ. $(1, 0, 3)$ կամ $(-3, 4, -1)$

Երբեմն մի քանի անհայտով համակարգերը լուծելու համար պահանջվում է կիրառել զանազան հնարքներ: Բերենք նման օրինակ:

Լուծենք, օրինակ, հետևյալ համակարգը.	$\begin{cases} xy = 2 \\ yz = 6 \\ xz = 3 \end{cases}$
Համակարգի 1-ին հավասարումը բաժանենք 2-րդի վրա.	$\dfrac{x}{z} = \dfrac{2}{6}$
x-ի արժեքը արտահայտենք z-ով.	$x = \dfrac{z}{3}$
x-ի ստացված արժեքը տեղադրենք 3-րդ հավասարման մեջ.	$\dfrac{1}{3}z^2 = 3$
Լուծենք ստացված հավասարումը.	$z_1 = 3,\ z_2 = -3$
Ստացված արժեքները տեղադրենք $x = \dfrac{z}{3}$ հավասարման մեջ.	$x_1 = 1,\ x_2 = -1$
Ստացված արժեքները տեղադրենք $xy = 2$ հավասարման մեջ և լուծենք ստացված հավասարումները.	$y_1 = 2,\ y_2 = -2$
Համակարգի լուծումները.	$(1, 2, 3),\ (-1, -2, -3)$

ՀԱՄԿԱՑԵԼ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Ձևակերպեք խնդիր, որի լուծումը բերվի մեկ առաջին աստիճանի և մեկ երկրորդ աստիճանի հավասարումներից կազմված մի համակարգի:

2. Ձևակերպեք մեկ առաջին աստիճանի և մեկ երկրորդ աստիճանի հավասարումներից կազմված համակարգի լուծման ալգորիթմը:

3. Արդյո՞ք մենք կարող ենք տեղադրման եղանակով լուծել երկու անհայտով երկրորդ աստիճանի հավասարումների յուրաքանչյուր համակարգ:

4. Ո՞ր հավասարումներն են կոչվում համասեռ:

5. Նկարագրեք երկու անհայտով երկրորդ աստիճանի երկու հավասարումների համակարգի լուծման եղանակը, եթե հավասարումներից մեկը համասեռ է:

6. Ի՞նչ է օժանդակ անհայտը:

7. Ինչպե՞ս են օգտագործում օժանդակ անհայտ մտցնելու հնարքը երկու անհայտով համասեռ հավասարում պարունակող հավասարումների համակարգ լուծելիս:

8. Ինչպե՞ս է լուծվում երկրորդ աստիճանի յուրաքանչյուր համակարգ, որի հավասարումներից մեկը պարունակում է միայն մեկ անհայտ:

9. Արդյո՞ք գոյություն ունի երկու անհայտով երկրորդ աստիճանի հավասարումների համակարգերի լուծման մի ընդհանուր եղանակ:

10. Երկրաչափորեն ի՞նչ է նշանակում, որ թվազույգը հավասարման լուծումն է:

11. Հանրահաշվորեն ի՞նչ է նշանակում, որ թվազույգով որոշվող կետը գտնվում է հավասարման գրաֆիկի վրա:

12. Երկրաչափորեն ի՞նչ է նշանակում, որ թվազույգը հավասարումների համակարգի լուծումն է:

13. Հանրահաշվորեն ի՞նչ է նշանակում, որ թվազույգով որոշվող կետը գտնվում է հավասարումների համակարգի գրաֆիկի վրա:

14. Ձևակերպեք և ապացուցեք լուծում չունեցող համակարգի գրաֆիկի հատկությունը:

15. Ձևակերպեք և ապացուցեք զուգահեռ ուղիղներին համապատասխան հավասարումների համակարգի հատկությունը:

16. Ելնելով գծային հավասարումների գրաֆիկական պատկերումից՝ ցույց տվեք, որ եթե երկու անհայտով երկու գծային հավասարումների համակարգը ունի երկու լուծում, ապա այն ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ:

17. Ձևակերպեք կիրառական մի խնդիր, որի լուծումը բերվում է երեք անհայտով երեք հավասարումների համակարգի:

18. Ո՞րն է գծային հավասարումների համակարգի լուծման Գաուսի մեթոդի էությունը:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

547. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} x^2 - y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2 + xy = 2 \\ y - 7 = 3x \end{cases}$, գ. $\begin{cases} xy = 18 \\ 2(x+y) = 20 \end{cases}$:

548. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} x^2 + xy = 2 \\ y - 3x = 7 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2 + y^2 - 6y = 0 \\ y + 2x = 0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 19 \\ x - y = 7 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 63 \\ x - y = -3 \end{cases}$:

549. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} = \dfrac{3}{8}, \\ x + y = 12 \end{cases}$ բ. $\begin{cases} (x-1)(y-1) = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$, գ. $\begin{cases}\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=-\dfrac{4}{5}\\ x-y=4\end{cases}$, դ. $\begin{cases}(x-2)(y+1)=1\\ x-y=3\end{cases}$:

550. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases}\dfrac{4}{x-1}-\dfrac{5}{y+1}=1\\ \dfrac{3}{x+3}=\dfrac{2}{y}\end{cases}$, բ. $\begin{cases}\dfrac{1+x+x^2}{1+y+y^2}=3\\ x+y=6\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}\dfrac{3}{x+5}+\dfrac{2}{y-2}=2\\ \dfrac{4}{x-2}=\dfrac{1}{y-6}\end{cases}$, դ. $\begin{cases}\dfrac{x^2+y+1}{y^2+x+1}=\dfrac{3}{2}\\ x-y=1\end{cases}$:

551. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases}(x-2)(y-3)=1\\ \dfrac{x-2}{y-3}=1\end{cases}$, բ. $\begin{cases}\dfrac{y+3}{(3x-y)(3y-x)}=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{x-y}{x+y}=\dfrac{2}{5}\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}\dfrac{3x-2}{y+5}+\dfrac{y}{x}=2\\ x-y=4\end{cases}$, դ. $\begin{cases}\dfrac{2x-5}{x-2}+\dfrac{2y-3}{y-1}=2\\ 3x-4y=1\end{cases}$:

552. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases}7x^2-3y^2+5xy-2x-27=0\\ x+y=5\end{cases}$, բ. $\begin{cases}2x^2-xy-y^2+2x-2y+6=0\\ y-x=1\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}2x^2-5xy+y^2+10x+12y=100\\ 2x-3x=1\end{cases}$, դ. $\begin{cases}x^2+2xy+3y^2-48x+4y-4=0\\ 3x+y=2\end{cases}$:

553. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases}\dfrac{x+y}{y}=a\\ 1+\dfrac{xy}{a+1}=a^2\end{cases}$, բ. $\begin{cases}\dfrac{x-y}{a+1}=a\\ x-y^2=0\end{cases}$, գ. $\begin{cases} \dfrac{x}{a-b} - \dfrac{a+b}{y} = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x + y = 2a \\ \dfrac{x^2 - 2a^2 + y^2}{2} = 1 \end{cases}$:

554. Լուծեք համակարգը.

ա. $\begin{cases} x + y = a \\ xy = -2a^2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5a^2 \\ x + y = 3a \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x + y = a + 2b \\ xy = ab + b^2 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x^2 + y^2 = \dfrac{13a^2}{36} \\ x - y = \dfrac{a}{6} \end{cases}$:

555. Փորձեք համակարգը լուծել տեղադրման եղանակով.

ա. $\begin{cases} 3xy + x^2 + 2y^2 = 0 \\ xy + x = 2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2 - 3xy = 4 \\ y^2 - x = 12 \end{cases}$:

556. Արդյո՞ք համասեռ են հետևյալ հավասարումները.

ա. $x + y = 1$, բ. $x^2 = y^2$, գ. $3x^2 - 4y^2 = 3xy$,

դ. $x + y = 2x$, ե. $2x^2 = y^2 - 5$, զ. $6x - 4y^2 = 7xy$:

557. Լուծեք համասեռ հավասարումը.

ա. $x^2 = y^2$, բ. $x^2 - 4xy + y^2 = 0$,

գ. $x^2 + 2xy = 0$, դ. $9x^2 - 6xy + y^2 = 0$:

558-570. Լուծեք համակարգը.

558.ա. $\begin{cases} x^2 - xy = 0 \\ x^2 + xy + 33 = 0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2 - 5xy + 4y^2 = 0 \\ x^2 + y + x = 0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2 - 8x = 20 \\ x^2 + 3xy = 0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x^2 - 10xy + 9y^2 = 0 \\ y^2 - 2y + x^2 = 0 \end{cases}$:

559. ա. $\begin{cases} x^2 - 3xy - 4y^2 = 0 \\ 3x^2 + xy + y = 0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2 - 6xy - 7y^2 = 0 \\ y^2 - 2x + 1 = 0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2+3xy+2y^2=0 \\ 4x^2-5y^2+4x-5y=0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x^2-10xy+16y^2=0 \\ xy+8y+8=0 \end{cases}$:

560. ա. $\begin{cases} -x^2+9xy+18y^2=0 \\ 4xy-3y+x-3=0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} y^2+10xy-11x^2=0 \\ x^2+2xy+12x+12=0 \end{cases}$:

561. ա. $\begin{cases} x^2-5y^2=-1 \\ 3xy+7y^2=1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 3y^2-2xy=160 \\ y^2-3xy-2x^2=9 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2-3xy+y^2=-1 \\ 3x^2-3x+3y^2=13 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 3x^2-4xy+2y^2=17 \\ x^2-y^2=-16 \end{cases}$:

562. ա. $\begin{cases} x^2-2xy-y^2=2 \\ xy+y^2=4 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 5x^2-6xy+5y^2=29 \\ 7x^2-8xy+7y^2=43 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2+xy+4y^2=6 \\ 3x^2+8y^2=14 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 3x^2+5xy-4y^2=38 \\ 5x^2-9xy^2-3y^2=15 \end{cases}$:

563. ա. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{c} \\ \dfrac{a}{x^2}-\dfrac{b}{y^2}=0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=2 \\ \dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{y}=0 \end{cases}$:

564. ա. $\begin{cases} x^2-xy+y^2=21 \\ y^2-2xy=-15 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=5 \\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=13 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} \dfrac{x}{y+1}+\dfrac{y+1}{x}=2 \\ x^2+2y^2=6 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} \dfrac{x-1}{y-1}+\dfrac{4y-4}{x-1}+4=0 \\ 2xy+y=3 \end{cases}$:

565. ա. $\begin{cases}(x+y)^2-3(x+y)+2=0\\(x-y)^2-8(x-y)+12=0\end{cases}$,

բ. $\begin{cases}(x+2y)^2-x-2y+\dfrac{1}{4}=0\\\dfrac{x+1}{y+1}+\dfrac{9y+9}{x+1}+8=0\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}x-y=6(x+y)\\x^2-y^2=6\end{cases}$,

դ. $\begin{cases}(x+y)^2-2(x+y)=15\\x+xy+y=11\end{cases}$:

566. ա. $\begin{cases}x^2y^2+xy=72\\x+y=6\end{cases}$,

բ. $\begin{cases}\dfrac{(x+y)x}{y}=20\\x+y+\dfrac{x}{y}=9\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}x^2+y^2-xy=13\\(x+y)-\sqrt{xy}=3\end{cases}$,

դ. $\begin{cases}xy-\dfrac{x}{y}=\dfrac{16}{3}\\xy-\dfrac{y}{x}=\dfrac{9}{2}\end{cases}$:

567. ա. $\begin{cases}\dfrac{y}{x}-\dfrac{2x}{y}=1\\x^2+3y^2=16\end{cases}$,

բ. $\begin{cases}x^2y^2+xy=2\\xy+x=2\end{cases}$:

568. ա. $\begin{cases}\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{34}{15}\\x^2+y^2=34\end{cases}$,

բ. $\begin{cases}\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{26}{5}\\x^2-y^2=24\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}=\dfrac{9}{20}\\x^2-y^2=9\end{cases}$,

դ. $\begin{cases}\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}=\dfrac{5}{6}\\x^2+y^2=13\end{cases}$:

569. ա. $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{5}{2}\\x+y=10\end{cases}$,

բ. $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x}{y}}-\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{5}{6}\\x-y=5\end{cases}$, գ. $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x}{y}} + \sqrt{\dfrac{y}{x}} = \dfrac{41}{20}, \\ x + y = 41 \end{cases}$ դ. $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = \dfrac{41}{20}: \\ x + y = 41 \end{cases}$

570. ա. $\begin{cases} x^2 + 6x + 5 = 0 \\ 3x + 6xy + y^2 + 12 = 0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} -x^2 + 3x - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x^2 - 10x + 9 = 0 \\ x - x^2 + y^2 - 72 = 2 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 6 - 5x + x^2 = 0 \\ xy + y^2 = y \end{cases}$:

571. Արդյո՞ք կետը գտնվում է հավասարման գրաֆիկի վրա.

ա. $M(2,1),\ 2x + 3y = 7$, բ. $M(0,1),\ 2x + y = 1$,

գ. $M(-1,1),\ y = 1$, դ. $M(2,-2),\ x^2 + y^2 = 8$:

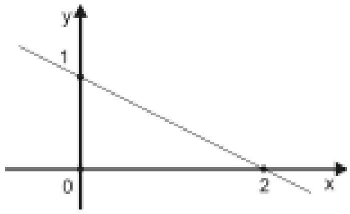
572. Արդյո՞ք կետի կոորդինատները բավարարում են գծագրում պատկերված ուղղի հավասարմանը.

ա. $M(1,1)$,

բ. $M(2,0)$,

գ. $M(0,1)$,

դ. $M(-1,-2)$:



573. Արդյո՞ք $M(-1,-1)$ կետը գտնվում է հավասարումների համակարգի գրաֆիկի վրա.

ա. $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} -x + y = 3 \\ x^3 + y^3 = 0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 3 \\ x^4 + y^4 = 0 \end{cases}$:

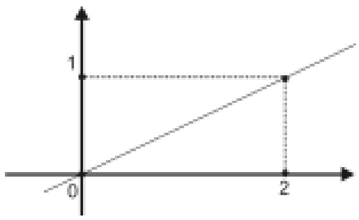
574. Արդյո՞ք կետի կոորդինատները բավարարում են գրաֆիկի բանաձևին.

ա. $M(1,1)$,

բ. $M(2,1)$,

գ. $M(2,1)$,

դ. $M(-1,-2)$:



575-581. Լուծեք համակարգը.

575. ա. $\begin{cases}(x+y)\,x=2\\(x+y)\,y=1\end{cases}$, բ. $\begin{cases}x^2y^2+xy=7\\2x^2y+xy^2=3xy\end{cases}$:

576. ա. $\begin{cases}6y+6x=xy\\6(y-5)+6(x+5)=(x+5)(y-6)\end{cases}$, բ. $\begin{cases}4x^2+3y^2=48\\3x^2-y^2=23\end{cases}$:

577. ա. $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=5\\\sqrt{xy}=6\end{cases}$, բ. $\begin{cases}xy+x^2+y^2=19\\x+y+x^2+y^2=18\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=\dfrac{5}{2}\\x+y=25\end{cases}$, դ. $\begin{cases}x+y+x^2+y^2=18\\xy+x^2+y^2=12\end{cases}$:

578. ա. $\begin{cases}x^3+y^3=72\\x^2-xy+x^2=12\end{cases}$, բ. $\begin{cases}x^3-y^3=133\\x-y=7\end{cases}$,

գ. $\begin{cases}x^3-y^3=218\\x^2+xy+y^2=109\end{cases}$, դ. $\begin{cases}x^3+y^3=-217\\x+y=-7\end{cases}$:

579. ա. $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{2}\\\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{5}{4}\end{cases}$, բ. $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3}\\x^2+y^2=16\end{cases}$:

580. ա. $\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\dfrac{a}{b}\\xy=(a^2-b^2)^2\end{cases}$, բ. $\begin{cases}x\left(1+\dfrac{x}{y}\right)=a\\y\left(1+\dfrac{y}{x}\right)=b\end{cases}$:

581. ա. $\begin{cases}xy-\dfrac{x}{y}=a\\xy-\dfrac{y}{x}=\dfrac{1}{a}\end{cases}$, բ. $\begin{cases}\dfrac{x^2}{y}+xy=a^2\\\dfrac{y^3}{x}+xy=b^2\end{cases}$:

582. Երկու թվերի գումարը 20 է, իսկ արտադրյալը՝ 99: Գտեք այդ թվերը:

583. Երկու թվերի միջին թվաբանականը 17 է, իսկ միջին թվաբանականի և միջին երկրաչափականի տարբերությունը՝ 2: Գտեք այդ թվերը:

584. Հայրը և որդին անցան 240 մ, ընդ որում հայրն արեց 100 քայլ պակաս, քան որդին: Գտեք նրանցից յուրաքանչյուրի քայլի երկարությունը, եթե հոր քայլը որդու քայլից երկար է 20 սմ-ով:

585. 4 օր համատեղ աշխատելով՝ երկու տրակտոր վարեցին դաշտի $2/3$ մասը: Քանի՞ օրում կարող է ամբողջ դաշտը վարել յուրաքանչյուր տրակտորը, եթե առաջինը դա կարող է անել 5 օր ավելի շուտ, քան երկրորդը:

586. Երկու բանվոր, առաջադրանքը կատարելով միասին, կարող են այն ավարտել 12 օրում: Եթե սկզբում աշխատի նրանցից միայն մեկը, և ամբողջ աշխատանքի կեսը կատարելուց հետո նրան փոխարինի երկրորդը, ապա ամբողջ առաջադրանքը կկատարվի 25 օրում: Քանի՞ օրում կարող է ավարտել աշխատանքը բանվորներից յուրաքանչյուրը՝ աշխատելով առանձին:

587. Երկու ավտոմեքենա միաժամանակ դուրս եկան A վայրից և մեկնեցին 540 կմ հեռավորության վրա գտնվող B վայրը: Առաջին ավտոմեքենան, ունենալով երկրորդից 10 կմ/ժ ավելի մեծ արագություն, B վայրը հասավ նրանից 45 ր շուտ: Գտեք յուրաքանչյուր ավտոմեքենայի արագությունը:

588. Ավազանը լցնելու համար սկզբում բացեցին մի խողովակը և 2 ժ անց, առանց այն փակելու, բացեցին երկրորդը: Խողովակները 4 ժ մասին աշխատեցին, և ավազանը լցվեց: Միայն երկրորդ խողովակը կարող էր ավազանը լցնել $1{,}5$ անգամ ավելի արագ, քան միայն առաջինը: Քանի՞ ժամում կլցնի ավազանը խողովակներից յուրաքանչյուրը առանձին:

589. Ավտոբուսը 2 ժամում անցավ 10 կմ ավելի, քան բեռնատար ավտոմեքենան 3 ժամում: Եթե ավտոբուսի արագությունը փոքրացվի 25 տոկոսով, իսկ բեռնատարինը՝ 20 տոկոսով, ապա բեռնատարը 5 ժամում կանցնի 20 կմ ավելի, քան ավտոբուսը 3 ժամում: Գտեք յուրաքանչյուրի արագությունը:

590. Արույրի երկու կտորներ ունեին 30 կգ զանգված: Առաջին կտորը պարունակում է 5 կգ մաքուր պղինձ, իսկ երկրորդը՝ 4 կգ: Քանի՞ տոկոս պղինձ է պարունակում արույրի առաջին կտորը, եթե երկրորդը նրանից 15 տոկոսով ավելի է պարունակում:

591. Ավազանն ունի երկու ծորակ. առաջինով այն լցվում է, երկրորդով՝ դատարկվում: Եթե երկու ծորակը բացենք միաժամանակ, ապա լիքը ավազանը կդատարկվի 28 ժամում: Քանի՞ ժամում կդատարկվի լիքը ավազանը երկրորդ ծորակով, եթե հայտնի է, որ առաջին ծորակով դատարկ ավազանը լցվում է 9 ժամով ավելի ուշ, քան լիքը ավազանը դատարկվում է երկրորդով:

592. Ավազանն ունի երկու ծորակ. առաջինով այն լցվում է, երկրորդով՝ դատարկվում:

Ընդ որում առաջին ծորակով դատարկ ավազանը լցվում է 4 ժամով ավելի ուշ, քան լիքը ավազանը դատարկվում է երկրորդով: Երբ լցված էր ավազանի $1/5$ մասը, երկու ծորակներն էլ միացրին, և այն դատարկվեց 7 ժամում: Քանի՞ ժամում կլցնի ավազանը առաջին ծորակը, և քանի՞ ժամում կդատարկի երկրորդ ծորակը:

593. Երկու մեքենագրուհի, համատեղ աշխատելով, ամբողջ ձեռագիրը տպելու համար ծախսում են 1 ժամ ավելի, քան առաջին մեքենագրուհին ձեռագրի կեսը տպելու համար, և մեկ ժամ ավելի, քան երկրորդը՝ ձեռագրի $1/3$-ը տպելու համար: Քանի՞ ժամում կտպի ձեռագիրը մեքենագրուհիներից յուրաքանչյուրը:

594. Դահլիճի շարքերի թիվը 5-ով ավելի է յուրաքանչյուր շարքում եղած տեղերի թվից: Երբ յուրաքանչյուր շարքում տեղերի թիվը մեծացրին 5-ով և ավելացրին ևս 4 շարք, դահլիճում եղավ 1020 տեղ: Սկզբում քանի՞ տեղ կար դահլիճում:

595. Ուղղանկյունաձև հողամասը ցանկապատված է: Եթե հողամասից ուղղաձիգ ցանկապատով կտրենք այնպես, որ մնացած մասը լինի քառակուսի, ապա նրա մակերեսը կփոքրանա 400 քառ. մ-ով, իսկ ցանկապատի երկարությունը՝ 20 մ-ով: Որոշեք հողամասի սկզբնական չափսերը:

596. A և B վայրերից միաժամանակ միմյանց ընդառաջ մեկնեցին երկու հեծանվորդ: A-ից մեկնած հեծանվորդը B հասավ նրանց հանդիպումից 4 ժ անց, իսկ B-ից մեկնածը A հասավ հանդիպումից 9 ժ անց: Քանի՞ ժամ տևեց յուրաքանչյուր հեծանվորդի ուղևորությունը:

597. Երկու բանվոր միասին մի որոշ աշխատանք կատարում են a օրում: Եթե նրանցից մեկը երկու անգամ արագ, իսկ մյուսը երկու անգամ դանդաղ աշխատի, ապա աշխատանքը միասին կավարտեն $1{,}2a$ օրում: Քանի՞ օրում կավարտի աշխատանքը բանվորներից յուրաքանչյուրը:

598. Երկու բանվոր մի որոշ աշխատանք միասին կարող են կատարել 10 օրում: 7 օր միասին աշխատելուց հետո նրանցից մեկը տեղափոխվեց այլ աշխատանքի, իսկ աշխատանքն ավարտեց մյուս բանվորը՝ աշխատելով ևս 9 օր: Քանի՞ օրում կարող էր ամբողջ աշխատանքը կատարել յուրաքանչյուր բանվորը:

599. Երկու բանվոր մի որոշ աշխատանք միասին կարող են կատարել 6 օրում: Եթե նրանցից առաջինը աշխատի 2 անգամ դանդաղ, ապա ամբողջ աշխատանքը միասին կվերջացնեն 9 օրում: Քանի՞ օրում կարող էր ամբողջ աշխատանքը կատարել յուրաքանչյուր բանվորը:

600. Սայլի առջևի անիվը 80 մ-ի վրա անում է 4 պտույտ ավելի, քան հետևի անիվը: Եթե առջևի անիվի շրջանակագծի երկարությունը մեծացվի իր երկարության $1/4$-ի չափով, իսկ հետևի անիվինը՝ 3 մետրով, ապա այդ նույն հեռավորության վրա առջևի անիվը կանի 6 պտույտ ավելի, քան հետևի անիվը: Գտնել առջևի և հետևի անիվների շրջանագծերի երկարությունները:

601. Երկու վազորդ 50 մ երկարությամբ վազքուղով մեկնարկ վերցրին 1 վ տարբերությամբ: Երկրորդը մեկնարկված վազորդը առաջինին հասավ մեկնարկի գծից 10 մ

հեռավորության վրա, վազեց մինչև վերջնագիծ և հետ վերադարձավ նույն արագությամբ: Վերջնագծից ի՞նչ հեռավորության վրա նա հանդիպեց առաջին վազորդին, եթե հայտնի է, որ այդ հանդիպումը տեղի ունեցավ առաջին վազորդի մեկնարկից 10 վ անց:

602. 100 մ երկարությամբ շրջանագծով հավասարաչափ և միևնույն ուղղությամբ շարժվում են երկու կետեր: Նրանցից մեկը մի լրիվ պտույտը կատարում է մյուսից 5 վ-ով ավելի շուտ: Ընդ որում նրանք հանդիպում են յուրաքանչյուր 1 րոպե 40 վայրկյանը մեկ: Որոշել շարժվող կետերի արագությունները:

603. Երկու ավանդատու բանկ ներդրեցին հավասար քանակությամբ գումար: Նրանցից առաջինը m ամիս հետո ետ վերցրեց գումարը, որը կազմեց p դրամ, իսկ երկրորդը՝ n ամիս հետո, որը կազմեց q դրամ: Որոշեք, թե որքա՞ն գումար ներդրեց նրանցից յուրաքանչյուրը, և քանի՞ տոկոս է վճարում բանկը յուրաքանչյուր ամսվա համար, եթե հայտնի է, որ յուրաքանչյուր ամիս բանկը վճարում է ավանդատուին սկզբնական գումարի հաստատուն տոկոսի չափով:

604. Երեք պարկերում կա ալյուր: Երրորդ պարկում եղած ալյուրի քանակությունը կազմում է առաջին երկուսում եղածի 25 տոկոսը: Եթե առաջին պարկից հանենք 5 կգ, երկրորդից՝ 15 կգ և լցնենք երրորդի մեջ, ապա երրորդում ալյուրի քանակությունը կդառնա այնքան, ինչքան կլինա առաջինում և երկրորդում միասին: Իսկ եթե երրորդ պարկում եղած ալյուրը հավասարապես բաշխենք առաջին և երկրորդի միջև, ապա նրանցում ստացված քանակությունները կհարաբերվեն ինչպես $3/4$: Որքան ալյուր կա պարկերից յուրաքանչյուրում:

606. Կարելի՞ է գտնել m և n այնպիսի թվեր, որոնց համար $7m^2-5n^2=2000$:

606. Ապացուցեք, որ եթե n-ը բնական թիվ է, ապա 10^n+65 թիվը առանց մնացորդի կբաժանվի 15-ի:

607. Երեք ուղիղներով հաստատուն արագություններով շարժվում են երեք կետեր: Սկզբնական պահին նրանք չէին գտնվում մի ուղղի վրա: Կարո՞ղ են նրանք հայտնվել մի ուղղի վրա երկու անգամից ավելի:

608. Մեկ շրջանով անցկացվող շախմատային մրցաշարին մասնակցում են 30 հոգի; Ապացուցեք, որ մրցաշարի ավարտին կգտնվեն երկու հոգի, որոնց ոչ-ոքի ավարտած պարտիաների թվերը նույնն են:

609. Շարժասանդուխքով շարժվելով 24 վայրկյանում մարդը իջավ մետրո, ինչը նա կաներ 42 վայրկյանում, եթե շարժասանդուղքը չաշխատեր: Քանի՞ վայրկյանում մարդը կիջներ մետրո կանգնելով սարժասանդուղքի վրա:

§14 ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ

1. Պատմական տեղեկություններ: Հավասարումների համակարգերի լուծման խնդիրը դիտարկվել է շատ վաղուց: Դեռևս բաբելոնացիները, ուսումնասիրելով քառակուսու մակերեսի հետ կապված խնդիրներ, հանգել են հավասարումների համակարգի լուծման: Ահա նրանց դիտարկած խնդիրներից մեկը: Երկու քառակուսիների մակերեսները գումարելով ես ստացա $25\frac{5}{12}$: Այդ քառակուսիներից մեկի կողմը կստացվի, եթե մյուսի $\frac{2}{3}$-ին ավելացնենք 5: Գտիր քառակուսիների կողմերը:

II դարի հույն մաթեմատիկա Դիոֆանտը նույնպես դիտարկել է հավասարումների համակարգեր: Ահա նրա «Թվաբանություն» գրքից նման օրինակներ.

$$\begin{cases} x = 3y \\ x^2 + y^2 = 5(x+y), \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3y \\ 6x = y^2, \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 20 \\ x^2 + y^2 = 208, \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 20 \\ x^2 - y^2 = 80 : \end{cases}$$

Բերենք հավասարումների համակարգերի պատմական գրքերից այլ օրինակներ.

«Ալջեբրա», Ալ-Խորեզմ (7-8-րդ դարեր).

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 21, \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 10 \\ x^2 + y^2 = 40, \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 10 \\ y^2 = 81x, \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 10 \\ x^2 = 4xy : \end{cases}$$

«Աբակա գիրք», Լեոնարդ Պիզայեցի (Ֆիբոնաչի) (11-12-րդ դարեր).

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ \left(\frac{x}{y} + 10\right)\left(\frac{y}{x} + 10\right) = 122\frac{2}{3}, \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 2 \\ xy + y = 2, \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 2 \\ xy - y = 42, \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 10 \\ \frac{x}{y}(x - y) = 24: \end{cases}$$

2. Նիլս Հենրիկ Աբել: Նիլս Հենիկ Աբելը ծնվել է 1802 թվականին Նորվեգիայի Ֆինգե բնակավայրում, պաստորի աղքատ ընտանիքում: Պահպանվել է նրա մաթեմատիկայի ուսուցչի կարծիքը դպրոցի աշակերտ Աբելի մասին. «Այդ երեխան մեծ կրքոտությամբ էր զբաղվում մաթեմատիկայով և կարճ ժամանակում հասավ միայն հանճարին հատուկ հաջողությունների»: 1820 թվականին, հոր մահից հետո նա միայն իր ընդունակություններին և դրանցով հիացած պրոֆեսորներին, որոնք ֆինանսավորեցին համալսարանում նրա ուսումը: Սակայն ժամանակի նորվեգական համալսարանները հեռու էին նրա սիրելի գիտությունից, և Աբելը իր մաթեմատիկական կրթությունը ստանում էր ինքնուրույն զբաղմունքով: Այդ ժամանակներում եվրոպական մաթեմատիկոսների միտքը զբաղեցնող հիմնական պրոբլեմը հինգերորդ աստիճանի բազմանդամի արմատները հաշվելու բանաձևը գտնելու հարցն էր: Բանն այն է, որ երկրորդ աստիճանի բազմանդամների արմատները հաշվելու բանաձևը գտնված էր շատ վաղուց, իսկ

երրորդ և չորրորդ աստիճանի բազմանդամների արմատները հաշվելու բանաձևը դեռ երեք դար առաջ գտել էին իտալացիները: Եվ երեք դար շարունակ խոշորագույն մաթեմատիկոսները աշխատում էին հինգերորդ աստիճանի բազմանդամի արմատները հաշվելու բանաձևը գտնելու խնդրի վրա: Եվ ահա, հակառակ սպասվածի, 1824 թվականին ուսանող Նիլս Աբելը հրատարակեց մի գրքույկ, որտեղ ապացուցվում էր, որ չորսից բարձր աստիճանի բազմանդամի արմատները գտնելու ընդհանուր բանաձև գոյություն չունի: Ավելին, նա ցույց տվեց, որ կան բազմանդամներ, որոնց համար նման բանաձև կարելի է գտնել: Համապատասխան օբյեկտները հետագայում կոչվեցին Աբելի անունով (աբելյան հավասարումներ, աբելյան խմբեր): Սակայն հանճարներին դժվար է հասկանալ: Եվ Աբելի աշխատանքների նկատմամբ լռություն պահպանեց թե Գաուսը, որին Աբելը ներկայացրել էր իր աշխատանքը, թե ֆրանսիական խոշորագույն մաթեմատիկոսները, որոնց հետ շփվելու հույս ուներ նա Փարիզ տեղափոխվելուց հետո: Բոլորը լռություն պահպանեցին: Իսկ կարիքը և առողջությունը քայքայում էին երիտասարդ հանճարին: Եվ միայն նրա մահից (1829 թ.) հետո գիտնականները պիտի խոստովանեին, որ նա «այն հազվագյուտ մարդկանցից է, որոնց բնությունը սեղծում է հարյուր տարին մեկ անգամ»:

3. Լրացուցիչ վարժություններ:

610. $(2,\ 0)$, $(0,\ 2)$, $(2,\ 1)$, $(1,\ 0)$, $(-2,\ 1)$ թվազույգերից որո՞նք են հավասարման լուծում.

ա. $x+y=3$, բ. $x-y=1$, գ. $x^2+y=2$

դ. $x-y^2=-3$, ե. $x^2+4y=8$, զ. $x^3-3x^2+3y=y+1$:

611. Գտեք հավասարման որևէ լուծում.

ա. $x^2+y^2=25$, բ. $x^2+y^2=0$, գ. $xy=10$,

դ. $x^2+2xy+y^2=4$, ե. $x^2-2xy+y^2=4$, զ. $x^2+y^2+z^2=1$:

612. Գտեք հավասարման լուծում, որը բաղկացած է ամբողջ թվերից.

ա. $x^2+y^2=25$, բ. $x^2-y^2=6$, գ. $2xy=1$, դ. $x^2y^2=16$, ե. $x^2-y=48$, զ. $x+y^2=50$:

613. Կոորդինատային հարթության վրա ի՞նչ պատկեր է հավասարման գրաֆիկը.

ա. $x=1$, բ. $y=2$, գ. $x=y+1$,

դ. $x+2y=1$, ե. $x-2y=2$, զ. $2x+3y=4$:

614. Կառուցեք ուղիղ, որի հավասարումն է.

ա. $x+y=4$, բ. $x-y=2$, գ. $x+y+3=0$,

դ. $3x-6=y$, ե. $2x+y=10$, զ. $3x-4y=12$:

615. Կառուցեք հավասարման գրաֆիկը և պարզեք, թե արդյո՞ք այն անցնում է տրված կետերով.

ա. $7x+3y-21=0$, $(3,0)$ և $(0,3)$,

բ. $4x+10y-1=0$, $(4,-1)$ և $(3,-1)$:

616. Գտեք $2x-3y+3=0$ ուղղի այն կետի օրդինատը, որի աբսցիսն է.

ա. 0, բ. 2, գ. -1, դ. 15:

617. Գտեք $4x-7y-8=0$ ուղղի այն կետի աբսցիսը, որի օրդինատն է.

ա. 0, բ. 3, գ. 8, դ. -16:

618. Գծեք հավասարման գրաֆիկը.

ա. $x^2+y^2=0$, բ. $x^2+y^2=4$, գ. $x^2+y^2=16$, դ. $x^2+y^2=49$

619. Գծեք հավասարման գրաֆիկը.

ա. $(x-1)^2+(y-2)^2=4$, բ. $x^2+(y+2)^2=9$,

գ. $(x+2)^2+(y+3)^2=25$, դ. $(x-8)^2+(y-6)^2=64$:

620-621. Լուծեք հավասարումների համակարգը.

620. ա. $\begin{cases} x-y=9 \\ x+y=15 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 2x-y=10 \\ 2x+y=6 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x+2y=-25 \\ 3x+2y=-5 \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} 4-v=100 \\ u+v=140 \end{cases}$, ե. $\begin{cases} u+3v=18 \\ 2u-3v=3 \end{cases}$, զ. $\begin{cases} 3u+8v=2 \\ -3u-4v=5 \end{cases}$:

621. ա. $\begin{cases} \dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{3}=1 \\ \dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{2}=15 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} \dfrac{2y}{5}-\dfrac{z}{2}=14 \\ \dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{8}=7 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{2}=2 \\ -\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=\dfrac{2}{3} \end{cases}$,

դ. $\begin{cases} \dfrac{3x}{2}+\dfrac{2y}{3}=6 \\ \dfrac{3x}{4}+\dfrac{y}{3}=12 \end{cases}$, ե. $\begin{cases} \dfrac{1}{3}(u-v)=5 \\ \dfrac{1}{5}(u+v)=2 \end{cases}$, զ. $\begin{cases} \dfrac{2}{3}(u+v)=\dfrac{4}{3} \\ \dfrac{3}{4}(u-v)=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$։

622. b-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը ունի միակ լուծում.

ա. $\begin{cases} x-2y=4 \\ x+by=1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} bx+y=1 \\ x-8y=2 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 2x-2by=1 \\ x-4y=2 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x+by=10 \\ bx+y=3 \end{cases}$։

623. b-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը լուծում չունի.

ա. $\begin{cases} 4u+bv=1 \\ 2u-7v=3 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 3u-4v=7 \\ bu+8v=25 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} 2bu-3bv=8 \\ u+6v=11 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} u-11v=12 \\ 3bu-33v=1 \end{cases}$։

624. b-ի ի՞նչ արժեքների դեպքում համակարգը ունի անվերջ բազմությամբ լուծումներ.

ա. $\begin{cases} x+2y=b \\ 2x+4y=1 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x-y=b \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x+by=4 \\ 2y+y=8 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} bx+3y=8 \\ 7x+6y=16 \end{cases}$։

625-630. Լուծեք հավասարումների համակարգը.

625. ա. $\begin{cases} x^2-y^2=0 \\ x+y=0 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x^2-y^2=0 \\ x-y=0 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} x+y=15 \\ xy=-5 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x-y=2 \\ xy=-13 \end{cases}$։

626. ա. $\begin{cases} x+y=7 \\ x^2+xy+y^2=43 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x^2-y^2+23=0 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x+y=3 \\ x^2-y^2-4xy+11=0 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2+xy+x+y=2 \end{cases}$։

627. ա. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=2 \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}=7 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} \dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=5 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=1 \end{cases}$, գ. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{3}{y}=1 \\ \dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{y}=1 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=10 \\ \dfrac{1}{2x}-\dfrac{1}{2y}=1 \end{cases}$։

628. ա. $\begin{cases} x+y=1 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=-\dfrac{1}{6} \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x+y=5 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{5}{6} \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x-y=1 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=-\dfrac{1}{12} \end{cases}$, դ. $\begin{cases} 3x+y=3 \\ -\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{y}=-8 \end{cases}$։

629. ա. $\begin{cases} xy=-2 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=2\dfrac{1}{6} \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x+y+xy=11 \\ x+y-xy=1 \end{cases}$, դ. $\begin{cases} \dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}=\dfrac{5}{6} \\ x^2-y^2=5 \end{cases}$։

630. ա. $\begin{cases} x+y=2 \\ x+z=3 \\ y+x=2 \end{cases}$, բ. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x-y+z=1 \\ x-y-z=9 \end{cases}$,

գ. $\begin{cases} x-y=3y \\ x-z=5 \\ z-2y=y \end{cases}$, դ. $\begin{cases} x-y=10 \\ x+y-z=18 \\ y-z=6 \end{cases}$։

631. Երկու մեքենագրուհիները միասին աշխատելով կարող են ձեռագիրը մեքենագրել 12 ժամում։ Նրանցից յուրաքանչյուրը քանի՞ ժամում կարող է մեքենագրել ձեռագիրը, եթե մեկը մյուսից երկու անգամ արագ է մեքենագրում։

632. Երբ վարպետը աշխատեց 2 ժ, իսկ աշակերտը՝ 5 ժ, պարզվեց, որ նրանք կատարել են ամբողջ աշխատանքի 2/7 մասը։ Միասին աշխատելով ևս 5 ժամ, նրանց մնաց կատարելու աշխատանքի 3/14 մասը։ Քանի՞ ժամում կկատարեր ողջ աշխատանքը նրանցից յուրաքանչյուրը։

633. Բրիգադներից մեկը ճանապարհի մի հատվածը կարող է ասֆալտապատել 4 ժամով ավելի շատ, քան մյուսը: Քանի՞ ժամում կասֆալտապատի այդ հատվածը բրիգադներից յուրաքանչյուրը, եթե 48 ժամում միասին աշխատելով նրանք կասֆալտապատեն 10 այդպիսի ճանապարհահատված:

634. Առաջին փականագործը ամբողջ աշխատանքը կարող է կատարել 21 օր շուտ, քան երկրորդը, և 4 օր ուշ, քան կկատարեն երկուսը միասին: Քանի՞ օրում կկատարի աշխատանքը փականագործներից յուրաքանչյուրը:

635. Ջրավազանը առաջին խողովակով լցնելու համար պահանջվում է 9 ժամ ավելի ժամանակ, քան այն առաջին և երկրորդ խողովակներով լցնելու համար, և 7 ժամ ավելի քիչ ժամանակ, քան միայն երկրորդ խողովակով լցնելու համար: Քանի՞ ժամում կլցվի ջրավազանը երկու խողովակներով:

636. Առաջին ծորակը ավազանը լցնում է 5 ժամում: Երբ սկզբում 2 ժ բացեցին առաջին ծորակը և ավազանի մնացած մասը լցրերցին միայն երկրորդ ծորակով, ապա պարզվեց, որ ավազանի առաջին կեսը երկրորդ կեսից 1 ժամով պակաս ժամանակում է լցվել: Քանի՞ ժամում կլցնի ավազանը ծորակներից յուրաքանչյուրը:

637. Արույրի երկու կտորներ ունեն 30 կգ զանգված: Առաջին կտորը պարունակում է 5 կգ մաքուր պղինձ, իսկ երկրորդը՝ 4 կգ: Քանի՞ տոկոս պղինձ է պարունակում արույրի առաջին կտորը, եթե երկրորդում պղնձի պարունակության տոկոսը 15-ով ավելի է, քան առաջինում:

638. Պղնձի և ցինկի երկու տեսակի համաձուլվածքներից առաջինում մետաղների կշիռներն իրար հարաբերում են ինչպես 1:4, իսկ երկրորդում՝ 2:3: Որքա՞ն պետք է վերցնել յուրաքանչյուր համաձուլվածքից, որպեսզի ստացվի 10 կգ նոր համաձուլվածք, որում մետաղների կշիռների հարաբերությունը լինի 1:3:

639. Գնացքը պետք է անցնել 840 կմ: Ճանապարհի առաջին կեսը նախատեսված արագությամբ անցնելուց հետո նա հարկադրված կես ժամ կանգ առավ: Ժամանակին տեղ հասնելու համար ճանապարհի երկրորդ կեսը այն անցավ նախատեսվածից 2 կմ/ժ-ով ավելի մեծ արագությամբ: Որոշեք գնացքի սկզբնական արագությունը:

640. A-ից B վայր 400 կմ ճանապարհը գնացքն անցավ որոշ արագությամբ: B-ից A հետդարձի ճանապարհի 2/5 մասը անցավ նույն արագությամբ, իսկ այնուհետև արագությունը իջեցրեց 20 կմ/ժ-ով: Գտեք գնացքի արագությունը ճանապարհի վերջին մասում, եթե ամբողջ ուղևորությունը տևել է 11 ժ:

ԳԼՈՒԽ 12

§15 ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

1. Առնչություն: Ձեզանից յուրաքանչյուրը ամեն օր գնում է դպրոց, մտնում է դասասենյակ, նստում է իր նստարանին, մասնակցում է դասերին: Բոլոր այս իրադրություններում՝ գնալով, մտնելով, մասնակցելով, դուք փոխհարաբերության մեջ եք մտնում ինչ-որ առարկաների հետ: Դուք կարող եք փոխհարաբերության մեջ մտնել մարդկանց հետ. հանդիպել ձեր ընկերոջը, լսել ուսուցչին, սիրել որևէ մեկին: Իրար հետ կարող են փոխհարաբերության մեջ մտնել առարկաները. գիրքը կարող է լինել գրասեղանի վրա, ծաղիկը դրված լինել ծաղկամանի մեջ, խնձորը կախված լինել ծառից: Բոլոր այս իրադրությունները հանրահաշվի լեզվով նկարագրելիս նրանցում մասնակցող առարկաների կամ տարրերի փոխհարաբերությունը նշելու համար մենք կօգտագործենք «առնչվել» բայը: Մենք կասենք. աշակերտը առնչվում է ուսուցչի հետ, գիրքը առնչվում է գրասեղանի հետ, խնձորը առնչվում է ծառի հետ:

Բերենք «առնչվել» բայի գործածության ևս մի քանի օրինակ:

ա. Յուրաքանչյուր աշակերտ առնչվում է իր դասագրքի հետ, երբ սովորում է դասը:

բ. Յուրաքանչյուր աշակերտ առնչվում է իր դպրոցի հետ:

գ. Յուրաքանչյուր աշակերտ առնչվում է իր ուսուցչի հետ:

դ. Յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է մի բնական թվի հետ, որը ցույց է տալիս այդ մարդու ծննդյան տարեթիվը:

ե. Յուրաքանչյուր մարդու տարիքը ցույց տվող թիվը առնչվում է այդ մարդու հետ:

զ. Յուրաքանչյուր մեծություն առնչվում է մի իրական թվի՝ իր թվային արժեքի հետ:

է. Քաղաքի յուրաքանչյուր փողոց առնչվում է տվյալ քաղաքի հետ:

Իրար հետ առնչվում են նաև մեծությունները՝ մեծությունների համեմատման ընթացքում: Մեծությունների համեմատման ընթացքը մենք անվանել ենք համեմատականություն: Տարրերի առնչման ընթացքը անվանենք առնչություն: Այսպիսով՝ առնչութուն է, մասնավորապես, յուրաքանչյուր համեմատականությունը:

Հանգամանորեն դիտարկենք հետևյալ երկու առնչությունները:

ա. Յուրաքանչյուր մարդու առնչությունը իր ծննդյան տարեթվի հետ:

բ. Յուրաքանչյուր տարեթվի առնչությունը այն մարդու հետ, որը ծնվել է այդ տարեթվին:

Թեպետ և այս առնչություններն ունեն արտաքին նմանություն, բայց նրանց մեջ կա մի սկզբունքային տարբերություն: Ո՞րն է այն:

Քննարկենք ա առնչությունը: Դիցուք՝ *a* մարդը ծնվել է *b* թվականին: Այս *a* մարդը առնչվում է *b* տարեթվի հետ և այլ տարեթվի հետ նույն իմաստով չի կարող առնչվել, քանի որ յուրաքանչյուր մարդ ծնվում է միայն մեկ անգամ:

Քննարկենք երկրորդ առնչությունը: Դիցուք՝ *b* թվականին ծնվել է *a* մարդը: Այս *b* տարեթիվը առնչվում է *a* մարդու հետ: Բայց նույն *b* տարեթվին կարող է ծնված լինել նաև մի այլ՝ *c* մարդ, և *b*-ն կառնչվի նաև այդ *c* մարդու հետ: Օրինակ՝ 1869 թվականը առնչվում է և՛ Կոմիտասի հետ, և՛ Հովհաննես Թումանյանի հետ, որովհետև երկուսն էլ ծնվել են այդ թվականին:

2. Ֆունկցիա: Ավելի կարևոր են այն առնչությունները, որոնցում դիտարկվող յուրաքանչյուր տարր առնչվում է միայն մեկ տարրի հետ: Այդպիսի առնչությունները անվանվում են ***ֆունկցիաներ:***

Բերենք ֆունկցիաների մի շարք օրինակներ և ժխտօրինակներ:

ա. Դիցուք՝ յուրաքանչյուր փողոց առնչվում է այն քաղաքի հետ, որում գտնվում է: Քանի որ յուրաքանչյուր փողոց գտնվում է միայն մեկ քաղաքում, ապա ստացված առնչությունը ֆունկցիա է: Դիցուք՝ յուրաքանչյուր քաղաք առնչվում է այդ քաղաքի փողոցի հետ: Ստացված առնչությունը ֆունկցիա չէ, որովհետև միևնույն քաղաքը կունենա շատ փողոցներ և կառնչվի մեկից ավելի փողոցների հետ:

բ. Յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է երկարության քանակության հետ, երբ նշվում է նրա հասակը: Քանի որ մարդու հասակը տվյալ պահին մեկն է, ապա յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է երկարության մեկ քանակության հետ: Հետևաբար՝ առնչությունը ֆունկցիա է:

գ. Յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է զանգվածի քանակության հետ, երբ նշվում է նրա քաշը: Քանի որ մարդու քաշը տվյալ պահին մեկն է, ապա յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է զանգվածի մեկ քանակության հետ: Հետևաբար՝ առնչությունը ֆունկցիա է:

դ. Յուրաքանչյուր աշակերտ առնչվում է որևէ թվանշանի հետ՝ ինչ-որ առարկայից տարեկան գնահատականներ ստանալիս: Առնչությունը ֆունկցիա է: Իսկ երբ նշվում է տվյալ առարկայի առաջադիմությունը, ապա յուրաքանչյուր գնահատական առնչվում է որևէ աշակերտի հետ: Միևնույն գնահատականը կարող են ունենալ տարբեր աշակերտներ: Հետևաբար՝ միևնույն գնահատականը կարող է առնչվել մեկից ավելի աշակերտների հետ: Ուրեմն՝ առնչությունը ֆունկցիա չէ:

ե. Յուրաքանչյուր մարդ առնչվում է ինչ-որ քաղաքի հետ, երբ նշվում է այն քաղաքը, որտեղ երբևէ եղել է տվյալ մարդը: Առնչությունը ֆունկցիա չէ, որովհետև կան մարդիկ, որոնք եղել են բազմաթիվ քաղաքներում:

գ. Դահլիճի յուրաքանչյուր հանդիսական առնչվում է մի նստատեղի հետ, երբ դիտարկվում է դահլիճի զբաղվածությունը ինչ-որ միջոցառման ընթացքում: Առնչությունը ֆունկցիա է:

է. Երբ ասում ենք, թե կինոդահլիճում նստած յուրաքանչյուր հանդիսական պետք է լավ տեսնի էկրանը, առնչում ենք կինոդահլիճը յուրաքանչյուր հանդիսականի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա չէ: Կինոդահլիճի յուրաքանչյուր նստատեղ առնչում են մուտքի մեկ տոմսի հետ՝ որևէ ֆիլմի ցուցադրումից առաջ: Այդ առնչությունը ֆունկցիա է:

ը. Յուրաքանչյուր սենյակ առնչվում է մակերեսի քանակության հետ, երբ որոշվում է տվյալ սենյակի տարածքը: Առնչությունը ֆունկցիա է:

թ. Յուրաքանչյուր ճանապարհ առնչվում է երկարության քանակության հետ, երբ նշվում է ճանապարհի երկարությունը: Առնչությունը ֆունկցիա է:

ժ. Յուրաքանչյուր ապրանք առնչվում է դրամի քանակության հետ, երբ որոշվում է նրա արժեքը: Առնչությունը ֆունկցիա է:

ի. Յուրաքանչյուր արկղ առնչվում է ծավալի քանակության հետ, երբ որոշվում է նրա տարողությունը: Առնչությունը ֆունկցիա է:

լ. Յուրաքանչյուր երկիր առնչվում է իր հարևան երկրի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա չէ:

Դիտարկենք մի քանի թվային օրինակներ և ժխտօրինակներ:

ա. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է, որովհետև այդ կերպ յուրաքանչյուր թիվ առնչվում է միայն մեկ թվի հետ:

բ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր $-x$ հակադիրի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է, որովհետև թվի հակադիրը միակն է:

գ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր $1/x$ հակադարձի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է:

դ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր $|x|$ մոդուլի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է:

ե. Յուրաքանչյուր x իրական թվի $|x|$ մոդուլը առնչենք այդ x թվի հետ: 2 թիվը, օրինակ, 2 և -2 թվերի մոդուլն է: Հետևաբար՝ 2-ը միաժամանակ առնչվում է 2 և -2 թվերի հետ: Այսինքն՝ 2-ը միաժամանակ առնչվում է մեկից ավելի թվերի հետ: Ուրեմն՝ առնչությունը ֆունկցիա չէ:

գ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր քառակուսու հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է:

է. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր խորանարդի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է:

ը. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր քառակուսի արմատի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է: Իսկ եթե յուրաքանչյուր թիվ առնչենք այն թվի հետ, որի քառակուսին հավասար է տրված թվին, ապա այդ առնչությունը ֆունկցիա չէ:

թ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր խորանարդ արմատի հետ: Առնչությունը ֆունկցիա է:

3. Ֆունկցիայի գրառումը: Յուրաքանչյուր ֆունկցիա հանրահաշվի ուսումնասիրության առարկա է, և նրա նշանակման համար, հանրահաշվում ընդունված սովորությամբ, կարելի է գործածել որևէ տառ կամ նշան: Սովորաբար, ֆունկցիաները նշանակելու համար գործածվում են լատինական կամ հունական այբուբենների միջին տառերը՝ ϕ, φ, f, g,...

Գոյություն ունեն, սակայն, ֆունկցիայի գրառման այնպիսի ձևեր, որոնք ավելի շատ տեղեկություններ են պարունակում տվյալ ֆունկցիայի մասին, քան նրա անվանումն է կամ որևէ տառով կամ նշանի միջոցով գրառումը:

Համեմատականությունները գրառելիս, օրինակ, մենք օգտագործեցինք սլաքները: Նման գործածության առավելությունը ակներև է. $a \to b$ նշանակումը ցույց է տալիս նաև համեմատականության համեմատական անդամները: Մինչդեռ համեմատականության որևէ տառով նշանակումը նման տեղեկություն չի պարունակում: Իհարկե՝ հասկանալի է, որ համեմատական անդամների միջոցով համեմատականությունը տալու համար մենք պետք է ունենանք նրա բոլոր համեմատական անդամները: Ասվածը կիրառվում է նաև ֆունկցիաների նշանակման դեպքում:

Օրինակներ:

ա. Դիցուք՝ f ֆունկցիան $1, -2, 3, -4$ թվերից յուրաքանչյուրը առնչում է իր նշանի՝ + կամ – տարրի հետ: Այդ ֆունկցիան կարելի է տալ $\{1, -2, 3, -4\}$ և $\{+, -\}$ բազմությունների տարրերի հետևյալ առնչությամբ.

$$1 \to +,\ -2 \to -,\ 3 \to +,\ -4 \to - :$$

բ. Դիցուք՝ g ֆունկցիան $1, 2, 3, 4$ թվերից յուրաքանչյուրը առնչում է իր զույգության հետ: Այդ ֆունկցիան կարելի է տալ $\{1, 2, 3, 4\}$ և {զույգ, կենտ} բազմությունների տարրերի հետևյալ առնչությամբ.

$$1 \to \text{ կենտ, } 2 \to \text{ զույգ, } 3 \to \text{ կենտ, } 4 \to \text{ զույգ:}$$

գ. Յուրաքանչյուր աշխարհամաս առնչենք նրա տարածքի հետ: Այդ առնչությունը ֆունկցիա է, որի մեջ առնչվող տարրերն են.

Եվրոպա $\to 10{,}2$ մլն. քառ. կմ,

Ասիա $\to 44{,}4$ մլն. քառ. կմ,

Ամերիկա $\to 42{,}1$ մլն. քառ. կմ,

Աֆրիկա $\to 29{,}9$ մլն. քառ. կմ,

Ավստրալիա $\to 8{,}9$ մլն. քառ. կմ:

Անտարկտիդա $\to 13{,}9$ մլն. քառ. կմ:

Տառերով նշանակված ֆունկցիաների համար նույնպես մենք կարող ենք պատկերել առնչվող տարրերը: Եթե ունենք f ֆունկցիան, ապա այն տարրը, որի հետ առնչվում է x տարրը, կգրառենք $f(x)$ տեսքով: Այստեղ $f(x)$ ամենևին չի նշանակում f-ի և x-ի արտադրյալը. f-ը և x-ը իրար հետ հնարավոր էլ չէ բազմապատկել: Ուղղակի՝ $f(x)$ նշանով գրառվում է f ֆունկցիայի ընթացքում x տարրի հետ առնչվող միակ տարրը: Այստեղ x-ը և $f(x)$-ը առնչվող տարրերն են: Այսինքն՝ $x \to f(x)$: Այսպիսով՝ եթե f ֆունկցիայի ընթացքում x տարրի հետ առնչվող միակ տարրը նշանակենք y-ով, ապա կունենանք

$$y = f(x)$$

հավասարումը:

Օրինակներ.

ա. Նշանակենք $f(x)$-ով x մարդու տարիքը: Այստեղ f-ը ֆունկցիան է, որը առնչում է յուրաքանչյուր x մարդուն նրա $f(x)$ տարիքի հետ: Եթե, ասենք, Հայկը 5 տարեկան է, ապա մենք կգործածենք ձեզ համար անսովոր մի հավասարություն՝

f (Հայկ) = 5 տարի:

Հասկանու՞մ եք, որ « f (Հայկ) = 5 տարի» հավասարությունը «Հայկը 5 տարեկան է» նախադասության մի այլ գրառումն է:

բ. Նշանակենք $g(x)$-ով x մարդու հասակը: Այստեղ g-ն ֆունկցիան է, որը առնչում է յուրաքանչյուր x մարդուն նրա $g(x)$ հասակի հետ: Եթե, ասենք, Տիրայրի հասակը 150 սմ է, ապա մենք ստանում ենք ձեզ համար անսովոր մի այլ հավասարություն՝

$$g\ (\text{Տիրայր}) = 150\ \text{սմ}:$$

Այս հավասարությունն էլ «Տիրայրի հասակը 150 սմ է» նախադասության մի այլ գրառումն է:

գ. Նշանակենք $h(x)$ -ով x պետության տարածքը 1999 թվականին: Այդ դեպքում h -ը ֆունկցիա է, և առնչվող տարրերը կարող ենք գրել հետևյալ հավասարությունների միջոցով.

h (Հայաստանի Հանրապետություն) = 29740 քառ. կմ,

h (Ռուսաստան) = 17 075 400 քառ. կմ,

h (Ֆրանսիա) = 551 600 600 քառ. կմ,

h (ԱՄՆ) = 9 363 200 քառ. կմ,

h (Չինաստան) = 9 597 000 քառ. կմ,

h (Գերմանիա) = 379 200 քառ. կմ:

դ. Այժմ $j(x)$ -ով նշանակենք x երկրի մայրաքաղաքը 1999 թվականին: Այդ դեպքում j -ն ֆունկցիա է, որի առնչվող տարրերը կարող ենք գրել հետևյալ հավասարությունների միջոցով.

j (Հայաստանի Հանրապետություն) = Երևան,

j (Ռուսաստան) = Մոսկվա,

j (Ֆրանսիա) = Փարիզ,

j (ԱՄՆ) = Վաշինգտոն,

j (Չինաստան) = Պեկին,

j (Գերմանիա) = Բեռլին:

Եթե տրված է f ֆունկցիան, ապա $y = f(x)$ բանաձևը կարելի է դիտել որպես հավասարում: Այդ դեպքում x -ը և y -ը կդիտվեն որպես փոփոխականներ: x փոփոխականի յուրաքանչյուր արժեքի համար $y = f(x)$ հավասարումը թույլ է տալիս գտնելու y փոփոխականի ճիշտ մեկ արժեք: Սա նկատի ունենալով՝ x փոփոխականը երբեմն անվանում ենք ***անկախ*** փոփոխական, իսկ y -ը՝ ***կախյալ*** փոփոխական: Անկախ փոփոխականը երբեմն անվանվում է նաև ֆունկցիայի ***արգումենտ***, իսկ կախյալ փոփոխականը՝ ֆունկցիա: Կախյալ փոփոխականի ընդունած արժեքները կոչվում են նաև ***ֆունկցիայի արժեքներ***:

1. Նշեք հայոց լեզվի բառեր, որոնք գործածվում են երկու առարկաների կամ տարրերի փոխհարաբերությունը նշելու համար:
2. Բերեք առարկաների առնչության օրինակներ:
3. Ինչպիսի՞ տարրեր են առնչվում իրար հետ մեծությունների համեմատման ընթացքում:
4. Ի՞նչ է առնչությունը:
5. Արդյո՞ք առնչություն է համեմատականությունը:
6. Ո՞ր առնչություններն ենք անվանում ֆունկցիա:
7. Ի՞նչ տառեր են սովորաբար գործածվում ֆունկցիաները նշանակելու համար:
8. Ի՞նչ առավելություն ունի սլաքների միջոցով համեմատականության գրառումը այն որևէ տառով նշանակելու նկատմամբ:
9. Դիցուք՝ f ֆունկցիան x տարրը առնչում է y տարրի հետ: Այդ դեպքում ինչպե՞ս է գրառվում y տարրը f և x տառերի միջոցով:
10. Ի՞նչ է անկախ փոփոխականը:
11. Ի՞նչ է կախյալ փոփոխականը:
12. Ի՞նչ է արգումենտը:
13. Ի՞նչ է ֆունկցիայի արժեքը:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

641. Նշեք այնպիսի համեմատում կամ առնչություն, որի ընթացքում համեմատվում կամ առնչվում են.

ա. մեծությունները մեծությունների հետ,
բ. մեծությունները թվերի հետ,
գ. թվերը մեծությունների հետ,
դ. թվերը թվերի հետ,
ե. մարդիկ մեծությունների հետ,
զ. կենդանիները մեծությունների հետ,
է. թռչունները արագության հետ:

642. Նշեք այնպիսի առնչություն, որի ընթացքում.

ա. յուրաքանչյուր տարր առնչվում է մեկ տարրի հետ,
բ. յուրաքանչյուր տարր առնչվում է մեկից ավելի տարրերի հետ:

643. Ցույց տվեք, որ առնչությունը ֆունկցիա է, եթե նրա ընթացքում յուրաքանչյուր թիվ առնչվում է իր.

ա. հակադիրի հետ,
բ. մոդուլի հետ,
գ. քառակուսու հետ,
դ. խորանարդ արմատի հետ,

ե. իրենից 1 -ով մեծ թվի հետ, զ. քառակուսի արմատի հետ:

12. Ցույց տվեք, որ առնչությունը ֆունկցիա չէ, երբ յուրաքանչյուր թիվ առնչում ենք

ա. իրենից մեծ թվի հետ, բ. իրենից փոքր թվի հետ,

գ. իրենից 1-ով տարբերվող թվի հետ, դ. իրեն անհավասար թվի հետ:

644. Արդյո՞ք հետևյալ առնչությունը ֆունկցիա է: Հիմնավորեք պատասխանը: Իրական թվի առնչությունը

ա. իր կրկնապատիկի հետ, բ. իր հակադիրի եռապատիկի հետ,

գ. իր հակադիրի հակադարձի հետ, դ. իր մոդուլի հետ,

ե. իրենից 10 -ով մեծ թվի հետ, զ. իրենից 10 -ով տարբերվող թվի հետ,

է. իր զույգ աստիճանի արմատի հետ, ը. իր կենտ աստիճանի արմատի հետ,

թ. իր 1 տոկոսի հետ, ժ. իրենից երկու անգամ մեծ թվի հետ:

645. Դիցուք՝ ֆունկցիան $1, -2, 3, -4$ թվերը առնչում է իրենց նշանների հետ: Գրառեք այդ ֆունկցիան $\{1, -2, 3, -4\}$ և $\{+, -\}$ բազմությունների տարրերի առնչությամբ:

646. Դիցուք՝ ֆունկցիան $1, 2, 3, 4$ թվերը առնչում է իրենց զույգության հետ: Գրառեք այդ ֆունկցիան $\{1, 2, 3, 4\}$ և {զույգ, կենտ} բազմությունների տարրերի առնչությամբ:

647. Դիցուք՝ f ֆունկցիան x տարրը առնչում է y տարրի հետ: Այդ դեպքում հետևյալ դատողություններից ո՞րն է ճշմարիտ.

ա. $f(x)$ նշանակում է f -ը բազմապատկած x -ով,

բ. $f(x)$ նշանով գրառվում է f ֆունկցիայի ընթացքում x տարրի հետ առնչվող միակ տարրը,

գ. $f(x) = y$:

648. Դիցուք՝ f ֆունկցիան յուրաքանչյուր ամբողջ թիվ առնչում է իր նշանի հետ:

ա. Գտեք $f(2)$ -ը, $f(-2)$ -ը, $f(11)$ -ը, $f(-9)$ -ը:

բ. Գտեք այն x -երի բազմությունը, որոնց համար $f(x) = +$:

գ. Գտեք այն x -երի բազմությունը, որոնց համար $f(x) = -$:

դ. Ի՞նչ կարելի է ասել a և b ամբողջ թվերի մասին, եթե $f(a) = f(b)$:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

649. Արդյո՞ք ֆունկցիա է այն առնչությունը, որի ընթացքում յուրաքանչյուր մարդ

առնչվում է իր.

ա. տարիքի հետ,

բ. քաշի հետ,

գ. երկրի հետ,

դ. ծնողի հետ,

ե. պապի հետ,

զ. մոր հետ,

է. ընկերոջ հետ,

ը. տան հետ,

թ. ատամի հետ,

ժ. բերանի հետ,

ի. ոտքի հետ,

լ. անձնագրի հետ,

խ. անձն հաստատող փաստաթղթի հետ:

650. Արդյո՞ք ֆունկցիա է առնչությունը, երբ յուրաքանչյուր աշակերտ առնչվում է իր

ա. ուսուցչի հետ,

բ. դպրոցի հետ,

գ. դասղեկի հետ,

դ. ծնված օրվա հետ,

ե. ստացած գնահատականի հետ,

զ. լուսնի հետ,

է. նստարանի հետ, որի վրա նա նստում է,

ը. հարևանի հետ,

թ. բժշկի հետ, որին նա կարող է դիմել,

ժ. բարեկամի հետ,

ի. ազգականի հետ,

լ. դասագրքի հետ:

651. Արդյո՞ք առնչությունը ֆունկցիա է, եթե այն յուրաքանչյուր մարդու առնչում է իր.

ա. սիրած երգչի հետ,

բ. դպրոցի հետ,

գ. մայրենի լեզվի հետ,

դ. երկրի հետ:

652. Արդյո՞ք հետևյալ առնչությունը ֆունկցիա է: Հիմնավորեք պատասխանը:

ա. Մարդու առնչությունը նրա ծնված թվի հետ:

բ. Մարդու առնչությունը նրա հասակի հետ:

գ. Մարդու առնչությունը նրա քաշի հետ:

դ. Աշակերտի առնչությունը հանրահաշվից նրա տարեկան գնահատականի հետ:

ե. Գնահատականի առնչությունը որևէ դասի ընթացքում այդ գնահատականն ստացած աշակերտի հետ:

զ. Մարդու առնչությունը իր ծննդավայրի հետ:

է. Որևէ ներկայացման ընթացքում հանդիսատեսի առնչությունը իր նստատեղի հետ:

ը. Դահլիճի առնչությունը հանդիսատեսի հետ:

թ. Մարզադաշտի առնչությունը իր նստատեղերի թվի հետ:

ժ. Մարզադաշտի առնչությունը իր յուրաքանչյուր նստատեղի հետ:

ի. Ապրանքի առնչությունը նրա արժեքի հետ:

լ. Արկղի առնչությունը նրա տարողության հետ:

խ. Երկրի առնչությունը իր հարևան երկրի հետ:

653. Նշանակենք $f(x)$ -ով x մարդու տարիքը:

ա. Գտեք $f(x)$ -ը՝ ենթադրելով, որ x -ը ձեր ընտանիքի անդամներից յուրաքանչյուրն է:

բ. Ինչպե՞ս են կոչվում a և b մարդիկ, եթե $f(a) = f(b)$:

գ. Ի՞նչ կարելի է ասել a և b մարդկանց տարիքների մասին, եթե $f(a) < f(b)$:

դ. Գտեք f (Արամ Խաչատրյան) -ը:

ե. Ինչի՞ է հավասար $f(x)$ -ը, եթե x -ը ձեր մաթեմատիկայի ուսուցիչն է:

զ. Լուծեք հավասարումը՝ ենթադրելով, որ x -ը ձեր համադասարանցի է. $f(x) = 15$:

է. Լուծեք անհավասարումը՝ ենթադրելով, որ x -ը ձեր համադասարանցի է. $f(x) < 16$:

654. $\varphi(x)$ -ով նշանակենք x երկրի մայրաքաղաքը 2008 թվականին:

ա. Ցույց տվեք, որ φ -ն ֆունկցիա է:

բ. Ի՞նչ կարող է լինել x -ը և ի՞նչ՝ $\varphi(x)$ -ը:

գ. Լրացրեք աղյուսակը.

x	$\varphi(x)$
Ֆրանսիա	
Չինաստան	
Գերմանիա	

դ. Լուծեք հավասարումը. $\varphi(x)$ = Լոնդոն:

655. Նշանակենք $h(x)$ -ով x պետության տարածքը 2008 թվականին:

ա. Ցույց տվեք, որ h առնչությունը ֆունկցիա է:

բ. Լուծեք անհավասարումը. $h(x) > 9363000$ քառ. կմ:

գ. Լուծեք անհավասարումը. $h(x) > 1000000$ քառ. կմ:

դ. Լուծեք անհավասարումը՝ ենթադրելով, որ x -ը գտնվում է Եվրոպայում. $h(x) < 1000$ քառ. կմ:

ե. Լուծեք անհավասարումը՝ ենթադրելով, որ x -ը գտնվում է Եվրոպայում. $h(x) < h$ (Հայաստանի Հանրապետություն):

զ. Լուծեք անհավասարումը. $h(x) > h$ (Ավստրալիա):

է. Լուծեք անհավասարումը. $h(x) > h$ (Ռուսաստան):

656. Նշանակենք $f(x)$ -ով x մարդու հասակը:

ա. Ցույց տվեք, որ f առնչությունը ֆունկցիա է:

բ. f (Ոսկեհատ) = 155 սմ հավասարության մեջ ո՞րն է ֆունկցիայի արժեքը:

գ. Լուծեք անհավասարումը՝ ենթադրելով, որ x -ը ձեր համադասարանցի է. $h(x) > 155$ սմ:

դ. Ի՞նչ կարելի է ասել a -ի և b -ի մասին, եթե $f(a) < f(b)$:

ե. Ի՞նչ կարելի է ասել a -ի և b -ի մասին, եթե $f(a) > f(b)$:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

657. n նիշ ունեցող բոլոր թվերի մեջ 1 նիշը պարունակող թվե՞րն են շատ, թե՞ 1 նիշը չպարունակող թվերը:

658. Մեկ շրջանով անցկացվող շախմատային մրցաշարին մասնակցում են 30 հոգի; Ապացուցեք, որ մրցաշարի ավարտին կգտնվեն երկու հոգի, որոնց ոչ-ոքի ավարտած պարտիաների թվերը նույնն են:

659. Շարժասանդուխքով շարժվելով՝ 24 վայրկյանում մարդը իջավ մետրո, ինչը նա կաներ 42 վայրկյանում, եթե շարժասանդուղքը չաշխատեր: Քանի՞ վայրկյանում մարդը կիջներ մետրո կանգնելով շարժասանդուղքի վրա:

660. Եռանիշ թիվը բազմապատկելով նրա թվանշանների գումարով՝ ստացան 814: Գտեք այդ թիվը:

661. Կազմեք աղյուսակ, որի մեջ առնչվում են.

ա. դասարանի աշակերտները և նրանց հասակները,

բ. շախմատիստները և նրանց ռեյտինգները,

դ. քաղաքները և նրանց բնակչության թվերը:

ԿՐԿՆՈՒԹՅՈՒՆ

662. Ի՞նչ է երկու փոփոխականով հավասարման լուծումը:

663. Գտեք $x + y = y - 4$ հավասարման որևէ լուծում:

664. Առնչելով $2x+1 = 3y+3$ հավասարման որոշ լուծումների առաջին և երկրորդ բաղադրիչները՝ կազմեք չորս շարք պարունակող աղյուսակ:

665. Գծեք ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $y=1$, բ. $y=x$, գ. $y=-x$, դ. $y=x+1$:

§16 ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՊԱՏԿԵՐՈՒՄԸ

1. Աղյուսակներ և ֆունկցիաներ: Բացեք յուրաքանչյուր հանրագիտարան և դուք այնտեղ կգտնեք բազմաթիվ աղյուսակներ: Գոյություն ունեն գիտության տարբեր բնագավառներին նվիրված, նաև՝ հանրամատչելի բազմաթիվ տեղեկատուներ, որոնց նյութի զգալի մասը ամփոփված է զանազան աղյուսակներում: Դիտարկենք այդպիսի մի քանի աղյուսակներ:

ա. ***Տվյալներ աշխարհամասերի մասին***

Աղյուսակի առաջին սյունակի մեջ գրված է աշխարհամասերի անունների բազմությունը: Երկրորդ սյունակը արտահայտում է աշխարհամասերի տարածքները: Յուրաքանչյուր աշխարհամասի անվան դիմաց գրված է այդ աշխարհամասի տարածքը՝ միլիոն քառ. կմ -երով:

Աշխարհամասը	Տարածքը՝ մլն քառ.կմ
Ասիա	44,4
Ամերիկա	42,1
Աֆրիկա	29,9
Անտարկտիդա	13,9
Եվրոպա	10,2
Ավստրալիա	8,9

Ասենք՝ Եվրոպայի դիմաց գրված է 10,2: Դա նշանակում է, որ Եվրոպայի տարածքը 10,2 միլիոն քառ. կմ է: Այլ կերպ՝ յուրաքանչյուր աշխարհամաս առնչվում է իր տարածքի հետ.

Ասիա $\rightarrow$ 44,4 մլն քառ. կմ , Եվրոպա $\rightarrow$ 10,2 մլն քառ. կմ և այլն:

Այսինքն՝ մենք ունենք ֆունկցիա, որը աշխարհամասերը առնչում է նրանց մակերեսների հետ. այն, ինչպես և աղյուսակը, ցույց է տալիս աշխարհամասերի տարածքները: Եթե աղյուսակով պատկերված ֆունկցիան նշանակենք f -ով, ապա կունենանք. f (Ասիա) = 44,4 միլիոն քառ.կմ, f (Եվրոպա) = 10,2 միլիոն քառ.կմ և այլն:

Բերենք աշխարհամասերի վերաբերյալ այլ տվյալներ պարունակող աղյուսակ:

Աղյուսակի 1 -ին սյունակի մեջ գրված են նորից աշխարհամասերի անունները: Երկրորդ սյունակում յուրաքանչյուր աշխարհամասի դիմաց գրված է, թե տվյալ աշխարհամասը ողջ ցամաքի ո՞ր

Աշխարհամասը	Ցամաքի մակերեսի %-ը
Ասիա	29,8
Ամերիկա	28,5
Աֆրիկա	19,6
Անտարկտիդա	9,3
Եվրոպա	6,8

տոկոսն է կազմում: Այսպիսով՝ աղյուսակը պատկերում է մի ֆունկցիա, որը ցույց է տալիս, թե յուրաքանչյուր աշխարհամաս երկրագնդի ողջ ցամաքի ո՞ր տոկոսն է կազմում: Եթե աղյուսակով պատկերված ֆունկցիան նշանակենք g -ով, ապա կունենանք. g (Ասիա) = 29,8%, g (Եվրոպա) = 6,8% և այլն:

Կարելի էր բերված երկու աղյուսակները միավորել մեկ աղյուսակի մեջ: Ավելին՝ այդ երկու աղյուսակներում նշված տվյալներից բացի, կարելի էր դիտարկել աշխարհամասերի վերաբերյալ այլ տվյալներ ևս: Եվ բոլոր այդ տվյալները պատկերել մեկ աղյուսակով, որը պատկերված է հաջորդ էջում:

Այնտեղ, չնայած աղյուսակը մեկն է, բայց նրանով միաժամանակ պատկերված են մի քանի ֆունկցիաներ: Աղյուսակի առաջին սյունակում գրված են աշխարհամասերի անունները: Երկրորդ սյունակը պատկերում է աշխարհամասերի տարածքները: Յուրաքանչյուր աշխարհամասի անվան դիմաց գրված է այդ աշխարհամասի տարածքը՝ միլիոն քառ. կմ -երով:

Աշխարհամասը	Տարածքը՝ մլն քառ.կմ	Ցամաքի մակերեսի %-ը	Միջին բարձրությունը	Ամենաբարձր կետը	Ամենացածր կետը
Ասիա	44,4	29,8	950 մ	8848 մ	-395 մ
Ամերիկա	42,1	28,5	650 մ	6960 մ	-85 մ
Աֆրիկա	29,9	19,6	750 մ	5895 մ	-153 մ
Անտարկտիդա	13,9	9,3	2200 մ	5140 մ	-
Եվրոպա	10,2	6,8	300 մ	4807 մ	-28 մ
Ավստրալիա	8,9	6,0	340 մ	2230 մ	-12 մ
	f	g	h	ϕ	η

Այսինքն՝ մենք ունենք f ֆունկցիան, որը, ինչպես և աղյուսակի առաջին և երկրորդ սյունակները միասին, ցույց են տալիս աշխարհամասերի տարածքները:

Աղյուսակի առաջին և երրորդ սյունակները պատկերում են g ֆունկցիան, որը ցույց է տալիս, թե յուրաքանչյուր աշխարհամաս երկրագնդի ողջ ցամաքի ո՞ր տոկոսն է կազմում:

բ. ***Տվյալներ օվկիանոսների մասին***

Այս աղյուսակի առաջին սյունակը պատկերում է օվկիանոսները, երկրորդ սյունակը՝ նրանց տարածքները: Յուրաքանչյուր օվկիանոսի անվան դիմաց գրված է նրա տարածքը՝ միլիոն քառ. կմ-երով: Այսպիսով՝ յուրաքանչյուր օվկիանոս առնչվում է իր տարածքի հետ, և մենք ունենք μ ֆունկցիան, որը, ինչպես և աղյուսակի առաջին և երկրորդ սյունակները միասին, ցույց է տալիս օվկիանոսների տարածքները: Մասնավորապես՝

μ(Խաղաղական) = 178,7 մլն.քառ.կմ:

Օվկիանոսները	Տարածքը՝ մլն քառ.կմ	Միջին խորությունը՝ մ	Ամենամեծ խորու-թյունը՝ մ	Ծավալը՝ մլն խոր. կմ
Ատլանտյան	91,7	3597	8742	329,7
Հնդկական	76,2	3711	7209	282,7
Խաղաղական	178,7	3976	11022	710,4
Հյուսիսային Սառուցյալ	14,8	1225	5527	18,1
	μ	ρ	η	ϕ

Աղյուսակի առաջին սյունակի հետ միասին, նրա երրորդ, չորրորդ և հինգերորդ սյունակներից յուրաքանչյուրը պատկերում է մեկ առանձին ֆունկցիա: Այսպիսով՝ ամբողջ աղյուսակը միաժամանակ պատկերում է չորս ֆունկցիա՝ μ, ρ, η, ϕ:

գ. Հետաքրքիր տեղեկություններ է մեզ տալիս հետևյալ աղյուսակը՝ մայրցամաքների ամենաբարձր գագաթների և ամենաերկար գետերի մասին:

Աշխարհամասը	Ամենաբարձր լեռը	Բարձրությունը՝ մ	Ամենաերկար գետը	Երկարությունը՝ կմ	Ավազանի մակերեսը՝ քառ.կմ
Ասիա	Ջոմոլունգմա	8848	Յանցզի	5 800	1 810 000
Եվրոպա	Մոնբլան	4807	Վոլգա	3 530	1 360 000
Ամերիկա	Աքոնկագուա	6960	Միսսիսիպի/ Միսսուրի	6 420	3 238 000
Աֆրիկա	Կիլիմանջարո	5895	Կոնգո/ Լուալաբա	4 320	3 690 000
Անտարկտիդա	Վինսոն	5140			
Ավստրալիա	Կոսցյուշկո	2230			
	μ	ρ	η	ϕ	φ

Առաջին սյունակում նորից գրված են աշխարհամասերի անունները: Երկրորդ սյունակը՝ առաջինի հետ միասին, պատկերում է μ ֆունկցիան, որը ցույց է տալիս յուրաքանչյուր աշխարհամասի ամենաբարձր լեռը: Ասենք՝ Աֆրիկայի ամենաբարձր լեռը Կիլիմանջարոն է: Ուրեմն՝

μ(Աֆրիկա) = Կիլիմանջարո:

Երրորդ սյունակը առաջինի հետ միասին պատկերում է ρ ֆունկցիան, որը ցույց է տալիս յուրաքանչյուր աշխարհամասի ամենաբարձր լեռան բարձրությունը: Ուշադի՛ր եղեք. այս ֆունկցիան աշխարհամասի ամենաբարձր լեռան անվան մասին տեղեկություն չի տալիս, այլ ցույց է տալիս միայն նրա բարձրությունը: Օրինակ`

ρ(Ասիա) = 8848 մ:

Այսինքն` Ասիայի ամենաբարձր լեռան բարձրությունն է 8848 մ: Իսկ, թե ո՞րն է Ասիայի ամենաբարձր լեռը, ցույց է տալիս երկրորդ սյունակը կամ μ ֆունկցիան.

μ(Ասիա) = Ջոմոլունգմա:

Իհարկե` կարելի է աղյուսակի երկրորդ և երրորդ սյունակները միասին դիտել որպես մեկ ֆունկցիա, օրինակ` f : Այդ f ֆունկցիան արդեն ցույց կտա երկրորդ սյունակում նշված լեռներից յուրաքանչյուրի բարձրությունը.

f (Ջոմոլունգմա) = 8848 մ, f (Կիլիմանջարո) = 5895 մ և այլն:

η ֆունկցիան ցույց է տալիս աշխարհամասերից յուրաքանչյուրի ամենաերկար գետը: Օրինակ` $\eta$(Եվրոպա) = Վոլգա: Այսինքն` Եվրոպայի ամենաերկար գետը Վոլգան է: ϕ ֆունկցիան ցույց է տալիս ամենաերկար գետի երկարությունը, իսկ φ -ն` նրա ջրավազանի մակերեսի մեծությունը:

դ. Ժամանակի հաշվարկները

Տոմարի անվանումը	հաշվարկի սկիզբը համարվող իրադարձությունը	Հաշվարկի սկիզբը
Քրիստոնեական	Քրիստոսի ծնունդը	մ.թ . 1.01.1
Աստղաբաշխական	Հուլիոսյան դարաշրջանի սկիզբը	մ.թ.ա. 1.01.4713
Հրեական	Աշխարհի առասպելական արարումը	մ.թ.ա. 7.10.3761
Հին հունական	Առաջին Օլիմպիական խաղերը	մ.թ.ա. 1.07.776
Հռոմեական	Հռոմի հիմնադրումը	մ.թ.ա. 21.04.753
Մուսուլմանական	Մուհամեդի փախուստը Մեքքայից	մ.թ . 16.07.622
	f	g

Այս աղյուսակի առաջին սյունակում տրված են հիմնական տոմարների անվանումները, երրորդ սյունակում` դրանցից յուրաքանչյուրի գործադրման սկիզբը.

յուրաքանչյուր տոմարինը՝ իր տողում: Այսպիսով՝ մենք ունենք մի g ֆունկցիա, որը համեմատում է տոմարները նրանց գործադրման սկիզբների հետ: Այդ g ֆունկցիայի առնչվող անդամներ են, օրինակ,

Քրիստոնեական $\to$ մ.թ . 1.01.1 :

Աղյուսակի առաջին և երկրորդ սյունակները կազմում են մի f ֆունկցիա, որը ցույց է տալիս յուրաքանչյուր տոմարի հաշվարկի սկիզբը համարվող իրադարձությունը:

Աղյուսակով կարելի է պատկերել նաև երկու վերջավոր բազմությունների տարրերի միջև եղած առնչությունը: Օրինակ՝ դիտարկենք հետևյալ աղյուսակները:

1	2	3	4
ա	բ	գ	դ

1	1	2	3
ա	բ	գ	դ

Նրանցից առաջինում վերին տողում գրված են $1, 2, 3, 4$ տարրերը, իսկ ստորին տողում՝ նրանց հետ առնչվող ա, բ, գ, դ տարրերը: Վերին տողում յուրաքանչյուր տարր գրված է մեկ անգամ: Այսինքն՝ յուրաքանչյուր տարր առնչվում է մեկ տարրի հետ: Ուրեմն՝ առնչությունը ֆունկցիա է:

Երկրորդ աղյուսակում 1 տարրը գրված է երկու անգամ. մի դեպքում նրա տակ գրված է ա տարրը, մյուս դեպքում՝ բ տարրը: Այսինքն՝ առնչության ընթացքում 1 տարրը առնչվում է մեկից ավելի տարրերի հետ: Ուրեմն՝ առնչությունը ֆունկցիա չէ:

Աղյուսակներով տրված ֆունկցիաներ

Հորիզոնական (ուղղաձիգ) աղյուսակով տրված առնչությունը ֆունկցիա է այն և միայն այն դեպքում, եթե նրա վերին տողի (ձախ սյան) մեջ կրկնվող տարրեր չկան:

Այստեղ կատարենք մի կարևոր դիտողություն: Երբ մենք ֆունկցիաները պատկերում ենք աղյուսակների միջոցով, ապա ենթադրում ենք, որ նրանցում առնչվող տարրերի յուրաքանչյուր զույգը գրվում է միայն մեկ անգամ:

Հաճախ ֆունկցիաները պատկերվում են աղյուսակների միջոցով: Նման դեպքերում նախ աղյուսակի առաջին տողում հաջորդաբար գրվում են առնչվող տարրերը: Այնուհետև՝ երկրորդ տողում՝ յուրաքանչյուր a տարրի տակ գրվում է այն b տարրը, որը տրված ֆունկցիան առնչում է a տարրի հետ:

Օրինակ՝ նախորդ դասին դիտարկված f և g ֆունկցիաները պատկերվում են հետևյալ աղյուսակներով.

1	-2	3	-4
+	–	+	–

f ֆունկցիայի աղյուսակը

1	2	3	4
կենտ	զույգ	կենտ	զույգ

g ֆունկցիայի աղյուսակը

Այստեղ մենք ֆունկցիաները պատկերեցինք հորիզոնական աղյուսակներով: Բայց ավելի հաճախ դրանք պատկերվում են ուղղաձիգ աղյուսակներով՝ ինչպես դասի սկզբում բերված բազմաթիվ օրինակները:

Առաջին սյան մեջ գրված տարրերի դիմաց՝ նույն տողում գրվում են նրանց հետ առնչվող տարրերը:

1	+
–2	–
3	+
– 4	–

f

1	կենտ
2	զույգ
3	կենտ
4	զույգ

g

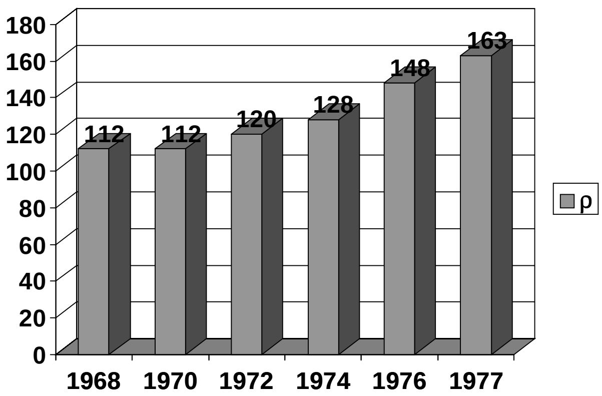
2. Դիագրամներ և ֆունկցիաներ: Որոշ իրադրություններ և երևույթներ լավ ընկալելու համար նպատակահարմար է դրանք պատկերել հարթության վրա՝ յուրահատուկ գծապատկերներով: Դիտարկենք նման մեկ օրինակ:

Հավանաբար դուք հեռուստաէկրանին ամեն օր տեսնում եք ռազմական գործողություններ. հրթիռների թռիչքներ, ինքնաթիռների ճախրումներ, տանկերի նուրբ մանևրեր, ու այս բոլորին հետևող պայթյուններ, պայթյուններ: Հարմարավետ բազկաթոռի մեջ ընկղմված՝ մարդկային մտքի այս նվաճումների արտաքին փայլը ձեզ հաճախ թույլ չի տալիս տեսնելու և հասկանալու դրանց իսկական նշանակությունը: Բոլոր այդ պայթյունների արդյունքում զոհվում են մարդիկ: Բոլոր այդ «նվաճումները» հնարավոր են դառնում հսկայական նյութական ծախսերի շնորհիվ: Իսկ դուք երբևէ մտածե՞լ եք, թե տարեկան ինչպիսի ծախսեր են արվում ռազմական նպատակներով:

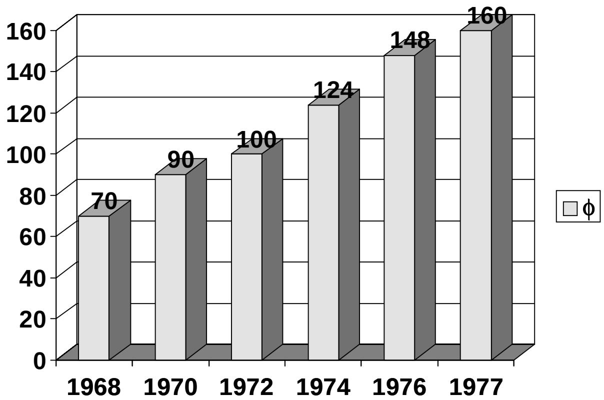
Այդ ծախսերը առանձնապես շատ էին ոչ հեռավոր անցյալում, երբ աշխարհը սառը պատերազմի քողով բաժանված էր երկու ռազմաքաղաքական դաշինքների: Այդ հզոր դաշինքներից մեկը՝ ՆԱՏՕ -ն էր կամ Հյուսիսատլանտյան դաշինքը, որ գլխավորում էր ԱՄՆ -ը: Մյուս՝ ոչ պակաս հզոր Վարշավյան դաշինքը ղեկավարում էր Խորհրդային Միությունը: 1968 - 1977 թթ այս դաշինքների և մնացած աշխարհի ռազմական ծախսերը՝ միլիարդ դոլարներով, պատկերված են հետևյալ աղյուսակում.

Թվականը	ՆԱՏՕ	Վարշավյան դաշինք	Մնացած աշխարհը
1968	112	70	38
1970	112	90	50
1972	120	100	60
1974	128	124	75
1976	148	150	102
1977	163	160	105
	ρ	φ	μ

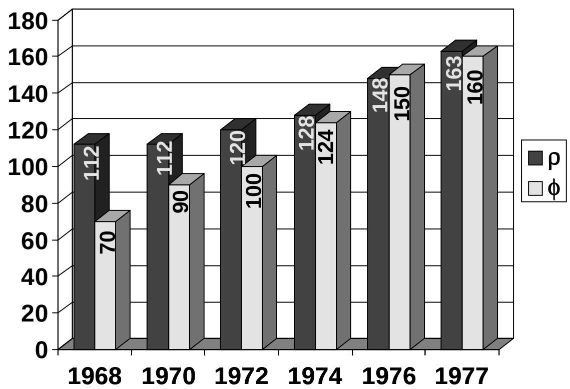
Մենք արդեն գիտենք, որ նշված աղյուսակի առաջին սյունակի հետ միասին՝ նրա մյուս սյունակներից յուրաքանչյուրը պատկերում է մեկ ֆունկցիա: Նախ կատարենք այդ ֆունկցիաներից յուրաքանչյուրի պատկերումը դիագրամով: Վերցնենք ՆԱՏՕ-ի ռազմական ծախսերը ցույց տվող ρ ֆունկցիան:



Գծենք մի հորիզոնական ուղիղ և նրա վրա պատկերենք նշված տարեթվերը: Վերցնենք նաև այդ ուղղին ուղղահայաց մի ուղիղ, որի վրա պատկերենք աղյուսակում նշված ռազմական ծախսերը՝ միլիարդ դոլարներով:

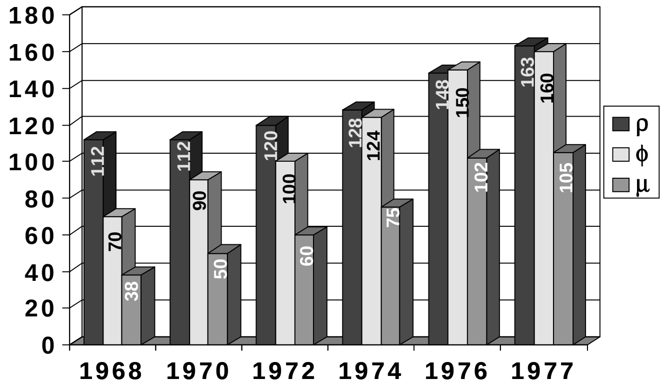


Պատկերենք Վարշավյան դաշինքի ռազմական ծախսերը ցույց տվող ϕ ֆունկցիան: Նման պատկերումը ունի մի շարք առավելություններ աղյուսակային պատկերման նկատմամբ: Այստեղ մենք հնարավորություն ունենք համեմատելու՝ տեսնելու ծախսերի՝ գծապատկերի տեսքով պատկերված քանակությունները, համեմատելու պատկերված չափերը իրար հետ, դիտելու ըստ տարիների փոփոխության շարժը՝ դինամիկան: Ավելին՝ նշված նպատակներով հաճախ, ինչպես աղյուսակների դեպքում, տարբեր ֆունկցիաներ պատկերվում են միևնույն գծագրի վրա:



Օրինակ՝ մեկ գծագրի վրա պատկերենք ՆԱՏՕ-ի և Վարշավյան դաշինքի ռազմական ծախսերը ցույց տվող ρ և ϕ ֆունկցիաների դիագրամները:

Վերջապես՝ կարելի է ռազմական ծախսերի ողջ աղյուսակը, այսինքն՝ բոլոր երեք ֆունկցիաները պատկերել միևնույն գծագրով: Այսպիսով՝ այս գծապատկերով միաժամանակ պատկերված են 1968, 1970, 1972, 1974, 1976, 1977 տարեթվերին ռազմական ծախսերը ցույց տվող երեք ֆունկցիաներ: Միևնույն երանգն ունեցող ուղղաձիգ ձողիկները պատկերում են մեկ ֆունկցիա: Նշված յուրաքանչյուր թվականի վերևում տարբեր մգության ձողիկներով պատկերված են երեք ֆունկցիաներից յուրաքանչյուրի ընդունած արժեքները: Ընդ որում՝ ձողիկների չափսերը արված են կատարված ծախսերի համամասնությամբ: Օրինակ՝ 1972 թվականին միայն ՆԱՏՕ -ն երկու անգամ ավելի շատ ծախս է արել, քան երկու դաշինքներից դուրս մնացած բոլոր երկրները՝ միասին վերցրած: Ինչպես տեսնում եք, նման պատկերումը ավելի դիտողական է դարձնում տվյալ տարում կատարված ռազմական ծախսերի համեմատությունը:



Համանման եղանակով կարելի է պատկերել սպորտային, արդյունաբերական, գյուղատնտեսական և այլ բնագավառներին վերաբերող տեղեկություններ պարունակող ֆունկցիաները:

3. Բանաձևեր և ֆունկցիաներ: Դիտարկենք երկու փոփոխականներով որևէ հավասարում, օրինակ՝ $y+1=3x$: Դիցուք՝ x փոփոխականը ընդունում է որևէ թվային արժեք, ասենք՝ 1: Այդ դեպքում լուծելով ստացված $y+1=3$ հավասարումը՝ y փոփոխականի նկատմամբ կստանանք. $y=2$: Հասկանալի է, որ x փոփոխականի մի այլ արժեքի դեպքում մենք կստանանք y փոփոխականի ևս մեկ արժեք: Եկեք այժմ x -ի ընդունած ամեն մի արժեք առնչենք y -ի ընդունած համապատասխան արժեքի հետ. կունենանք մի f ֆունկցիա: Մենք կասենք, որ f ֆունկցիան որոշվում է $y+1=3x$ հավասարությամբ կամ բանաձևով: Հասկանալի՞ է, որ a և b թվերի համար $f(a)=b$ հավասարությունը նշանակում է, որ a -ն առնչվում է b -ի հետ՝ $a \to b$ կամ՝ $(a,\ b)$ զույգը $y+1=3x$ հավասարման լուծում է: Այսինքն՝ $b+1=3a$:

Երկու փոփոխականով ոչ բոլոր բանաձևերն են, որոնք որոշում են ինչ-որ ֆունկցիա: Օրինակ՝ դիտարկենք $x<y$ անհավասարումը: Կազմենք տրված անհավասարման լուծումների առնչությունը, այսինքն՝ x -ի ընդունած ամեն

մի արժեք առնչենք y -ի ընդունած համապատասխան արժեքի հետ: Անհավասարման լուծումներ են, օրինակ, $(1, 2)$ և $(1, 3)$ թվազույգերը: Ուրեմն՝ 1 թիվը կառնչվի 2 -ի և 3 -ի, այսինքն՝ մեկից ավելի տարրերի հետ: Հետևաբար՝ այդ առնչությունը ֆունկցիա չէ:

Հավասարումը նույնպես կարող է ֆունկցիա չորոշել: Իսկապես՝ դիտարկենք $x = y^2$ հավասարումը: Նրա լուծումների մեջ են $(1, 1)$ և $(1, -1)$ թվազույգերը, և եթե կազմենք տրված հավասարման լուծումների առնչությունը, ապա 1 թիվը կառնչվի 1 և -1 թվերի, այսինքն՝ մեկից ավելի տարրերի հետ: Հետևաբար՝ այդ առնչությունը, այսինքն՝ $x = y^2$ բանաձևով որոշվող առնչությունը ֆունկցիա չէ:

4. Գրաֆիկներ և ֆունկցիաներ: Կոորդինատային հարթության վրա համեմատականությունների, հավասարումների, բանաձևերի պատկերումը կարևոր դեր է խաղում մեր ուսումնառության ընթացքում: Շատ կարևոր և օգտակար է նաև ֆունկցիաների գրաֆիկական պատկերումը: Իսկ ինչպե՞ս ֆունկցիան պատկերենք գրաֆիկորեն:

Նախ՝ անհրաժեշտ է, որ ֆունկցիայի և նրա արգումենտի ընդունած արժեքները լինեն միայն թվեր կամ էլ միայն համասեռ մեծություններ: Դիցուք՝ f ֆունկցիայի x արգումենտի արժեքները և ֆունկցիայի արժեքները իրական թվեր են: Նշանակենք $y = f(x)$ և x արգումենտի ընդունած յուրաքանչյուր a արժեքի համար xOy կոորդինատային հարթության վրա նշենք $(a, f(a))$ կետը: Նշված բոլոր կետերով կազմված պատկերն էլ կլինի f ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Ֆունկցիայի գրաֆիկի սահմանումը

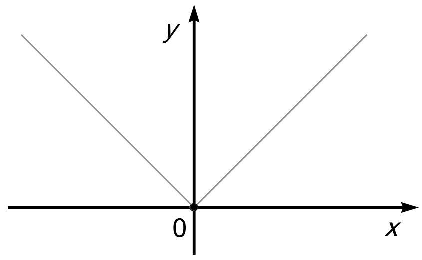
f ֆունկցիայի գրաֆիկ է կոչվում կոորդինատային հարթության բոլոր այն $M(a, b)$ կետերից կազմված պատկերը, որոնց համար $f(a) = b$:

Մենք արդեն գիտենք գրաֆիկորեն պատկերել մեծությունների գումարային և արտադրյալային ուղիղ համեմատականությունները, ինչպես նաև հակադիր և հակադարձ համեմատականությունները: Գրաֆիկորեն կարելի է պատկերել նաև մեծությունների կամ թվերի միջև տրված այլ ֆունկցիաներ:

Սահմանումից հետևում է, որ եթե ֆունկցիան տրվում է որևէ հավասարումով, ապա ֆունկցիայի գրաֆիկը նույնն է, ինչ այդ հավասարման գրաֆիկը: Բերենք այդպիսի մի քանի օրինակ:

ա. Դիտարկենք x իրական թվի համեմատությունը ինքն իր հետ: Այն ֆունկցիա է և որոշվում է $y = x$ հավասարումով: Այդ ֆունկցիան կոչվում է նաև ***նույնական*** ֆունկցիա: Մենք արդեն գիտենք, որ $y = x$ հավասարման գրաֆիկը կազմված է xOy կոորդինատային հարթության առաջին և երրորդ քառորդները կազմող անկյունների կիսորդներից: Հետևաբար` այդ պատկերը կլինի նաև նույնական ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Որպեսզի (a, b) կետը պատկանի $y = x$ ֆունկցիայի գրաֆիկին, պետք է a և b թվերը լինեն իրար հավասար: Մասնավորապես $(1, 1)$ կետը պատկանում է այդ ֆունկցիայի գրաֆիկին, իսկ $(0, 1)$ կետը` ոչ:



բ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր հակադիրի հետ: Կստանանք $y = -x$ հավասարումով որոշված ֆունկցիան: Մենք արդեն գիտենք, որ $y = -x$ հավասարման գրաֆիկը կազմված է xOy կոորդինատային հարթության երկրորդ և չորրորդ քառորդների կիսորդներից: Հետևաբար` նույն պատկերը կլինի նաև $y = -x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Այդ ֆունկցիայի գրաֆիկին է պատկանում $(1, -1)$ կետը, իսկ $(1, 1)$ կետը չի պատկանում:

գ. Յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչենք իր $|x|$ բացարձակ արժեքի հետ: Նշանակենք ստացված ֆունկցիան f -ով. $f(x) = |x|$: Նրա գրաֆիկը կհամընկնի առաջին և երկրորդ քառորդների կիսորդների հետ:

ՀԱՄԿԱՑԵ՞Լ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Բերեք աղյուսակով պատկերված որևէ ֆունկցիայի օրինակ:
2. Բերեք դիագրամով պատկերված ֆունկցիայի օրինակ:
3. Վերցրեք երկու` $x$ և $y$ փոփոխականներով հավասարում, որը որոշում է մի ֆունկցիա: Բացատրեք ինչպե՞ս են կազմվում հավասարումով որոշվող ֆունկցիայի` իրար հետ առնչվող տարրերը:
4. Արդյո՞ք երկու փոփոխականով յուրաքանչյուր բանաձև որոշում է ինչ-որ ֆունկցիա:
5. Կոորդինատային հարթության վրա ինչպե՞ս կարելի է պատկերել
   ա. համեմատականությունները,
   բ. երկու փոփոխական պարունակող հավասարումները,
   գ. երկու փոփոխական պարունակող բանաձևերը:
6. Ի՞նչ է ֆունկցիայի գրաֆիկը:

666. Դիցուք՝ ունենք xOy կոորդինատային հարթության որևէ α պատկեր: Այդ պատկերը հնարավորություն է տալիս ստեղծել x և y փոփոխականների արժեքների մի բնական առնչություն: Իսկապես՝ վերցնենք x -ի որևէ արժեք, օրինակ՝ x_0, և այն առնչենք y -ի այն y_0 արժեքի հետ, որի համար (x_0, y_0) կետը պատկանում է α պատկերին: Այսպես դիտարկելով հնարավոր բոլոր առնչումները՝ մենք կունենանք մի առնչություն: Ինչպիսի՞ն պետք է լինի α պատկերը, որպեսզի նշված ճանապարհով ստացված առնչությունը լինի ֆունկցիա:

667. Թվարկեք ձեզ հայտնի հանրագիտարանները և տեղեկատուները:

668. Դիտարկեք 1 կետի ա բաժնում աղյուսակով պատկերված f ֆունկցիան:

ա. Գրեք f ֆունկցիայի՝ իրար հետ առնչվող բոլոր տարրերը:

բ. Լուծեք հետևյալ հավասարումները.

f (Ասիա) = y , f (Եվրոպա) = y , f (Աֆրիկա) = y :

գ. Լուծեք հետևյալ հավասարումները.

$f(x) = 10{,}2$ միլիոն քառ. կմ, $f(x) = 8{,}9$ միլիոն քառ. կմ:

669. Դիտարկեք 1 կետի ա բաժնում աղյուսակով պատկերված g ֆունկցիան:

ա. Գրեք g ֆունկցիայի՝ իրար հետ առնչվող բոլոր տարրերը:

բ. Լուծեք հետևյալ հավասարումները.

g (Ավստրալիա) = y , g (Եվրոպա) = y , g (Ամերիկա) = y :

գ. Լուծեք հետևյալ հավասարումները.

$g(x) = 28{,}5\%$, $g(x) = 6\%$, $g(x) = 29{,}8\%$:

670. Դիտարկեք 1 կետի բ բաժնում աղյուսակով պատկերված μ, ρ, η, ϕ ֆունկցիաները:

ա. Գրեք այդ ֆունկցիաներից յուրաքանչյուրով իրար հետ առնչվող տարրեր:

բ. Լուծեք հետևյալ հավասարումները.

μ (Ատլանտյան) = y , ρ (Խաղաղական) = y , η (Հնդկական) = y :

գ. Լուծեք հետևյալ հավասարումները.

$\rho(x) = 3711$ մ, $\phi(x) = 710{,}4$ մլն.խոր.կմ,

$\mu(x) = 76{,}2$ մլն.քառ.կմ, $\eta(x) = 5527$ մ:

671. Դիտարկեք 1 կետի գ բաժնում աղյուսակով պատկերված μ, ρ, η, ϕ, φ ֆունկցիաները:

ա. Գրեք այդ ֆունկցիաներից յուրաքանչյուրով իրար հետ առնչվող տարրերը:

բ. Լուծեք հետևյալ հավասարումները.

μ (Ասիա) = y , ρ (Եվրոպա) = y , η (Աֆրիկա) = y :

գ. Լուծեք հետևյալ հավասարումները.

$\rho(x) = 2230$ մ, $\phi(x) = 5800$ կմ,

$\mu(x)$ = Մոնբլան, $\eta(x)$ = Վոլգա:

դ. Արդյո՞ք գրվածը հավասարություն է.

ρ (Կոսցյուշկո) = 2230մ, ϕ (Ասիա) = $5\ 800$ կմ,

μ (Եվրոպա) = Մոնբլան, ϕ (Յանցզի) = $5\ 800$ կմ:

672. Դիտարկեք 1 կետի դ բաժնում աղյուսակով պատկերված f և g ֆունկցիաները:

ա. Գրեք այդ ֆունկցիաներից յուրաքանչյուրով իրար հետ առնչվող տարրերը:

բ. Լուծեք հետևյալ հավասարումները.

f (Հին հունական) = y , g (Հին հունական) = y , f (հռոմեական) = y :

գ. Լուծեք հետևյալ հավասարումները.

$f(x)$ = Աշխարհի առասպելական արարման սկիզբը,

$f(x)$ = Առաջին օլիմպիական խաղերը,

$g(x)$ = մ.թ.ա.$1.07.776$,

$g(x)$ = մ.թ. $1.01.1$:

դ. Արդյո՞ք գրվածը հավասարություն է.

f (Հռոմեական) = մ.թ.ա. $21.04.753$,

f (Աստղաբաշխական) = Հուլիոսյան դարաշրջանի սկիզբը:

ե. Արդյո՞ք ճիշտ են գրված f ֆունկցիայի ընթացքում իրար հետ առնչվող տարրերը.

Հռոմեական $\rightarrow$ մ.թ.ա. $21.04.750$,

Հռոմեական $\rightarrow$ Հռոմի հիմնադրումը,

Քրիստոնեական $\rightarrow$ Քրիստոսի ծնունդը ,

Քրիստոնեական $\rightarrow$ մ.թ. $1.01.1$:

673. ՆԱՏՕ -ի մեկ տարվա ռազմական ծախսերը ցույց տվող ֆունկցիան ինչպե՞ս է պատկերվում դիագրամով:

674. Վարշավյան դաշինքի մեկ տարվա ռազմական ծախսերը ցույց տվող ֆունկցիան ինչպե՞ս է պատկերվում դիագրամով:

675. Ռազմական ծախսերը ցույց տվող երեք ֆունկցիաները ինչպե՞ս են պատկերվում մեկ դիագրամով:

676. Հետևյալ աղյուսակում ներկայացված է աշխարհի բնակչության փոփոխությունը վերջին հազարամյակում:

Աշխարհի բնակչությունը՝ միլիոններով

1000	1500	1800	1900	1950	1980	1990
305	440	952	1656	2501	4430	5300

Այդ փոփոխությունը մի առնչություն է տարեթվերի և այդ տարեթվերին աշխարհում ապրող մարդկանց քանակությունների միջև :

ա. Ցույց տվեք, որ նշված առնչությունը ֆունկցիա է:

բ. Պատկերեք այն դիագրամի միջոցով:

677. Ֆիզիկայի, քիմիայի կամ կենսաբանության դասագրքերից ընտրեք ֆունկցիա հանդիսացող աղյուսակներ և դրանք պատկերեք դիագրամներով:

678. Դիտարկեք $y-2=x+1$ հավասարումը:

ա. Ցույց տվեք, որ նրանով որոշվում է մի ֆունկցիա: Նշանակեք այն f տառով:

բ. Գտեք հետևյալ արժեքները.

$$f(1),\ f(-1),\ f(0),\ f(2),\ f(-3),\ f(12),\ f(-100):$$

գ. Արդյո՞ք հետևյալ բանաձևերը հավասարություններ են.

$$f(2)=5,\ f(2)=4,\ f(-2)=4,\ f(-2)=-1,\ f(0{,}5)=1{,}5:$$

դ. Ճշմարի՞տ է, որ կամայական a իրական թվի համար $f(a)=a+1$:

ե. Հայտնի է, որ $f(a)=b$: Ցույց տվեք, որ $b-2=a+1$ բանաձևը հավասարություն է:

զ. Հայտնի է, որ $f(a)=b$: Ցույց տվեք, որ $(a,\ b)$ թվազույգը տրված հավասարման լուծումն է:

է. Հայտնի է, որ $(a,\ b)$ թվազույգը տրված հավասարման լուծումն է: Ցույց տվեք, որ $f(a)=b$:

679. Դիտարկեք $3y+2x=x-1$ հավասարումը:

ա. Ցույց տվեք, որ նրանով որոշվում է մի ֆունկցիա: Նշանակեք այն f տառով:

բ. Գտեք հետևյալ արժեքները.

$$f(1),\ f(-1),\ f(0),\ f(2),\ f(-3),\ f(11),\ f(-101):$$

գ. Արդյո՞ք հետևյալ բանաձևերը հավասարություններ են.

$$f(1)=3,\ f(1)=-2/3,\ f(0)=0,\ f(-2)=-1/3:$$

դ. Ճշմարի՞տ է, որ կամայական a իրական թվի համար $3f(a)+2a=a-1$:

ե. Հայտնի է, որ $f(a)=b$: Ցույց տվեք, որ $3b+2a=a-1$ բանաձևը հավասարություն է:

680. Ինչու՞ հետևյալ բանաձևերի լուծումները ֆունկցիա չեն որոշում.

ա. $x<y$, բ. $x\le y$, գ. $x+1<y$,

դ. $x>y$, ե. $x\ge y$, զ. $x<y+1$:

681. Արդյո՞ք ֆունկցիա է որոշում հավասարումը.

ա. $x^2 = y$, բ. $x = y^3$, գ. $x^2 = y+1$,

դ. $x = y^2$, ե. $x = y^2-1$, զ. $x + x^2 = y-1$:

682. Արդյո՞ք ֆունկցիա է որոշում հավասարումը.

ա. $|x| = y$, բ. $|x| = |y|$, գ. $y = |x|$,

դ. $x = |y|$, ե. $x = \pm y$, զ. $y = x + |x|$:

683. Կոորդինատային հարթության վրա ինչպե՞ս կարելի է պատկերել

ա. համեմատականությունները,

բ. երկու փոփոխական պարունակող հավասարումները,

գ. երկու փոփոխական պարունակող բանաձևերը:

684. Գրաֆիկորեն պատկերեք ֆունկցիան և նշեք նրան պատկանող և չպատկանող կետեր.

ա. $y = x$, բ. $y = -x$, գ. $y = |x|$:

685. Գրաֆիկորեն պատկերեք ձեր բնակավայրում որևէ մեկ օրում օդի ջերմաստիճանի փոփոխության ընթացքը ցույց տվող ֆունկցիան:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

686. Արդյո՞ք հասկանում եք ռազմական ինքնաթիռների, տանկերի կամ զենքի այլ տեսակների իսկական նշանակությունը:

687. Ի՞նչ է ՆԱՏՕ -ն և ի՞նչ՝ Վարշավյան դաշինքը:

688. Ի՞նչ է «սառը» պատերազմը:

689. Համեմատեք ՆԱՏՕ -ի մեկ տարվա ծախսերը Հայաստանի Հանրապետության մեկ տարվա բյուջեի հետ:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

690. Սենյակում կան մարդիկ, շներ և ճանճեր՝ ընդամենը 10-ը: Մարդն ունի 2 ոտք, շունը՝ 4, ճանճը՝ 6, բոլորը միասին ունեն 46 ոտք: Քանի՞ մարդ, քանի՞ շուն և քանի՞ ճանճ կա սենյակում:

691. Ապացուցեք, որ ցանկացած m ամբողջ թվի համար $\frac{m}{3} + \frac{m^2}{2} + \frac{m^3}{6}$ թիվը նույնպես ամբողջ է:

692. Ցույց տվեք, որ եթե $p, p-10, p+10$ թվերը պարզ են, ապա պարզ է նաև $p-2$ թիվը:

693. Ինչպե՞ս է գրառվում $a,\ b,\ c$ տարրերը ունեցող բազմությունը:

694. Որդյո՞ք բազմուէթյունն ունի ամենամեծ (մեծագույն) տարր:

ա. N, բ. $\{1, 2, 3\}$, գ. $\{a, b\}$,

դ. $(1, 2)$, ե. $[3, 4]$, զ. $(-1, 1]$:

695. Արդյո՞ք բազմությունն ունի փաքրագույն տարր.

ա. N, բ. Z, գ. $(0, 1)$,

դ. $[2, 4)$, ե. 1 -ից մինչև 100 -ն ընկած բնական թվերի բազմությունը:

§17 ՖՈՒՆԿՑԻԱՅԻ ՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ

1. Ֆունկցիայի որոշման և արժեքների տիրույթները: Նախորդ դասերի ընթացքում մենք տվեցինք ֆունկցիայի սահմանումը և բերեցինք ֆունկցիաների բազմաթիվ օրինակներ: Բերված օրինակներից յուրաքանչյուրում իրար հետ առնչվող տարրերը բաժանվում են երկու խմբի կամ բազմությունների: Դիցուք՝ f ֆունկցիան յուրաքանչյուր մարդու առնչում է ժամանակի մի քանակության՝ այդ մարդու տարիքի հետ: Այստեղ մարդիկ կազմում են առաջին բազմությունը: Այն կոչվում է f ֆունկցիայի ***որոշման տիրույթ:*** Մարդկանց տարիքները կազմում են երկրորդ բազմությունը, որը կոչվում է f ֆունկցիայի ***արժեքների տիրույթ:***

Դիցուք՝ g ֆունկցիան յուրաքանչյուր մարդու առնչում է այդ մարդու հասակի հետ: Այստեղ դարձյալ մարդիկ կազմում են առաջին բազմությունը՝ g ֆունկցիայի որոշման տիրույթը: Մարդկանց հասակները կազմում են երկրորդ բազմությունը՝ g ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը: Երբ յուրաքանչյուր սենյակ առնչվում է իր մակերեսի հետ, ապա սենյակները կազմում են համապատասխան ֆունկցիայի որոշման տիրույթը, իսկ նրանց մակերեսները՝ այդ ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը:

Դիտարկենք f ֆունկցիան, որը յուրաքանչյուր հանդիսականի առնչում է տվյալ դահլիճի նստատեղի հետ: Այս f ֆունկցիայի որոշման տիրույթը հանդիսականների բազմությունն է, իսկ արժեքների տիրույթը՝ նրանց զբաղեցրած տեղերի բազմությունը:

Յուրաքանչյուր իրական թիվ առնչենք 1 թվի հետ: Ստացված ֆունկցիայի որոշման տիրույթը իրական թվերի բազմությունն է, իսկ արժեքների տիրույթը՝ $\{1\}$ բազմությունը:

Դիցուք՝ ֆունկցիան յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչում է իր $-x$ հակադիրի հետ: Այս ֆունկցիայի և՛ որոշման տիրույթը, և՛ արժեքների տիրույթը իրական թվերի բազմությունն է:

Դիցուք՝ ֆունկցիան յուրաքանչյուր x իրական թիվ առնչում է նրա $1/x$ հակադարձի հետ: Այս ֆունկցիայի և՛ որոշման տիրույթը, և՛ արժեքների տիրույթը զրոյից տարբեր իրական թվերի բազմությունն է:

Եթե ֆունկցիան յուրաքանչյուր իրական թվի առնչում է նրա մոդուլի հետ, ապա այդ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը իրական թվերի բազմությունն է, իսկ արժեքների տիրույթը՝ ոչ բացասական իրական թվերի բազմությունը:

Եթե ֆունկցիան յուրաքանչյուր իրական թվի առնչում է նրա քառակուսու հետ, ապա այդ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը իրական թվերի բազմությունն է, իսկ արժեքների տիրույթը՝ ոչ բացասական իրական թվերի բազմությունը:

Եթե ֆունկցիան յուրաքանչյուր իրական թվի առնչում է իր քառակուսի արմատի հետ, ապա նրա և՛ որոշման տիրույթը, և՛ արժեքների տիրույթը ոչ բացասական իրական թվերի բազմությունն է:

Յորիզոնական աղյուսակով պատկերված ֆունկցիայի որոշման տիրույթը աղյուսակի վերին տողում գրված տարրերի բազմությունն է, իսկ արժեքների տիրույթը ՝ ստորին տողում գրված տարրերի բազմությունը: Օրինակ՝

1	– 2	3	– 4
+	–	+	–

ֆունկցիայի որոշման տիրույթն է $\{1, -2, 3, -4\}$ բազմությունը, իսկ արժեքների տիրույթը՝ $\{+, -\}$ բազմությունը:

Ուղղաձիգ աղյուսակով պատկերված ֆունկցիայի որոշման տիրույթը աղյուսակի ձախ սյունակի մեջ գրված տարրերի բազմությունն է, իսկ արժեքների տիրույթը ՝ աջ սյունակի մեջ գրված տարրերի բազմությունը:

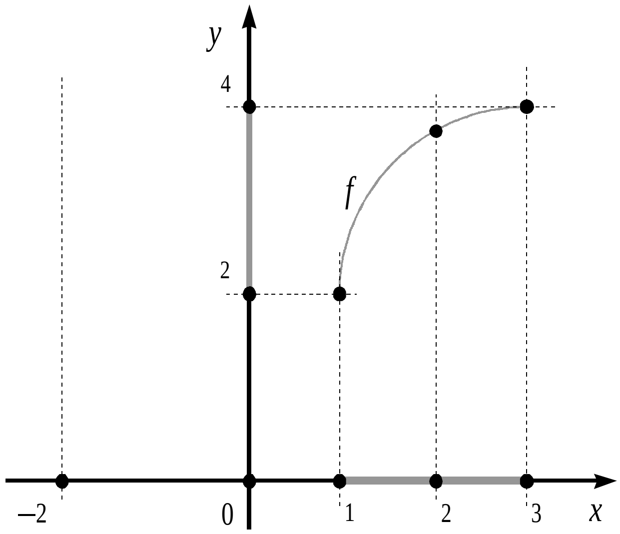
Օրինակ՝ հետևյալ աղյուսակում պատկերված ֆունկցիայի որոշման տիրույթն է

{Ասիա,Ամերիկա,Աֆրիկա,Անտարկտիդա,Եվրոպա,Ավստրալիա}:

Նրա արժեքների տիրույթն է $\{44,4;\ 42,1;\ 29,9;\ 13,9;\ 10,2;\ 8,9\}$ բազմությունը:

Աշխարհամասը	Տարածքը՝ մլն քառ.կմ
Ասիա	44,4
Ամերիկա	42,1
Աֆրիկա	29,9
Անտարկտիդա	13,9
Եվրոպա	10,2
Ավստրալիա	8,9

Գրաֆիկով պատկերված ֆունկցիայի համար a թիվը պատկանում է f ֆունկցիայի որոշման տիրույթին, եթե աբսցիս-ների առանցքի a կետում այդ առանցքին ուղղահա-յաց ուղիղը հատում է f ֆունկցիայի գրաֆիկը: Յակառակ դեպքում՝ a թիվը f ֆունկցիայի որոշման տիրույթին չի պատկանում: Գրաֆիկով պատկերված ֆունկցիայի որոշման տիրույթը աբսցիսների առանցքի այն կետերի բազմությունն է, որոնցից այդ առանցքին կանգնեցրած ուղղահայաց ուղիղները հատում են տվյալ ֆունկցիայի գրաֆիկը: Ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը օրդինատների առանցքի այն կետերի բազմությունն է, որոնցից այդ



առանցքին կանգնեցրած ուղղահայաց ուղիղները հատում են տվյալ ֆունկցիայի գրաֆիկը: 2-ը պատկանում է f ֆունկցիայի որոշման տիրույթին, իսկ -2 -ը` ոչ: $[1, 3]$ հատվածը f ֆունկցիայի որոշման տիրույթն է: $[2, 4]$ հատվածը f ֆունկցիայի արժեքների տիրույթն է:

2. Ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները: 1951 թ.նոյեմբերին սըր Հյու Բիվերը` իր ընկերներով որսի էր դուրս եկել Իռլանդիայի հարավարևելքում գտնվող Սլենի գետի մերձակայքում: Որսորդները շատ չարչարվեցին: Սակայն նրանցից ոչ մեկին չհաջողվեց խփել ոսկեգույն դաշտակտցար: Նույն օրը երեկոյան, հավաքվելով սեղանի շուրջ, անհաջողակ որսորդներն ուզեցին իրենց անհաջողությունը կապել ոսկեգույն դաշտակտցարի թռիչքի բարձր արագության հետ: Եվ անսպասելիորեն նրանք պարզեցին, որ չկա այնպիսի տեղեկատու, որը պատասխանի մի պարզ հարցի. արդյո՞ք իրենց որսի առարկան` ոսկեգույն դաշտակտցարը, աշխարհի ամենաարագ թռչող թռչունն է: 1954 թ. օգոստոսին համանման մի վեճ ծագեց ցախաքլորի վերաբերյալ: Սըր Հյուն, որը "Գինես" հրատարակչության կառավարիչ-տնօրենն էր, մտածեց, որ նմանատիպ բազմաթիվ հարցեր, ըստ երևույթին, հետաքրքրում են նաև շատ ու շատ այլ մարդկանց: 1954 թ. սեպտեմբերին սըր Հյուն հանդիպեց Լոնդոնի լրատվական գործակալության ներկայացուցիչներին` պարզելու համար, թե կարող են, արդյոք, նրանք օգնել իրեն ռեկորդների գիրք ստեղծելու գործում: Արդյունքը եղավ այն, որ Լոնդոնում բացվեց հատուկ գրասենյակ, եւ սկսվեց աշխատանքը առաջին` 198 էջանոց հրատարակության վրա: Եվ այսպես ստեղծվեց Գինեսի ռեկորդների գիրքը: Առաջին օրինակը լույս տեսավ 1955 թ. օգոստոսի 27-ին: Մինչև տարեվերջ Գինեսի ռեկորդների գիրքը առաջին տեղը գրավեց ամենաընթերցվող գրքերի շարքում և այլևս երբեք չզիջեց այդ տեղը: Ընդհանուր առմամբ գիրքը լույս է տեսել ավելի քան 35 լեզվով և ունեցել 300 -ից ավելի հրատարակություն: Վաճառվել է գրքի ավելի քան 30 միլիոն օրինակ, որոնք եթե իրար վրա դարսենք,կստացվի էվերեստից 200 անգամ բարձր մի «լեռ»:

Բերենք մի քանի օրինակ Գինեսի ռեկորդների գրքից` կենդանիների մասին:

ա. Ամենաերկար և ամենածանր կաքնասունը երկնագույն կետն է: Դրանցից մեկի երկարությունը եղել է 33,58 մետր, կշիռը՝ 187 տոննայից ավելի, միայն լեզուն կշռել է 4 տոննայից ավելի, իսկ սիրտը՝ մոտավորապես 700 կգ:

բ. Ամենամեծ ցամաքային կենդանին աֆրիկյան փիղն է: Դրանցից մեկի երկարությունը եղել է 10,67 մետր, բարձրությունը՝ 3, 96 մետր, քաշը՝ ավելի քան 12 տոննա:

գ. Ամենաբարձրահասակ ցամաքային կենդանին ընձուղտն է, որի բարձրությունը մոտավորապես 7 մետր է:

դ. Ամենամեծ արագությունը ունի բազեն. ժամում մինչև 350 կմ: Կաքնասունների մեջ կարճ տարածությունները (մինչև կես կիլոմետր) բոլորից արագ կարող է անցնել ընձառյուծը՝. արագությունը մինչև 100 կմ/ժամ: Ծովային կենդանիներից ամենաարագը դելֆինն է, որը կարող է լողալ մինչև 55 կմ/ժամ արագությամբ:

ե. Ամենախորը վայրում կարող է ապրել կետը, որը ընկղմվում է ծովի մեջ մինչև 3000 մ :

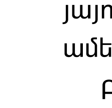
Եվ այսպես՝ ամենա-ամենա…մարդկանց, կենդանիների, գետերի և մեզ շրջապատող ամենատարբեր առարկաների ու երևույթների մասին: Իսկ արդյո՞ք այդ ամենա-ամենաները պարզելու համար չեն անցկացվում մարզական բոլոր միջոցառումները: Այդ ամենա-ամենան դուք հաճախ եք պարզում նաև ձեր առօրյայում: Դուք որոշում եք ձեր դասարանի ամենաբարձրահասակ աշակերտին, ամենալավ սովորողին,…

Բայց ի՞նչ կապ ունեն այս ամենա-ամենաները պարզելու խնդիրները ֆունկցիաների հետ, կմտածեք դուք: Մանրամասն դիտարկենք մեկ օրինակ:

Երբ մենք ուզում ենք պարզել, թե ո՞րն է ամենաերկար կաքնասունը, ապա յուրաքանչյուր կաքնասունի առնչում ենք նրա երկարության հետ: Այսինքն՝ մենք կազմում ենք մի ֆունկցիա, որի որոշման տիրույթը բոլոր կաքնասունների բազմությունն է: Այդ ֆունկցիայի արժեքները երկարություններ են: Որոշել ամենաերկար կաքնասունի երկարությունը՝ նշանակում է գտնել նշված ֆունկցիայի արժեքներից մեծագույնը կամ մեծագույն արժեքը:

Ֆունկցիայի մեծագույն կամ փոքրագուն արժեքները գտնելու խնդիրը մեծ կարևորություն ունի նաև ֆունկցիաների միջոցով նկարագրվող այլ իրադրություններում:

Այժմ բերենք ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքների սահմանումները:



Ֆունկցիայի մեծագույն արժեքը

Թվերից կամ մեծություններից կազմված արժեքների տիրույթով ֆունկցիայի մեծագույն արժեք է կոչվում նրա արժեքների տիրույթի այն տարրը, որը փոքր չէ այդ բազմության մնացած տարրերից:

Դիցուք՝ թվերից կամ մեծություններից կազմված A բազմությունը f ֆունկցիայի արժեքների տիրույթն է: Սահմանումից հետևում է, որ A բազմության a տարրը f ֆունկցիայի մեծագույն արժեքն է, եթե A բազմության յուրաքանչյուր տարր a -ից մեծ չէ: Այսինքն՝ ինչպիսին էլ լինի A բազմության x տարրը՝ $x \leq a$:

Ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքը

Թվերից կամ մեծություններից կազմված արժեքների տիրույթով ֆունկցիայի փոքրագույն արժեք է կոչվում նրա արժեքների տիրույթի այն տարրը, որը մեծ չէ այդ բազմության մնացած տարրերից:

Դիցուք՝ թվերից կամ մեծություններից կազմված A բազմությունը f ֆունկցիայի արժեքների տիրույթն է: Սահմանումից հետևում է, որ A բազմության a տարրը f ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքն է, եթե A բազմության յուրաքանչյուր տարր a -ից փոքր չէ: Այսինքն՝ ինչպիսին էլ լինի A բազմության x տարրը՝ $x \geq a$:

Օրինակներ. ա. Դիտարկեք ձեր դասարանի աշակերտների հասակը ցույց տվող f ֆունկցիան. այն ձեր դասարանցիներից յուրաքանչյուրին առնչում է նրա հասակի հետ: Չափեք ձեր դասարանի ամենաբարձրահասակ աշակերտին. ստացված թիվն էլ կլինի f ֆունկցիայի մեծագույն արժեքը: Իսկ դասարանի ամենակարճ աշակերտի հասակն էլ կլինի f ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքը:

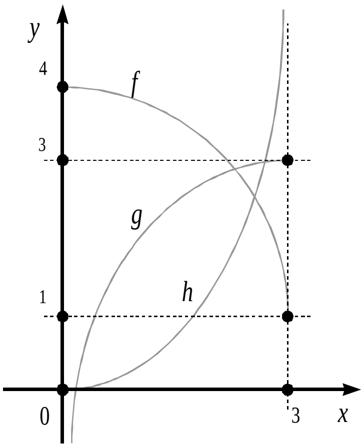
բ. Դիտարկենք աղյուսակով տրված հետևյալ ֆունկցիաները.

Երկիրը հիմնական	*բնակչություն՝ 1995թ (մլն. մարդ)*	*տարածություն (հզ. քառ կմ)*	*մայրաքաղաքը*	*մայրաք. բնակչ. (մլն. մարդ)*	*պետական լեզուն*	*կրոնը*
Հայաստան	3,8	30	Երևան	1,3	հայերեն	քրիստ.
Հունաստան	10,5	132	Աթենք	3	հունարեն	քրիստ.
Ռուսաստան	149	17000	Մոսկվա	9	ռուսերեն	քրիստ.
Վրաստան	5,5	70	Թիֆլիս	1,3	վրացերեն	քրիստ.
Ֆրանսիա	58	552	Փարիզ	9	ֆրանսերեն	քրիստ.
Գերմանիա	82	356	Բեռլին	3,3	գերմաներեն	քրիստ.
ԱՄՆ	250	9367	Վաշինգտոն	2	անգլերեն	քրիստ.
Անգլիա	57	244	Լոնդոն	7,1	անգլերեն	քրիստ.
Իրան	60	1648	Թեհրան	8	ֆարսի	իսլամ
	f	g	h	φ	η	μ

Այս աղյուսակով պատկերված են վեց ֆունկցիաներ: f ֆունկցիան ցույց է տալիս աղյուսակում նշված երկրների բնակչության թիվը 1995 թվականին: Ամենաշատ բնակչությունն ունի ԱՄՆ -ը՝ 250 միլիոն: Հետևաբար՝ f ֆունկցիայի մեծագույն արժեքն է 250 միլիոն: Ամենաքիչ բնակչությունն ունի Հայաստանը՝ 3,8 միլիոն: Հետևաբար՝ f ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքն է 3,8 միլիոն: g ֆունկցիան ցույց է տալիս նույն երկրների տարածքները: Ամենամեծ տարածքն ունի Ռուսաստանը՝ 17 միլիոն քառ. կմ: Հետևաբար՝ g ֆունկցիայի մեծագույն արժեքն է 17 միլիոն քառ. կմ: Ամենափոքր տարածքն ունի դարձյալ Հայաստանը՝ 29,74 հազար քառ. կմ: Հետևաբար՝ g ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքն է 29,74 հազար քառ. կմ: h ֆունկցիան ցույց է տալիս նույն երկրների մայրաքաղաքները: Ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը թվերից կամ մեծություններից կազմված չէ: Հետևաբար՝ անիմաստ է խոսել այս ֆունկցիայի մեծագույն կամ փոքրագույն արժեքների մասին: φ ֆունկցիան ցույց է տալիս աղյուսակում նշված երկրների մայրաքաղաքների բնակչության թիվը 1995 թվականին: Ամենաշատ բնակչությունն ունի Ռուսաստանի մայրաքաղաք Մոսկվան՝ 9 միլիոն: Հետևաբար՝ φ ֆունկցիայի մեծագույն արժեքն է 9 միլիոն: Վերջին երկու՝ η և μ ֆունկցիաները ցույց են տալիս նշված երկրների պետական լեզուները և պետական կրոնները: Այս ֆունկցիաների արժեքների տիրույթները նույնպես թվերից կամ մեծություններից կազմված չեն: Հետևաբար՝ անիմաստ է խոսել դրանց մեծագույն կամ փոքրագույն արժեքների մասին:

Դիցուք՝ ֆունկցիան տրված է հորիզոնական աղյուսակով և նրա արժեքների տիրույթը կազմված է միայն թվերից կամ միայն մեծություններից, այսինքն՝ աղյուսակի ստորին տողում գրված են միայն թվեր կամ միայն մեծություններ: Այդ դեպքում տվյալ ֆունկցիայի մեծագույն արժեքը աղյուսակի ստորին տողում գրված թվերից (կամ մեծություններից) ամենամեծն է, իսկ փոքրագույն արժեքը՝ դրանցից ամենափոքրը: Նույն կերպ են որոշվում նաև ուղղաձիգ աղյուսակով տրված ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները:

գ. Հետևյալ գծագրում կոորդինատային հարթության վրա պատկերված են f, g և h ֆունկցիաները: f ֆունկցիայի մեծագույն արժեքն է 4, իսկ փոքրագույն արժեքը՝ 1: g ֆունկցիայի մեծագույն արժեքը 3 է, իսկ փոքրագույն արժեք այդ ֆունկցիան չունի: h ֆունկցիան էլ ունի 0 փոքրագույն արժեքը, բայց չունի մեծագույն արժեք: Թվերից կամ մեծություններից կազմված արժեքների տիրույթով ֆունկցիան կարող է միաժամանակ մեծագույն և փոքրագույն արժեքներ չունենալ: Այդպիսին է, օրինակ, $y = x$ ֆունկցիան: Հաճախ առանձնակի կարևորություն է ունենում այն տարրը, որը տվյալ ֆունկցիան առնչում է իր մեծագույն արժեքի հետ: Եթե f ֆունկցիայի մեծագույն արժեքն է a, ապա խոսքը գնում է այն b տարրի



մասին, որի համար $f(b)=a$: Մարզական միջոցառումները անց են կացվում հենց այդպիսի տարրերը հայտնաբերելու համար. դրանք կոչվում են ***չեմպիոններ:*** ԽՍՀՄ 1973 թ. ֆուտբոլի առաջնության եզրափակիչ աղյուսակը, օրինակ, յուրաքանչյուր թիմի առնչում է նրա հավաքած միավորների քանակը: Այդ f ֆունկցիայի մեծագույն արժեքը եղել է 39: Այդքան միավոր է հավաքել Երևանի «Արարատ» ֆուտբոլային թիմը. f («Արարատ») = 39: Այդ հրաշալի թիմն էլ դարձել է ԽՍՀՄ չեմպիոն:

3. Ֆունկցիաների աճումը և նվազումը: Գրաֆիկներով կամ դիագրամներով պատկերված ֆունկցիաները մի շարք տեղեկություններ են պարունակում այն առարկաների մասին, որոնք դիտարկվում են այդ ֆունկցիաներով: Վերցրեք ռազմական ծախսերի մասին դիագրամը: Նկատե՞լ եք, որ տարիների աճին զուգընթաց ռազմական ծախսերը նույնպես անշեղորեն աճում են:

Դիտարկենք մեկ այլ օրինակ: Հետևյալ աղյուսակում պատկերված է աշխարհի բնակչության փոփոխությունը մեր թվարկության ընթացքում:

Աշխարհի բնակչությունը՝ միլիոններով

1000 թ.	1500 թ.	1800 թ.	1900 թ.	1950 թ.	1980 թ.	1990թ.
305	440	952	1656	2501	4430	5300

Աղյուսակը ներկայացնում է ժամանակի ընթացքում աշխարհի բնակչության փոփոխությունը ցույց տվող ֆունկցիան: Դուք պետք է նկատեք, որ այստեղ նույնպես, տարիների աճին զուգընթաց, աճում է նաև աշխարհի բնակչության թիվը: Սա նշանակում է հետևյալը: Եթե այս ֆունկցիան նշանակենք f-ով, ապա $1000<1500$ և $f(1000)<f(1500)$, $1500<1800$ և $f(1500)<f(1800)$: Եվ, ընդհանրապես, եթե $a<b$, ապա $f(a)<f(b)$, որտեղ a-ն և b-ն f ֆունկցիայի որոշման տիրույթի կամայական տարրեր են:

Այսպիսով՝ ֆունկցիաների աճման հատկությունը կապված է ֆունկցիայի և անհավասարության համաձայնեցվածության հետ: Որպեսզի կարողանանք ձևակերպել համապատասխան հատկությունը, կատարենք մի կարևոր դիտողություն:

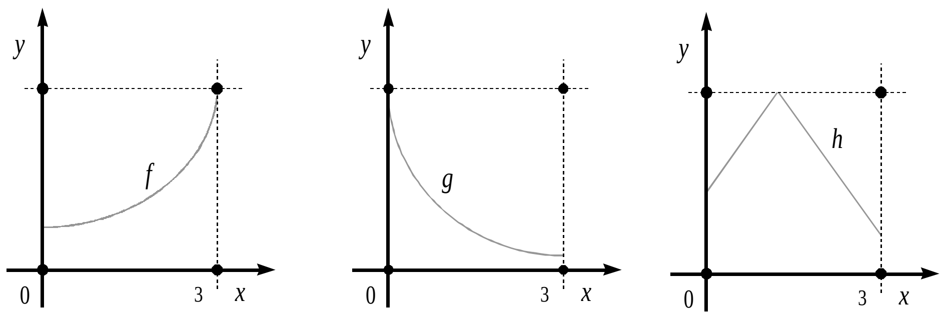
Դիցուք՝ f ֆունկցիան համաձայնեցված է անհավասարության հետ: Այսինքն՝ եթե ֆունկցիայի որոշման տիրույթի a և b երկու տարրերի համար $a<b$, ապա $f(a)<f(b)$: Այսպիսով՝ նշված համաձայնեցվածությունը ստանալու համար,

նախ հարկ է, որ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը, ինչպես նաև նրա արժեքների տիրույթը կազմված լինեն միայն թվերից կամ միայն համասեռ մեծություններից: Այլապես հնարավոր չի լինի նրանցից յուրաքանչյուրի տարրերի միջև ստեղծել անհավասարության առնչություն: Առաջիկայում, այնտեղ, որտեղ խոսք է գնում անհավասարության հետ ֆունկցիաների համաձայնեցվածության մասին մենք ամենուրեք կենթադրենք, որ այդ ֆունկցիաների որոշման տիրույթները և արժեքների տիրույթները օժտված են նշված հատկությամբ:

Աճող ֆունկցիայի սահմանումը

Ֆունկցիան կոչվում է աճող, եթե արգումենտի արժեքների ամեն մի աճի դեպքում ֆունկցիայի արժեքները նույնպես աճում են, իհարկե, եթե արգումենտի արժեքները պատկանում են ֆունկցիայի որոշման տիրույթին: Այսինքն՝ f *ֆունկցիան կոչվում է աճող, եթե նրա որոշման տիրույթի կամայական* a *և* b *տարրերի համար* $a<b$ *անհավասարությունից հետևում է* $f(a)<f(b)$ *անհավասարությունը:*

Աճող ֆունկցիաները իրենց տեսքով առանձնանում են հատկապես կոորդինատային հարթության վրա:



Այս ֆունկցիաներից առաջինը աճող է, իսկ երկրորդը և երրորդը՝ ոչ: Կոորդինատային հարթության մեջ ձախից դեպի աջ շարժվելիս աճող ֆունկցիայի գրաֆիկը բարձրանում է դեպի վերև:

Աճող ֆունկցիայի կոորդինատական պատկերումը

Ֆունկցիայի աճող լինելը նշանակում է, որ կոորդինատային հարթության մեջ ձախից դեպի աջ շարժվելիս նրա գրաֆիկը շարունակ բարձրանում է դեպի վեր:

Դիտարկենք վերևում կոորդինատային հարթության վրա պատկերված երկրորդ ֆունկցիան: Դուք հեշտությամբ կհամոզվեք, որ այստեղ արգումենտի յուրաքանչյուր աճին զուգընթաց՝ ֆունկցիայի արժեքները նվազում են: Նման ֆունկցիաները կոչվում են ***նվազող***:

Նվազող ֆունկցիայի սահմանումը

Ֆունկցիան կոչվում է նվազող, եթե արգումենտի արժեքների ամեն մի աճի դեպքում ֆունկցիայի արժեքները նվազում են, իհարկե, եթե արգումենտի արժեքները պատկանում են ֆունկցիայի որոշման տիրույթին: Այսինքն՝ f ֆունկցիան կոչվում է նվազող, եթե նրա որոշման տիրույթի կամայական a և b տարրերի համար $a<b$ անհավասարությունից հետևում է $f(a)>f(b)$ անհավասարությունը:

Նվազող ֆունկցիաները նույնպես իրենց տեսքով լավ են առանձնանում կոորդինատային հարթության վրա:

Նվազող ֆունկցիայի կոորդինատական պատկերումը

Ֆունկցիայի նվազող լինելը նշանակում է, որ կոորդինատային հարթության մեջ ձախից դեպի աջ շարժվելիս նրա գրաֆիկը շարունակ իջնում է դեպի ներքև:

Ֆունկցիան կարող է ոչ աճող լինել և ոչ էլ նվազող: Այդպիսին է, օրինակ, վերևում 3 -րդ գրաֆիկով պատկերված ֆունկցիան: Նրա գրաֆիկի մեջ դուք տեսնում եք ինչպես վերև բարձրացող, այնպես էլ ներքև իջնող տեղամասեր: Այս օրինակը ցույց է տալիս, որ ֆունկցիան կարող է աճող կամ նվազող չլինել, բայց իր որոշման տիրույթի առանձին տեղամասում լինել աճող կամ նվազող: Դիտարկված օրինակում ֆունկցիան որոշման տիրույթի $[0,\ 1]$ միջակայքում աճող է, իսկ $[1,\ 3]$ միջակայքում՝ նվազող:

ՀԱՄԿԱՑԵՆ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Ինչպե՞ս ենք որոշում հորիզոնական աղյուսակով պատկերված ֆունկցիայի որոշման տիրույթը և արժեքների տիրույթը:

2. Ինչպե՞ս ենք որոշում ուղղաձիգ աղյուսակով պատկերված ֆունկցիայի որոշման տիրույթը և արժեքների տիրույթը:

3. Երբ է թիվը պատկանում գրաֆիկով պատկերված ֆունկցիայի որոշման տիրույթին:

4. Ձևակերպեք ֆունկցիայի մեծագույն արժեքի սահմանումը:

5. Ի՞նչ տարրերից պետք է կազմված լինի ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը, որպեսզի իմաստ ունենա խոսել նրա մեծագույն արժեքների մասին:

6. Դիցուք՝ a թիվը պատկանում է f ֆունկցիայի արժեքների A տիրույթին, և ինչպիսին էլ լինի A բազմության x տարրը, $x \le a$: Ի՞նչ կարելի է ասել այդ դեպքում a թվի մասին:

7. Դիցուք՝ a թիվը չի պատկանում f ֆունկցիայի արժեքների A տիրույթին, և ինչպիսին էլ լինի A բազմության x տարրը, $x \le a$: Կարելի՞ է այդ դեպքում պնդել, որ
   ա. a թիվը f ֆունկցիայի մեծագույն արժեքն է, բ. f ֆունկցիան ունի մեծագույն արժեք:

8. Ձևակերպեք ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքի սահմանումը:

9. Ի՞նչ տարրերից պետք է կազմված լինի ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը, որպեսզի իմաստ ունենա խոսել նրա փոքրագույն արժեքի մասին:

10. Դիցուք` a թիվը պատկանում է f ֆունկցիայի արժեքների A տիրույթին, և ինչպիսին էլ լինի A բազմության x տարրը, $x \ge a$: Ի՞նչ կարելի է ասել այդ դեպքում a թվի մասին:

11. Դիցուք` a թիվը չի պատկանում f ֆունկցիայի արժեքների A տիրույթին, և ինչպիսին էլ լինի A բազմության x տարրը, $x \ge a$: Կարելի՞ է այդ դեպքում պնդել, որ

ա. a թիվը f ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքն է,

բ. f ֆունկցիան ունի փոքրագույն արժեք:

12. Ինչպե՞ս եք հասկանում անհավասարության հետ ֆունկցիայի համաձայնեցվածությունը:

13. Ինչու՞ անհավասարության հետ ֆունկցիաների համաձայնեցվածության հարցեր դիտարկելիս պետք է ենթադրել, որ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը և նրա արժեքների տիրույթը պետք է կազմված լինեն միայն թվերից կամ միայն համասեռ մեծություններից:

14. Ձևակերպեք աճող ֆունկցիայի սահմանումը:

15. Ձևակերպեք նվազող ֆունկցիայի սահմանումը:

16. Արդյո՞ք ֆունկցիայի աճող չլինելը նշանակում է, որ այն նվազող է:

17. Ի՞նչ է նշանակում, որ ֆունկցիան աճող է կամ նվազող իր որոշման տիրույթի առանձին տեղամասում:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

696-697. Որոշեք հետևյալ հավասարումներով որոշվող ֆունկցիաների որոշման տիրույթները և արժեքների տիրույթները.

696. ա. $y = x$, բ. $y = x-1$, գ. $y = 1$, դ. $y = -3+2x$:

697. ա. $y = \dfrac{1}{x}$, բ. $y = \dfrac{1}{x-1}$, գ. $y = x^2$, դ. $y = x^2+1$:

698. Արդյո՞ք թիվը պատկանում է $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթին (արժեքների տիրույթին).

ա. 1, բ. 0, գ. -3, դ. 10, ե. $1{,}5$, զ. $-0{,}2$:

699. Կոորդինատական հարթության վրա ցույց տվեք հետևյալ հավասարումով տրված ֆունկցիայի որոշման տիրույթը և արժեքների տիրույթը.

ա. $y = 1$, բ. $y = \dfrac{x}{x}$, գ. $y = \sqrt{x} + \sqrt{-x}$, դ. $y = x+1$:

700. Որոշեք հետևյալ հավասարումներով որոշվող ֆունկցիաների որոշման տիրույթները.

ա. $y=1$,
բ. $y=\frac{1}{x-1}+x$,
գ. $y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}$,
դ. $y=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}$:

701. Արդյո՞ք թիվը պատկանում է $y=\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}-\sqrt{3-x}$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթին.

ա. 1, բ. 0, գ. -3, դ. 10:

702. Բերեք մի ֆունկցիայի օրինակ, որը.

ա. ունենա և՛ մեծագույն արժեք, և՛ փոքրագույն արժեք,

բ. ունենա մեծագույն արժեք, բայց փոքրագույն արժեք չունենա,

գ. չունենա մեծագույն արժեք, բայց փոքրագույն արժեք ունենա,

դ. չունենա և՛ մեծագույն արժեք, և՛ փոքրագույն արժեք:

703. Բերեք դիագրամներով պատկերված ֆունկցիայի օրինակ, որի համար արգումենտի արժեքների աճին զուգընթաց ֆունկցիայի արժեքները նույնպես աճում են:

704. Բերեք աղյուսակներով պատկերված ֆունկցիայի օրինակ, որի համար արգումենտի արժեքների աճին զուգընթաց ֆունկցիայի արժեքները նույնպես աճում են:

705. Բերեք կոորդինատային հարթության վրա պատկերված ֆունկցիայի օրինակ, որը.

ա. աճող է, բ. աճող չէ:

706. Ինչպե՞ս են պատկերվում կոորդինատային հարթության վրա.

ա. աճող ֆունկցիաները, բ. նվազող ֆունկցիաները:

707. Բերեք կոորդինատային հարթության վրա պատկերված ֆունկցիայի օրինակ, որը.

ա. նվազող է, բ. նվազող չէ:

708. Հետևյալ ֆունկցիաներից որո՞նք են աճող կամ նվազող.

ա. $y=x$, բ. $y=x^2$, գ. $y=-x$, դ. $y=1+x$:

709. Հետևյալ ֆունկցիաներից որո՞նք են աճող կամ նվազող.

ա. $y=1-x$, բ. $y=2x$, գ. $y=\frac{x}{2}$:

710. Ցույց տվեք, որ հաստատուն գումարով համեմատականությունները պատկերում են նվազող ֆունկցիաներ:

711. Ցույց տվեք, որ հաստատուն տարբերությամբ համեմատականությունները պատկերում են աճող ֆունկցիաներ:

712. Արդյո՞ք հաստատուն արտադրյալով համեմատականությունները պատկերում են աճող կամ նվազող ֆունկցիաներ:

713. Արդյո՞ք հաստատուն հարաբերությամբ համեմատականությունները պատկերում են աճող կամ նվազող ֆունկցիաներ:

714. Ի՞նչ կարելի է ասել a հաստատունի մասին, եթե a հաստատուն հարաբերությամբ համեմատականությունը.

ա. աճող է, բ. նվազող է:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

715. Դիցուք՝ f ֆունկցիան ձեր դասարանի յուրաքանչյուր աշակերտի առնչում է այն նստարանի հետ, որի վրա նստում է այդ աշակերտը: Որոշեք այդ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը և արժեքների տիրույթը:

716. Առանձնացրեք 15.2 կետում բերված ֆունկցիաների օրինակները, որոշեք նրանց որոշման և արժեքների տիրույթները:

717. Առանձնացրեք 649 վարժության մեջ նշված բոլոր ֆունկցիաները, որոշեք նրանց որոշման և արժեքների տիրույթները:

718. Առանձնացրեք 650 վարժության մեջ նշված բոլոր ֆունկցիաները, որոշեք նրանց որոշման և արժեքների տիրույթները:

719. Որոշեք 651 վարժության մեջ նշված բոլոր ֆունկցիաների որոշման և արժեքների տիրույթները:

720. Որոշեք 16.1 կետի՝ աշխարհամասերի մասին տվյալներ պարունակող աղյուսակում պատկերված ϕ, γ, η, ϕ, η, ֆունկցիաների որոշման տիրույթները և արժեքների տիրույթները:

721. Որոշեք 16.1 կետի՝ օվկիանոսների մասին տվյալներ պարունակող աղյուսակում պատկերված μ, ρ, η, ϕ ֆունկցիաների որոշման տիրույթները և արժեքների տիրույթները:

722. Որոշեք 16.1 կետի՝ աշխարհամասերի ամենաբարձր գագաթների և ամենաերկար գետերի մասին տվյալներ պարունակող աղյուսակում պատկերված μ, ρ, η, ϕ, φ ֆունկցիաների որոշման տիրույթները և արժեքների տիրույթները:

723. Որոշեք 16.1 կետի՝ ժամանակի հաշվարկների աղյուսակում պատկերված f և g ֆունկցիաների որոշման տիրույթները և արժեքների տիրույթները:

724. Ե՞րբ է ստեղծվել և ինչի՞ մասին է Գինեսի գիրքը:

725. Գտեք այն ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները, որը առնչում է.

ա. կաթնասուններին՝ նրանց երկարությունների հետ,

բ. կաթնասուններին՝ նրանց զանգվածների հետ,

գ. ցամաքային կենդանիներին՝ նրանց զանգվածների հետ,

դ. ցամաքային կենդանիներին՝ նրանց հասակների հետ,

ե. թռչուններին՝ այն ամենամեծ արագության հետ, որով նրանք կարող են թռչել,

զ. ծովային կենդանիներին՝ այն ամենամեծ արագության հետ, որով նրանք կարող են լողալ,

է. կենդանիներին՝ ծովի մակերևույթից ունեցած այն ամենացածր խորության հետ, որտեղ նրանք կարող են ապրել:

726. Յուրաքանչյուր կենդանի ձայն է հանում: Ամենաբարձր ձայնը հանում է երկնագույն կետը. նրա ձայնը կարելի է լսել 850 կմ հեռավորության վրա: Սահմանեք համապատասխան ֆունկցիան և որոշեք նրա մեծագույն արժեքը:

727. Կաթնասունների մեջ մեքսիկական անմազ շունը ունի մարմնի ամենաբարձր ջերմաստիճան՝ 40 աստիճան ըստ ցելսիուսի: Սահմանեք համապատասխան ֆունկցիան և որոշեք նրա մեծագույն արժեքը:

728. Ամենաբարձր վայրում ապրում է եզնուղտը, Չինաստանի Տիբեթի լեռներում, ծովի մակերևույթից 6100 մ բարձրության վրա: Սահմանեք համապատասխան ֆունկցիան և որոշեք նրա մեծագույն արժեքը:

729. Ամենամեծ հոտը կազմում են վիթերը. երբեմն մեկ հոտի մեջ միավորվում են մինչև 100 միլիոն վիթեր: Սահմանեք համապատասխան ֆունկցիան և որոշեք նրա մեծագույն արժեքը:

730. Ամենամեծ օժիտը իր աղջկա համար տվել է Կոլումբիական մեծահարուստ Սիմոն Պատինյոն (1861-1947): Այդ օժիտը հավասար է եղել ութ միլիոն ֆունտ ստեռլինգի: Սահմանեք համապատասխան ֆունկցիան և որոշեք նրա մեծագույն արժեքը:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

731. Ինչ-որ ամսում զույգ թվով օրերի եղան երեք կիրակի: Շաբաթվա ո՞ր օրն էր այդ ամսի 20-ը:

732. Ամենամեծ գանձը գտնվել է 1814թ. Իտալիայում (Մոդենա): Այն բաղկացած է եղել $80\ 000$ ոսկեդրամներից: Սահմանեք համապատասխան ֆունկցիան և որոշեք մեծագույն արժեքը:

733. Ամենաթանկ կենդանիները համարվում են զտարյուն արշավածիերը: Դրանցից «Շերիֆ Դանսեր» անունով ձին գնահատվել է 40 միլիոն դոլար: Ամենաթանկ վայրի կենդանին համարվում է Մադրիդի գազանանոցում պահվող պանդա աժդահա արջը: Այն գնահատվում է ավելի քան մեկ միլիոն դոլար: Ծովային ամենաթանկ կենդանիները Լոս-Անջելեսում պահվող դելֆինների Օռկա անունով զույգն է: Այն գնահատվել է երկու միլիոն դոլար: Սահմանեք համապատասխան ֆունկցիաները և որոշեք նրանց մեծագույն արժեքները:

734. $\overline{aab}$, $\overline{aba}$, $\overline{baa}$ եռանիշ թվերի գումարը 1998 է: Գտեք այդ թվերը:

ԿՐԿՆՈՒԹՅՈՒՆ

735. Գծեք հավասարումով պատկերված ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $y=0$, բ. $y=1$, գ. $x=0$, դ. $x=1$,

ե. $y=x$, զ. $y=-x$, է. $y=x+1$, ը. $y=-x-1$:

736. Գրեք $ax^2+bx+c=0$ հավասարման լուծման բանաձևերը:

737. x -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում է ax^2+bx+c քառակուսային եռանդամը ընդունում.

ա. մեծագույն արժեք, բ. փոքրագույն արժեք:

738. Սահմանեք համեմատականությունը և բերեք նրա մեկ օրինակ.

ա. գումարային ուղիղ, բ. հակադիր,

գ. արտադրյալային ուղիղ, դ. հակադարձ:

§18 ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԻ ՕՐԻՆԱԿՆԵՐ

1. Գծային ֆունկցիա: Մեկ փոփոխականով ամեն մի բազմանդամ փոփոխականի յուրաքանչյուր թվային արժեքի դեպքում ընդունում է մի թվային արժեք: Եթե մենք համեմատենք փոփոխականի ընդունած թվային արժեքները բազմանդամի ընդունած համապատասխան թվային արժեքների հետ, ապա կունենանք մի ֆունկցիա: Հետևաբար՝ մեկ փոփոխականով ամեն մի բազմանդամ կարելի է դիտել որպես ֆունկցիա: Նկատի ունենալով այս՝ հաճախ իրենք՝ բազմանդամներն էլ են անվանվում ֆունկցիաներ:

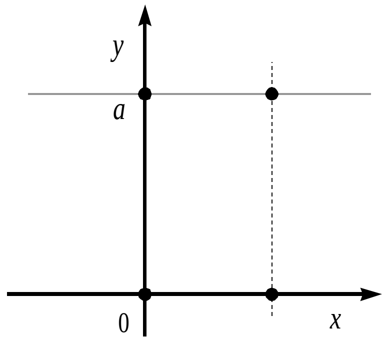
Եթե ունենք $f(x)$ բազմանդամը, ապա x փոփոխականի ընդունած թվային արժեքներից կախված՝ $f(x)$ բազմանդամի ընդունած արժեքների փոփոխությունը ցույց տալու համար վերցնենք որևէ փոփոխական, օրինակ՝ y, և նշանակենք $y=f(x)$: Այս նշանակումը ցույց է տալիս, որ երբ x փոփոխականը ընդունում է ինչ-որ a թվային արժեքը, y փոփոխականը ընդունում է $f(a)$ թվային արժեքը: Ավելի հաճախ «ֆունկցիա» տերմինը մենք կօգտագործենք ոչ թե $f(x)$ բազմանդամի, այլ $y=f(x)$ հավասարման համար:

Քանի որ յուրաքանչյուր բազմանդամի փոփոխականը կարող է ընդունել ցանկացած թվային արժեք, ապա բազմանդամով որոշվող ֆունկցիայի կամ, որ նույնն է, բազմանդամի որոշման տիրույթը իրական թվերի բազմությունն է:

Բազմանդամով որոշվող ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը և նրա գրաֆիկի տեսքը մեծապես պայմանավորված են բազմանդամի աստիճանով:

Նախ դիտարկենք զրոն և զրո աստիճանի բազմանդամները, այսինքն՝ հաստատունները: Այդ բազմանդամներով որոշված ֆունկցիաները կոչվում են ***հաստատուն*** ֆունկցիաներ:

Հաստատուն ֆունկցիայի ընդունած արժեքները նույնն են փոփոխականի ընդունած ցանկացած արժեքի համար. $y=a$ հաստատուն ֆունկցիան փոփոխականի ցանկացած արժեքի դեպքում ընդունում է միևնույն՝ a արժեքը: Հետևաբար՝ նրա արժեքների տիրույթը կազմված է մեկ՝ a տարրից. այն $\{a\}$ բազմությունն է:



Հաստատուն ֆունկցիայի գրաֆիկը, $a>0$

Այսպիսով՝ a հաստատուն ֆունկցիան, ըստ էության, համընկնում է $y=a$ հավասարման հետ: Հետևաբար՝ համընկնում են նաև նրանց գրաֆիկները: Իսկ $y=a$ հավասարման գրաֆիկը մեզ ծանոթ է: Այն աբսցիսների առանցքին զուգահեռ ուղիղն է, որը օրդինատների առանցքի հետ հատվում է a օրդինատն ունեցող կետում:

Առաջին աստիճանի բազմանդամի ընդհանուր տեսքն է $ax+b$, որտեղ x -ը փոփոխականն է, a -ն՝ զրոյից տարբեր, b -ն՝ կամայական թվեր: Համապատասխան $y=ax+b$ ֆունկցիան կանվանենք ***առաջին աստիճանի ֆունկցիա:*** Մենք գիտենք, որ $ax+b$ բազմանդամի գրաֆիկը ուղիղ գիծ է: Այդ պատճառով $y=ax+b$ ֆունկցիան նաև կոչվում է ***գծային ֆունկցիա:*** Այսպիսով՝ գծային ֆունկցիաները հաստատուն ֆունկցիաներն են և առաջին աստիճանի ֆունկցիաները:

Գծային ֆունկցիայի որոշման տիրույթը բոլոր իրական թվերի բազմությունն է: Նրա արժեքների տիրույթը կախված է a գործակցի զրո լինելու կամ չլինելու հետ: $a=0$ դեպքում մենք կունենանք հաստատուն ֆունկցիա, որը վերևում արդեն դիտարկված է: $a\neq 0$ դեպքում մենք կունենանք առաջին աստիճանի ֆունկցիա: Ի՞նչ արժեքներ կարող է ընդունել առաջին աստիճանի ֆունկցիան: Այսինքն՝ ո՞րն է նրա արժեքների տիրույթը:

Առաջին աստիճանի ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը

Առաջին աստիճանի ֆունկցիան կարող է ընդունել ցանկացած իրական արժեք: Այսինքն՝ առաջին աստիճանի ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը իրական թվերի բազմությունն է:

Ապացուցում: Դիցուք՝ ունենք $y=ax+b$ առաջին աստիճանի ֆունկցիան, որտեղ $a\neq 0$: Վերցնենք կամայական α իրական թիվը: Տրված ֆունկցիան կընդունի α արժեքը, եթե գտնվի x փոփոխականի այնպիսի թվային արժեք, որի համար $ax+b$ բազմանդամի արժեքը հավասարվի α թվին: Այսինքն՝ $ax+b=\alpha$ հավասարումը լուծում ունենա: Վերջինիս լուծումն է $(\alpha-b)/a$: Դուք հեշտությամբ կհամոզվեք, որ իսկապես՝ x փոփոխականի ընդունած $(\alpha-b)/a$ արժեքի դեպքում y փոփոխականը ընդունում է α արժեքը: Եվ քանի որ α-ն կամայական իրական թիվ է, ապա, իրոք, ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը իրական թվերի բազմությունն է:

Շատ հետաքրքիր ու պարզ է առաջին աստիճանի ֆունկցիայի «վարքը» աճման կամ նվազման տեսանկյունից:

Առաջին աստիճանի ֆունկցիայի աճումը և նվազումը

$y=ax+b$ ֆունկցիան a գործակցի 0 -ից մեծ արժեքների համար աճող է, իսկ 0 -ից փոքր արժեքների համար՝ նվազող:

Ապացուցում: ա. Դիցուք $a<0$: Վերցնենք α, β իրական թվերը: Եթե x փոփոխականը ընդունի α կամ β արժեքները, ապա y փոփոխականը կընդունի $a\alpha+b$ և $a\beta+b$ արժեքները: Այժմ, եթե ենթադրենք, որ $\alpha<\beta$, ապա կստանանք $a\alpha+b>a\beta+b$: Սա նշանակում է, որ x փոփոխականի մեծացման հետ զուգընթաց, y փոփոխականը փոքրանում է: Այսինքն՝ ֆունկցիան նվազող է:

բ. Դիցուք $a>0$: Վերցնենք α, β իրական թվերը: Եթե ենթադրենք, թե $\alpha<\beta$, ապա կստանանք $a\alpha+b<a\beta+b$: Սա նշանակում է, որ x փոփոխականի մեծացման հետ զուգընթաց, y փոփոխականը նույնպես մեծանում է: Այսինքն՝ ֆունկցիան աճող է:

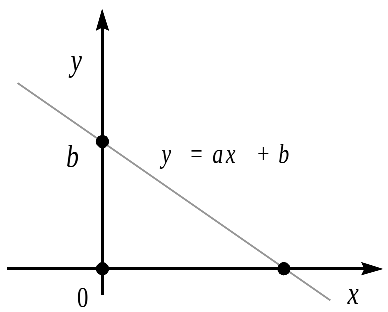
Այժմ մենք կարող ենք պատկերել առաջին աստիճանի ֆունկցիայի գրաֆիկը:

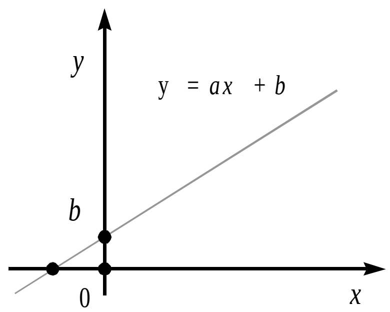
Առաջին աստիճանի ֆունկցիայի գրաֆիկը

Առաջին աստիճանի $y=ax+b$ ֆունկցիայի գրաֆիկը ուղիղ գիծ է: Ընդ որում՝

ա. եթե a գործակիցը դրական է, ապա կոորդինատային հարթության մեջ ձախից դեպի աջ շարժվելիս ֆունկցիայի գրաֆիկը բարձրանում է վերև,

բ. եթե a գործակիցը բացասական է, ապա կոորդինատային հարթության մեջ ձախից դեպի աջ շարժվելիս ֆունկցիայի գրաֆիկը իջնում է ներքև:





2. Քառակուսային ֆունկցիա: Երկրորդ աստիճանի բազմանդամի ընդհանուր տեսքն է ax^2+bx+c , որտեղ x -ը փոփոխականն է, a -ն՝ զրոյից տարբեր, b -ն և c -ն՝ կամայական իրական թվեր: Համապատասխան $y=ax^2+bx+c$ ֆունկցիան կանվանենք ***երկրորդ աստիճանի*** կամ ***քառակուսային ֆունկցիա:***

Քառակուսային ֆունկցիայի որոշման տիրույթը բոլոր իրական թվերի բազմությունն է: Նրա արժեքների տիրույթը կախված է գործակիցներից և, առաջին հերթին, a -ի նշանից:

Քառակուսային ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը

$y=ax^2+bx+c$ քառակուսային ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը.

ա. $a>0$ դեպքում $\left[\dfrac{-b^2+4ac}{4a},\infty\right)$ *միջակայքն է,*

բ. $a<0$ դեպքում $\left(-\infty,\dfrac{-b^2+4ac}{4a}\right]$ *միջակայքն է:*

Ապացուցում: ա. $a>0$: Դիցուք՝ $d\in\left[\left(-b^2+4ac\right)/4a,\infty\right)$, այսինքն՝ $d\geq\left(-b^2+4ac\right)/4a$: Ցույց տանք, որ d -ն պատկանում է $y=ax^2+bx+c$ քառակուսային ֆունկցիայի արժեքների տիրույթին: Այսինքն՝ ցույց տանք, որ գոյություն ունի x փոփոխականի այնպիսի արժեք, որի համար $ax^2+bx+c=d$: Իսկ սա նշանակում է ցույց տալ, որ վերջին հավասարումը լուծում ունի: Վերջին հավասարման լուծում ունենալու պայմանը նրա տարբերիչի զրոյից փոքր չլինելն է՝ $b^2-4a(c-d)\geq 0$: Այս ոչ խիստ անհավասարությունն էլ համարժեք է $d\geq\left(-b^2+4ac\right)/4a$ ոչ խիստ անհավասարությանը:

բ դեպքը ապացուցվում է նման ձևով:

Քառակուսային ֆունկցիայի մեծագույն արժեքը

$y=ax^2+bx+c$ քառակուսային ֆունկցիան.

ա. $a>0$ դեպքում մեծագույն արժեք չունի:

բ. $a<0$ դեպքում ունի միակ մեծագույն արժեքը: Այն կլինի $\dfrac{-b^2+4ac}{4a}$ *:*

Ապացուցում: ա. Հետևում է քառակուսային եռանդամի անսահմանափակության հատկությունից:

բ. Հետևում է քառակուսային ֆունկցիայի արժեքների տիրույթի հատկությունից:

Քառակուսային ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքը

$y = ax^2 + bx + c$ քառակուսային ֆունկցիան.

ա. $a > 0$ դեպքում ունի միակ փոքրագույն արժեքը: Այն կլինի $\frac{-b^2 + 4ac}{4a}$:

բ. $a < 0$ դեպքում փոքրագույն արժեք չունի:

Ապացույցը կատարվում է նախորդ հատկության ապացույցի նմանությամբ:

Քառակուսային ֆունկցիայի գագաթի սահմանումը

xOy կոորդինատային հարթության $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-b^2 + 4ac}{4a}\right)$ կետը կոչվում է $y = ax^2 + bx + c$ ֆունկցիային գագաթ:

Շատ հետաքրքիր ու պարզ է քառակուսային ֆունկցիայի «վարքը» աճման կամ նվազման տեսանկյունից:

Քառակուսային ֆունկցիայի աճումը կամ նվազումը

$y = ax^2 + bx + c$ քառակուսային ֆունկցիան

ա. $a > 0$ դեպքում աճում է $\left[\frac{-b}{2a}, \infty\right)$ միջակայքում, նվազում է $\left(-\infty, \frac{-b}{2a}\right]$ միջակայքում,

բ. $a < 0$ դեպքում աճում է $\left(-\infty, \frac{-b}{2a}\right]$ միջակայքում, նվազում է $\left[\frac{-b}{2a}, \infty\right)$ միջակայքում:

Ապացուցում: ա. Դիցուք $a > 0$: Վերցնենք α, β իրական թվերը՝ $-b/2a \le \alpha < \beta$: Այդ դեպքում $\beta - \alpha > 0$, $2a\alpha + b \ge 0$: Այստեղից՝

$$(a\beta^2 + b\beta + c) - (a\alpha^2 + b\alpha + c) = a(\beta - \alpha)^2 + (\beta - \alpha)(2a\alpha + b) > 0:$$

Հետևաբար՝

$$a\beta^2 + b\beta + c > a\alpha^2 + b\alpha + c:$$

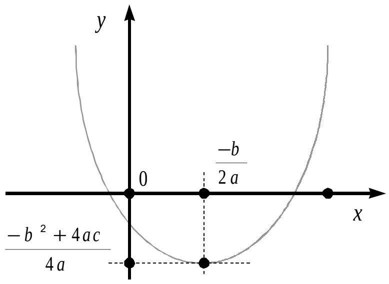
Սա նշանակում է, որ $\left[\frac{-b}{2a}, \infty\right)$ միջակայքում x փոփոխականի ընդունած արժեքների մեծացման հետ զուգընթաց՝ տրված ֆունկցիայի ընդունած համապատասխան արժեքները ևս մեծանում են: Այսինքն՝ ֆունկցիան աճող է:

բ. Ապացուցումը կատարվում է ա դեպքի ապացույցի նմանությամբ:

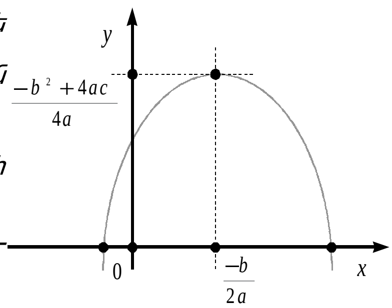
Ապացուցված հատկությունները հնարավորություն են տալիս կառուցելու քառակուսային ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Քառակուսային ֆունկցիայի գրաֆիկը

$y=ax^2+bx+c$ քառակուսային ֆունկցիայի գրաֆիկը պարաբոլ է: Նրա գագաթը $\left(\frac{-b}{2a},\frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$ կոորդինատներով կետն է: Ընդ որում.



ա. եթե $a>0$, ապա պարաբոլի ճյուղերը ուղղված են դեպի վեր: $\left(\frac{-b}{2a},\frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$ կետից դեպի աջ կամ ձախ շարժվելիս պարաբոլը անսահմանափակորեն բարձրանում է վերև:



բ. եթե $a<0$, ապա պարաբոլի ճյուղերը ուղղված են դեպի ներքև: $\left(\frac{-b}{2a},\frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$ կետից դեպի աջ կամ ձախ շարժվելիս պարաբոլը անսահմանափակորեն իջնում է ներքև:

3. $y=\frac{k}{x}$ **ՖՈՒՆԿՑԻԱՆ:** Մեկ փոփոխական պարունակող յուրաքանչյուր արտահայտություն փոփոխականի յուրաքանչյուր թվային արժեքի դեպքում կարող է ընդունել մեկ թվային արժեք: Եթե մենք համեմատենք փոփոխականի ընդունած թվային արժեքները արտահայտության ընդունած համապատասխան թվային արժեքների հետ, ապա կունենանք մի ֆունկցիա: Հետևաբար՝ մեկ փոփոխական պարունակող յուրաքանչյուր արտահայտություն կարելի է դիտել որպես ֆունկցիա: Ինչպես բազմանդամները, արտահայտությունները նույնպես անվանվում են ֆունկցիաներ:

Հասկանալի է, որ մեկ փոփոխականով յուրաքանչյուր բազմանդամ նաև մեկ փոփոխականով արտահայտություն է:

Կարևորագույն արտահայտությունը, որը բազմանդամ չէ, k/x արտահայտությունն է: Համապատասխան ֆունկցիան նշանակենք $y=k/x$ տեսքով, որտեղ k-ն զրոյից տարբեր հաստատուն իրական թիվ է:

$y = k/x$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը

$y = k/x$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը զրոյից տարբեր իրական թվերի բազմությունն է:

Ապացուցում: Պարզ է, որ k/x արտահայտության մեջ x փոփոխականը չի կարող ընդունել միայն 0 արժեք:

$y = k/x$ ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը

$y = k/x$ ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը զրոյից տարբեր իրական թվերի բազմությունն է:

Ապացուցում: Վերցնենք զրոյից տարբեր d իրական թիվը և ցույց տանք, որ այն պատկանում է $y = k/x$ ֆունկցիայի արժեքների տիրույթին: Այսինքն՝ գոյություն ունի x փոփոխականի այնպիսի արժեք, որի համար $k/x = d$: Սա նշանակում է, թե վերջին հավասարումը d հաստատունի զրոյից տարբեր արժեքների համար լուծում ունի: Իսկապես՝ այդ լուծումն է $x = k/d$:

$y = k/x$ ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները

$y = k/x$ ֆունկցիան մեծագույն և փոքրագույն արժեքներ չունի:

Ապացուցումը հետևում է նախորդ հատկությունից:

$y = k/x$ ֆունկցիայի աճումը կամ նվազումը

ա. $k > 0$ դեպքում $y = k/x$ ֆունկցիան նվազում է $(-\infty, 0)$ և $(0, \infty)$ միջակայքերում,

բ. $k < 0$ դեպքում $y = k/x$ ֆունկցիան աճում է $(-\infty, 0)$ և $(0, \infty)$ միջակայքերում:

Ապացուցում: ա. Դիցուք $k > 0$: Նշված միջակայքերից առաջինից վերցնենք α, β իրական թվերը՝ $\alpha < \beta < 0$: Այդ դեպքում $k/\beta < k/\alpha$:

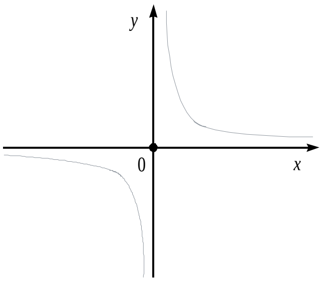
Սա նշանակում է, որ x փոփոխականի ընդունած արժեքների մեծացման հետ զուգընթաց՝ տրված ֆունկցիայի ընդունած համապատասխան արժեքները փոքրանում են: Այսինքն՝ ֆունկցիան նվազող է: Նույն արդյունքին կհանգենք, եթե α, β իրական թվերը վերցնենք $(0, \infty)$ միջակայքից:

բ. $k < 0$ դեպքի ապացուցումը կատարվում է $k > 0$ դեպքի ապացույցի նմանությամբ:

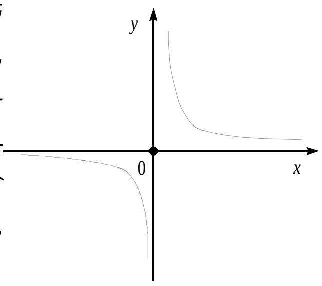
Ապացուցված հատկությունները հնարավորություն են տալիս կառուցելու $y = k/x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

$y = k/x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը

$y = k/x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը հիպերբոլ է: Ընդ որում.



ա. եթե $k > 0$, ապա հիպերբոլի ճյուղերը գտնվում են առաջին և երրորդ քառորդներում: $(0, 0)$ կետից դեպի աջ շարժվելիս հիպերբոլը կտրուկ իջնում է ցած և, այնուհետև, անընդհատ մոտենում է աբսցիսների առանցքին` միշտ մնալով նրանից վերև` առաջին քառորդում: $(0, 0)$ կետից դեպի ձախ շարժվելիս հիպերբոլը կտրուկ բարձրանում է վեր և, այնուհետև, անընդհատ մոտենում է աբսցիսների առանցքին` միշտ մնալով նրանից ներքև` երրորդ քառորդում:



բ. եթե $k < 0$, ապա հիպերբոլի ճյուղերը գտնվում են երկրորդ և չորրորդ քառորդներում: $(0, 0)$ կետից դեպի աջ շարժվելիս հիպերբոլը կտրուկ բարձրանում է վեր և, այնուհետև, անընդհատ մոտենում է աբսցիսների առանցքին, միշտ մնալով նրանից ներքև` չորրորդ քառորդում: $(0, 0)$ կետից դեպի ձախ շարժվելիս հիպերբոլը կտրուկ իջնում է ցած և, այնուհետև, անընդհատ մոտենում է աբսցիսների առանցքին` միշտ մնալով նրանից վերև` երկրորդ քառորդում:

4. $y = \sqrt{x}$ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆ: Մաթեմատիկայում և նրա կիրառություններում հաճախ օգտագործվում է $y = \sqrt{x}$ ֆունկցիան և օգտակար է նրա հատկությունների իմացությունը:

$y = \sqrt{x}$ ֆունկցիայի որոշման և արժեքների տիրույթները

$y = \sqrt{x}$ ֆունկցիայի որոշման և արժեքների տիրույթները համընկնում են ոչ բացասական իրական թվերի բազմության հետ:

Ապացուցում: Քանի որ $\sqrt{x}$ արտահայտությունը իմաստ ունի միայն ոչ բացասական իրական թվերի համար, ապա ոչբացասական իրական թվերի բազմությունն էլ կլինի $y = \sqrt{x}$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը: Մյուս կողմից կամայական a ոչ բացասական թվի համար, ընդունելով $x = a^2$, կստանանք $x = \sqrt{a}$: Իսկ դա նշանակում է, որ $y = \sqrt{x}$ ֆունկցիան ընդունում է կամայական ոչ բացասական արժեք: Այսինքն՝ նրա արժեքների տիրույթը ոչ բացասական իրական թվերի բազմություն է:

$y=\sqrt{x}$ ֆունկցիայի մեծագույն և փոքրագույն արժեքները

$y=\sqrt{x}$ ֆունկցիան մեծության արժեք չունի: Նրա փոքրության արժեքն է 0:

Ապացուցում: Հասկանալի է, որ $\sqrt{x}$ -ը բացասական արժեք ընդունել չի կարող: Եվ քանի որ $\sqrt{0}=0$, ապա $y=\sqrt{x}$ ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքը 0-ն է: Մյուս կողմից, օգտվելով քառակուսային արմատների անհավասարության հատկությունից, կամայական a և b ոչ բացասական իրական թվերի համար կստանանք

$$a>b\Rightarrow\sqrt{a}>\sqrt{b}\ :$$

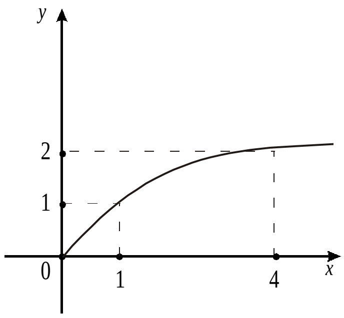
Սա ցույց տալիս, որ $y=\sqrt{x}$ ֆունկցիան մեծագույն արժեք չունի:

Վերջին հատկությունը ցույց է տալիս նաև, որ $y=\sqrt{x}$ ֆունկցիան աճող է: Այսինքն՝ մենք ապացուցեցինք նաև հետևյալ հատկությունը:

$y=\sqrt{x}$ ֆունկցիայի աճումը

$y=\sqrt{x}$ ֆունկցիան աճող է:

Ելնելով ապացուցված հատկություններից՝ մենք կարող ենք կառուցել $y=\sqrt{x}$ ֆունկցիայի գրաֆիկը, որն ունի գծագրում պատկերված տեսքը:



5. ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ և ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ: Դիտարկենք տարբերությամբ գումարային ուղիղ համեմատականություն x և y մեծությունների միջև: Մենք արդեն գիտենք, որ այդ համեմատականությունը կբնութագրվի $y=x+a$ հավասարումով: Համապատասխան ֆունկցիան կոչվում է տրված համեմատականության ֆունկցիա: Այսպիսով՝ գումարային ուղիղ համեմատականությունը գծային ֆունկցիա է:

Օգտվելով $y = x + a$ հավասարման գրաֆիկական պատկերումից, կարող ենք ասել, որ a տարբերությամբ գումարային ուղիղ համեմատականության գրաֆիկը կոորդինատային հարթության առաջին քառորդի կիսորդին զուգահեռ այն ուղիղն է, որը օրդինատների առանցքը հատում է a օրդինատն ունեցող կետում:

x և y մեծությունների միջև a գումարով հակադիր համեմատականությունը բնութագրվում է $y = -x + a$ հավասարումով: Վերջին հավասարումն, իր հերթին, բնութագրում է գծային ֆունկցիա: Հետևապես, a գումարով հակադիր համեմատականությունը $y = -x + a$ տեսքի գծային ֆունկցիա է: Նրա գրաֆիկը կոորդինատային համակարգի երկրորդ քառորդի կիսորդին զուգահեռ այն ուղիղն է, որը օրդինատների առանցքը հատում է a օրդինատն ունեցող կետում:

x և y մեծությունների միջև k գործակցով արտադրյալային ուղիղ համեմատականությունը բնութագրվում է $y = kx$ անհավասարումով և, ուրեմն, այն $y = kx$ տեսքի ֆունկցիա է: Նրա գրաֆիկը անցնում է կոորդինատների սկզբնակետով:

x և y մեծությունների միջև k արտադրյալով հակադարձ համեմատականությունը կբնորոշվի $x\,y = k$ հավասարումով: Իսկ դա նշանակում է, որ համեմատականությունը $y = \dfrac{k}{x}$ տեսքի ֆունկցիա է, որի գրաֆիկը պատկերված է կետ 3 -ում:

ՀԱՍԿԱՑԵԼ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Ինչու՞ մեկ փոփոխականով ամեն մի բազմանդամ կարելի է դիտել որպես ֆունկցիա:
2. Արդյո՞ք կա տարբերություն $f(x)$ բազմանդամի և $y = f(x)$ հավասարման միջև, երբ դրանք դիտում ենք որպես ֆունկցիաներ:
3. Ո՞րն է բազմանդամի որոշման տիրույթը, երբ բազմանդամը դիտում ենք որպես ֆունկցիա, ո՞րն է քառակուսային ֆունկցիայի որոշման տիրույթը ո՞րն է բազմանդամի արժեքների տիրույթը, երբ բազմանդամը դիտում ենք որպես ֆունկցիա:
4. Որո՞նք են հաստատուն ֆունկցիաները, ո՞րն է $y = a$ հաստատուն ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը և ո՞րն է նրա գրաֆիկը:
5. Որո՞նք են առաջին աստիճանի ֆունկցիաները: Որո՞նք են գծային ֆունկցիաները:
6. Ո՞րն է առաջին աստիճանի ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը: Ո՞ր դեպքում է առաջին աստիճանի $y = ax + b$ ֆունկցիան աճող և ո՞ր դեպքում՝ նվազող:
7. Ապացուցեք առաջին աստիճանի ֆունկցիայի աճման և նվազման հատկությունները:
8. Ունի՞ առաջին աստիճանի ֆունկցիան մեծագույն կամ փոքրագույն արժեք:

9. Ո՞րն է առաջին աստիճանի ֆունկցիայի գրաֆիկը:

10. Ո՞րն է երկրորդ աստիճանի կամ քառակուսային ֆունկցիան:

11. Ո՞րն է քառակուսային ֆունկցիայի որոշման տիրույթը:

12. Ձևակերպեք քառակուսային ֆունկցիայի արժեքների տիրույթի հատկությունը:

13. Ապացուցեք, որ $y = ax^2 + bx + c$ քառակուսային ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը.

ա. $a > 0$ դեպքում $\left[\left(-b^2 + 4ac\right)/4a\,,\, \infty\right)$ միջակայքն է,

բ. $a < 0$ դեպքում $\left(-\infty,\ \left(-b^2 + 4ac\right)/4a\right]$ միջակայքն է:

14. Արդյո՞ք $y = x^2$ ֆունկցիան ունի.

ա. մեծագույն արժեք, բ. փոքրագույն արժեք:

15. Ապացուցեք, որ $y = ax^2 + bx + c$ քառակուսային ֆունկցիան.

ա. $a > 0$ դեպքում մեծագույն արժեք չունի,

բ. $a < 0$ դեպքում ունի միակ մեծագույն արժեքը: Այն կլինի $\left(-b^2 + 4ac\right)/4a$:

16. Ապացուցեք, որ $y = ax^2 + bx + c$ քառակուսային ֆունկցիան.

ա. $a < 0$ դեպքում փոքրագույն արժեք չունի,

բ. $a > 0$ դեպքում ունի միակ փոքրագույն արժեքը: Այն կլինի $\left(-b^2 + 4ac\right)/4a$:

17. Ինչպե՞ս են որոշվում քառակուսային ֆունկցիայի գագաթի կոորդինատները:

18. Ցույց տվեք, որ $y = ax^2 + bx + c$ քառակուսային ֆունկցիան.

ա. $a > 0$ դեպքում աճում է $[-b/2a, \infty)$ միջակայքում, նվազում է $(-\infty, -b/2a]$ միջակայքում,

բ. $a < 0$ դեպքում աճում է $(-\infty, -b/2a]$ միջակայքում, նվազում է $[-b/2a, \infty)$ միջակայքում:

19. Ինչպե՞ս է կոչվում քառակուսային ֆունկցիայի գրաֆիկը:

20. Ո՞ր կիսահարթությունում է գտնվում $y = kx^2$ ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $k > 0$ դեպքում, բ. $k < 0$ դեպքում:

21. Նկարագրեք քառակուսային ֆունկցիայի գրաֆիկը:

22. Ինչու՞ մեկ փոփոխական պարունակող յուրաքանչյուր արտահայտություն կարելի է դիտել որպես ֆունկցիա:

23. Ո՞րն է $y = k/x$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը:

24. Ո՞րն է $y = k/x$ ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը:

25. Ապացուցեք $y = \frac{k}{x}$ ֆունկցիայի արժեքների տիրույթի հատկությունը:

26. Արդյո՞ք $y = k/x$ ֆունկցիան ունի.

ա. մեծագույն արժեք, բ. փոքրագույն արժեք:

27. Ապացուցեք, որ $y = k/x$ ֆունկցիան չունի.

ա. մեծագույն արժեք, բ. փոքրագույն արժեք:

28. Ցույց տվեք, որ $y = k/x$ ֆունկցիան $k > 0$ դեպքում նվազում է $(-\infty, 0)$ և $(0, \infty)$ միջակայքերից յուրաքանչյուրում:

29. Ցույց տվեք, որ $y = k/x$ ֆունկցիան $k > 0$ դեպքում աճում է $(-\infty, 0)$ և $(0, \infty)$ միջակայքերից յուրաքանչյուրում:

30. Արդյո՞ք $y = k/x$ ֆունկցիան աճում կամ նվազում է ողջ որոշման տիրույթում:

31. Ինչպե՞ս է կոչվում $y = k/x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

32. Ո՞ր քառորդներում է գտնվում $y = k/x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $k > 0$ դեպքում, բ. $k < 0$ դեպքում:

33. Նկարագրեք հիպերբոլի գրաֆիկը:

34. Ո՞րն է $y = \sqrt{x}$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը:

35. Ո՞րն է $y = \sqrt{x}$ ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը:

36. Ցույց տվեք, որ ոչ բացասական իրական թվերի բազմությունը $y = \sqrt{x}$ ֆունկցիայի.

ա. որոշման տիրույթն է, բ. արժեքների տիրույթն է:

37. Ունի՞ $y = \sqrt{x}$ ֆունկցիան մեծագույն արժեք:

38. Ցույց տվեք, որ $y = \sqrt{x}$ ֆունկցիան մեծագույն արժեք չունի:

39. Ցույց տվեք, որ $y = \sqrt{x}$ ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքն է 0 -ն:

40. Արդյո՞ք աճում կամ նվազում է $y = \sqrt{x}$ ֆունկցիան:

41. Ապացուցեք, որ $y = \sqrt{x}$ ֆունկցիան աճող է:

42. Կառուցեք $y=\sqrt{x}$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

43. Ի՞նչ ֆունկցիա է համեմատականությունը.

ա. գումարային ուղիղ, բ. հակադիր,

գ. արտադրյալային ուղիղ, դ. հակադարձ:

44. Կառուցեք համեմատականության գրաֆիկը.

ա. գումարային ուղիղ, բ. հակադիր,

գ. արտադրյալային ուղիղ, դ. հակադարձ:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

739. $y=x+1$ ֆունկցիայի գրաֆիկը անցնում է $(2, a)$ կետով: Որոշեք a-ն:

740. x-ի ո՞ր արժեքների համար $y=x-1$ ֆունկցիայի գրաֆիկին պատկանող կետերի y օրդինատը բավարարում է հետևյալ պայմանին.

ա. $y=0$, բ. $y=10$, գ. $y>0$,

դ. $y<0$, ե. $y\geq 0$, զ. $y\leq 0$:

741. Դիցուք $A(x_1, y_1)$ և $B(x_2, y_2)$ կետերը պատկանում են $y=-x+1$ ֆունկցիայի գրաֆիկին: Ճշմարի՞տ է, որ.

ա. եթե $x_1>x_2$, ապա $y_1>y_2$,

բ. եթե $x_1>x_2$, ապա $y_1<y_2$:

742. Արդյո՞ք հետևյալ կոորդինատներն ունեցող կետը պատկանում է $y=-2x+3$ ֆունկցիայի գրաֆիկին.

ա. $(2, 1)$, բ. $(3, -3)$, գ. $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$, դ. $\left(\frac{1}{10}, 2\frac{4}{5}\right)$:

743. Որոշեք a-ն, եթե $y=ax+1$ գծային ֆունկցիայի գրաֆիկը անցնում է հետևյալ կոորդինատներն ունեցող կետով.

ա. $(0, 0)$, բ. $(1, 2)$, գ. $\left(\frac{1}{10}, \frac{1}{5}\right)$, դ. $\left(2\frac{1}{2}, 3\frac{1}{3}\right)$:

744. Ի՞նչ պայմանի պետք է բավարարի a թիվը, որպեսզի $y=x+a$ ֆունկցիայի գրաֆիկը անցնի.

ա. կոորդինատների սկզբնակետով, բ. առաջին քառորդով,

գ. երկրորդ քառորդով, դ. չորրորդ քառորդով:

745. Կառուցենք ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $y=6x$, բ. $y=-7x$, գ. $y=10x+1$, դ. $y=0{,}1x-2$:

746. Կառուցենք ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $y=2|x|$, բ. $y=-3|x|$, գ. $y=3|x|+1$, դ. $y=0{,}1|x|-1$:

747. Արդյո՞ք կետը պատկանում է $y=x^2$ ֆունկցիայի գրաֆիկին.

ա. $(1, 1)$, բ. $(0, 1)$, գ. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{16}\right)$, դ. $\left(2\frac{1}{2}, 4\frac{1}{4}\right)$:

748. Ունենք $y=x^2$ ֆունկցիան: x-ի ո՞ր արժեքների դեպքում.

ա. $y=0$, բ. $y=7$, գ. $y>0$, դ. $y<0$:

749. Որոշենք a-ն, եթե $y=ax^2+1$ ֆունկցիայի գրաֆիկը անցնում է հետևյալ կոորդինատներն ունեցող կետով.

ա. $(1, 1)$, բ. $(2, 3)$, գ. $(0, 1)$, դ. $(1, 0)$:

750. Ի՞նչ պայմանների պետք է բավարարի a-ն, որպեսզի $y=x^2+a$ ֆունկցիայի գրաֆիկն անցնի հետևյալ կոորդինատներն ունեցող կետով.

ա. $(0, 0)$, բ. $(\sqrt{3}, 3)$, գ. $(3, \sqrt{3})$, դ. $\left(\frac{1}{4}, 2\frac{1}{16}\right)$:

751. Կառուցեք ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $y=2x^2$, բ. $y=\frac{1}{2}x^2$, գ. $y=\frac{1}{3}x^2$ դ. $y=-3x^2$,

ե. $y=2x^2+1$, զ. $y=\frac{1}{2}x^2-3$, է. $y=4x^2+5$, ը. $y=-2x^2-1$:

752. Որոշեք ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը.

ա. $y=x^2+2x+1$, բ. $y=x+x^2$, գ. $y=-x^2+2x-4$:

753. Գտեք ֆունկցիայի մեծագույն արժեքը.

ա. $y=-x^2$, բ. $y=x^2+1$, գ. $y=-x^2+1$:

754. Որոշեք ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքը.

ա. $y=x^2$, բ. $y=1+x^2$, գ. $y=x^2-10$, դ. $y=-5-2x^2$:

755. Արդյո՞ք ունի մեծագույն արժեք հետևյալ ֆունկցիան.

ա. $y = ax^2,\ a \in (0,\infty)$, բ. $y = 10 + ax^2,\ a \in (-\infty, 0)$:

756. Որոշեք ֆունկցիայի աճման և նվազման միջակայքերը.

ա. $y = 100x^2 - 1$, բ. $y = 1 - x^2$,

գ. $y = ax^2,\ a \in R$, դ. $y = 0{,}01 - 9x^2$:

757. Կառուցեք ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $y = x^2 - 1$, բ. $y = x^2 - x$, գ. $y = x^2 + 1$, դ. $y = x^2 + x + 1$:

758. Գծեք ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $y = \frac{2}{x}$, բ. $y = -\frac{3}{x}$, գ. $y = -\frac{4}{x}$, դ. $y = \frac{7}{x}$:

759. Համեմատեք կոտորակները.

ա. $\frac{1}{2}$ և $\frac{2}{3}$, բ. $\frac{1}{6}$ և $\frac{1}{7}$, գ. $\frac{1}{4}$ և $\frac{3}{7}$, դ. $-\frac{2}{3}$ և $-\frac{3}{4}$:

760. Դիցուք $A(x_1, y_1)$ և $B(x_2, y_2)$ կետերը պատկանում են $y = \frac{1}{x}$ ֆունկցիայի գրաֆիկին: Ճշմարի՞տ է, որ.

ա. եթե $x_1 < x_2$, ապա $y_1 < y_2$,

բ. եթե $x_1 < x_2$, ապա $y_1 > y_2$:

761. Ո՞ր քառորդներով է անցնում ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $y = \frac{1}{x}$, բ. $y = -\frac{1}{x}$, գ. $y = \frac{1}{x} + 1$, դ. $y = -\frac{1}{x} - 1$:

762. Որոշեք ֆունկցիայի որոշման տիրույթը.

ա. $y = \frac{2}{x}$, բ. $y = \frac{x}{3x - 4}$, գ. $y = \frac{4}{10x^2 - 1}$,

դ. $y = \frac{2}{1 - x}$, ե. $y = \frac{1}{x^2 - 1}$, զ. $y = \frac{4}{1 + x^2}$:

763. Որոշեք ֆունկցիայի որոշման տիրույթը.

ա. $y = \frac{1}{-x} + \frac{2}{x}$, բ. $y = \frac{1}{2 + x^2} + \frac{1}{2 - x^2}$:

764. Որոշեք ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը.

ա. $y=\dfrac{1}{-x}$, բ. $y=\dfrac{1}{x+3}$, գ. $y=\dfrac{1}{x}-1$:

765. Որոշեք ֆունկցիայի որոշման տիրույթը.

ա. $y=\sqrt{1+2x}$, բ. $y=\sqrt{x^2-4}$, գ. $y=\sqrt{0{,}01-x^2}$ դ. $y=\sqrt{-x^2-4}$:

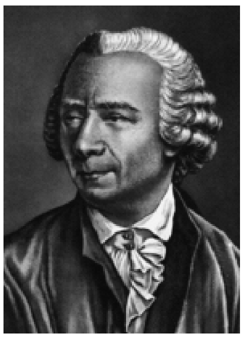
766. Թվի քառակուսին գրառվում է $0,\ 2,\ 3$ և 5 թվանշաններով: Գտեք այդ թիվը:

767. Ունենք 10% -անոց և 15% -անոց աղաջրերի երկու տակառներ և $3,\ 4,\ 5$ լիտրանոց գավաթներ: Կարո՞ղ եք տակառներից մեկում ստանալ 12% -անոց խառնուրդ:

§19 ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ

1. Պատմական տեղեկություններ: Ֆունկցիայի գաղափարը այնքան կարևոր է, որ մաթեմատիկայում ստեղծվել է ֆունկցիաների տեսության առանձին բնագավառ: Նրա հիմքում ընկած է դիֆերենցիալ և ինտեգրալ հաշիվը, որն ստեղծել են Ի. Նյուտոնը և Վ. Լեյբնիցը: Լեյբնիցն էլ գործածության մեջ է դրել «ֆունկցիա» տերմինը: Դիֆերենցիալ և ինտեգրալ հաշվի մշակման մեջ մեծ է Լեոնարդ Էյլերի դերը:

2. Լեոնարդ Էյլեր: Լեոնարդ Էյլերը ծնվել է 1707 թվականին, Շվեցարիայի Բազել քաղաքում: Նրա հայրը հոգևորական Պաուլ Էյլերը բազմակողմանի



զարգացած մարդ էր: Իր ընկերոջից՝ հանրահայտ մաթեմատիկոս Յակոբ Բերնուլիից «վարակվել» էր նաև մաթեմատիկայի նկատմամբ հետաքրքրությամբ ու սիրով: Սակայն նա երազում էր տղային ժառանգել հենց իր մասնագիտությունը: Բարեբախտաբար հոր կարծիքով հոգևորականը պետք է նաև իր պես զարգացած մարդ լիներ, և նա ժամանակ ու եռանդ չէր խնայում գիտելիքները որդուն փոխանցելու համար: Գիմնազիայում սովորելիս Լեոնարդ Էյլերը հեշտությամբ գլուխ հանելով մնացած առարկաներ՝ ամբողջ ազատ ժամանակը տրամադրում էր մաթեմատիկային: Նա սկսեց հաճախել Բազելի համալսարան՝ Յակոբ Բերնուլիի կրտսեր եղբոր՝ Իոհան Բերնուլիի դասախոսություններին: Շուտով անվանի պրոֆեսորը նկատեց պատանուն, սկսեց նրա հետ զբաղվել անհատապես և կարճ ժամանակում Էյլերը տիրապետեց ժամանակի մաթեմատիկական նվաճումներին: Նա ընդամենը 16 տարեկան էր, երբ լատիներենով արտասանած ճառում փայլուն ձևով կատարեց Նյուտոնի և Դեկարտի իմաստասիրությունների համեմատական վերլուծություն: Եվ էյլերին շնորհեցին արվեստի մագիստրոսի աստիճան: 1727 թվականին Իոհան Բերնուլիի տղաների՝ հանրահայտ մաթեմատիկոսներ Նիկոլայ և Դանիել Բերնուլիների երաշխավորությամբ Լեոնարդ էյլերը տեղափոխվում է Պետերբուրգ և զբաղեցնում նախ ֆիզիոլոգիայի ամբիոնի վարիչի պաշտոնը, երկու տարի հետո դառնում է ֆիզիկայի պրոֆեսոր, իսկ երեք տարի հետո՝ մաթեմատիկայի ամբիոնի վարիչ: էյլերը ահռելի աշխատանք է կատարում ոչ միայն մաթեմատիկայի, այլև գիտության ու տեխնիկայի այլ բնագավառներում: Յոգնեցուցիչ աշխատանքներից մեկի վերջում, երեք օր անընդմեջ զանազան հաշվարկներ կատարելուց հետո, նա զրկվում է մի աչքից: Շուտով նա տեղափոխվում է Բեռլին, որտեղ մի շարք պատվավոր պաշտոններ կատարելու հետ միասին, մասնավոր դասեր է տալիս Պրուսիայի թագավոր Ֆրիդրիխ 2 –րդի զարմուհուն: Այդ դասերը հետագայում հրատարակվեցին «Նամակներ գերմանական արքայադստերը» խորագրով և մեծ փառք բերեցին հեղինակին: 1766 թվականին Եկատերինա 2 –րդ հեռատես կայսրը մեծ գիտնականին նորից է հրավիրում Ռուսաստան: Շուտով նա զրկվում է մյուս աչքից ևս և կորցնում տեսողությունը: Բայց էյլերը շարունակում է իր անխոնջ աշխատանքը և կույր վիճակում հրատարակում 400 –ից ավելի աշխատանք: Պատմում են, որ եթե նրա հրատարակած բոլոր աշխատանքները ինչ-որ մեկը փորձի արտագրել՝ օրական աշխատելով ութ ժամ, ապա այն ավարտելու համար անհրաժեշտ կլինի 60 տարի: Լեոնարդ էյլերը մի շարք մաթեմատիկական առարկաների հիմնադիրն է, նրա անունով են կոչվում մաթեմատիկայի տարբեր բնագավառների բազմաթիվ հիմնարար արդյունքներ: էյլերը հիմք ստեղծեց մաթեմատիկական մեթոդները բազմաթիվ այլ գիտություններում կիրառելու համար: Միաժամանակ նա պարզեցրեց մաթեմատիկայի լեզուն, նրանում մտցնելով այսօր կիրառվող բազմաթիվ տերմիններ և նշանակումներ: Մասնավորապես՝ եռանկյունաչափական ֆունկցիաների համար tgx և ctgx նշանակումները կատարել է հենց էյլերը, իսկ sinx և cosx նշանակումները պատկանում են Իոհան Բեռնուլիին: Լեոնարդ էյլերը իրավամբ համարվում է 18 –րդ դարի երկրորդ կեսի բոլոր մաթեմատիկոսների ուսուցիչը և ապագա մաթեմատիկական բազմաթիվ արժեքավոր գաղափարների հիմնադիրը:

3. Լրացուցիչ վարժություններ:

768. Դիցուք f -ը յուրաքանչյուր գետի առնչվում է նրա երկարությանը:

ա. Ցույց տվեք, որ f -ը ֆունկցիա է:

բ. Լուծեք $f(x) > 6000$ կմ անհավասարումը:

գ. Լուծեք $f(x) > f$(Նեղոս) անհավասարումը:

դ. Լուծեք $f(x) > f$(Արաքս) անհավասարումը՝ ենթադրելով, որ գետը գտնվում է Հարավային Կովկասում:

ե. Լուծեք $f(x) > f$(Դանուբ) անհավասարումը՝ ենթադրելով, որ x գետը գտնվում է Եվրոպայում:

զ. Արդյո՞ք ճշմարիտ է f(Դնեպր) $< f$(Վոլգա) բանաձևը:

769. Արդյո՞ք ճշմարիտ են բանաձևերը.

$$\begin{cases} f(\text{Արաքս}) > f(\text{Քուռ}) \\ f(\text{Եփրատ}) > f(\text{Արաքս}) \end{cases}, \qquad \begin{cases} f(\text{Տիգրիս}) > f(\text{Եփրատ}) \\ f(\text{Արածանի}) < f(\text{Արաքս}) \end{cases}:$$

770. Արդյո՞ք կետերը պատկանում են ֆունկցիայի գրաֆիկին.

ա. $(1,\ 2)$, $(-1,\ 2)$, $y=2x+1$,

բ. $(\frac{1}{2},\ 1)$, $(5,\ 3)$, $y=6x+12$,

գ. $(\frac{1}{5},\ \frac{1}{3})$, $(5,\ 3)$, $y=25x^2-9y^2$:

771. Որոշեք ֆունկցիայի որոշման տիրույթը.

ա. $y=\frac{1}{x}+\sqrt{x}$, բ. $y=\frac{x}{x-1}-\sqrt{x-1}$,

գ. $y=\sqrt{|x|}$, դ. $y=\frac{1}{\sqrt{x}}-1$:

772. Արդյո՞ք $(1,\ 0)$ կետը պատկանում է ֆունկցիայի արժեքների տիրույթին.

ա. $y=\frac{x^2}{x}$, բ. $y=\frac{1}{2x}$,

գ. $y=x+\frac{1}{x}$, դ. $y=x-\frac{1}{x}$:

773. Արդյո՞ք թիվը ֆունկցիայի մեծագույն արժեքն է.

ա. $y=-x^2+3$ և 3, բ. $y=-(x+2)^2-1$ և -5,

գ. $y=-|x|$ և 0, դ. $y=-2|x|+2$ և 2:

774. Արդյո՞ք թիվը ֆունկցիայի փոքրագույն արժեքն է.

ա. $y=x^2+1$ և 1, բ. $y=-x^2+2$ և 2, գ. $y = 3x^2 + 4$ և 4, դ. $y = 2|x| + 5$ և 10,

ե. $y = 3|x| - 5$ և -4, զ. $y = -\sqrt{x}$ և 0:

775. Արդյո՞ք ֆունկցիան աճող է.

ա. $y = x + a$, բ. $y = ax + 1$, գ. $y = x^2 + 1$, դ. $y = x^3$:

776. Արդյո՞ք ֆունկցիան նվազող է.

ա. $y = -x + a$, բ. $\frac{x}{a} + 2$, գ. $y = -x^2$, դ. $y = -x^3$:

777. Դիցուք $A(x_1, y_1)$ և $B(x_2, y_2)$ կետերը պատկանում են $y = 2x - 3$ ֆունկցիայի գրաֆիկին: Ճշմարի՞տ է, որ.

ա. եթե $x_1 < x_2$, ապա $y_1 < y_2$, բ. եթե $x_1 < x_2$, ապա $y_1 > y_2$:

778. Որոշեք a-ն, եթե $y = ax - 4$ գծային ֆունկցիայի գրաֆիկը անցնում է հետևյալ կոորդինատներն ունեցող կետով.

ա. $(4, -4)$, բ. $(2, -8)$, գ. $\left(1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}\right)$, դ. $\left(\frac{1}{3}, 6\frac{2}{3}\right)$:

779. Որոշեք a-ն և b-ն, եթե $y = ax + b$ գծային ֆունկցիան անցնում է հետևյալ կոորդինատներն ունեցող կետով.

ա. $(0, 0)$, բ. $(1, 0)$, գ. $(0, 1)$, դ. $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$:

780. Որոշեք ուղղի հավասարումը, եթե այն անցնում է կոորդինատների սկզբնակետով և հետևյալ կետով.

ա. $(1, 0)$, բ. $(0, 1)$, գ. $(2, -0{,}5)$, դ. $(1, 1)$:

781. Ո՞ր կետում է հատում աբսցիսների և օրդինատների առանցքները ֆունկցիան.

ա. $y = 3x + 1$, բ. $y = -2x + 3$,

գ. $y = 0{,}1x + 4$, դ. $y = -0{,}2x - 8$:

782. Գտեք այն ուղղի հավասարումը, որն անցնում է հետևյալ երկու կետերով.

ա. $A(0, 0)$ և $B(1, 1)$, բ. $A(0, 1)$ և $B(1, 0)$,

գ. $A(-1, 1)$ և $B(1, -1)$, դ. $A(1, 2)$ և $B(1, 3)$:

783. Կառուցեք ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $y = |x| - 1$, բ. $y = |x| + 3$, գ. $y = |x - 1|$,

դ. $y = |x + 2|$, ե. $y = |x + 4| + 1$, զ. $y = |x - 1| - 3$:

784. Կառուցեք ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $y = 10x^2$, բ. $y = 0{,}1x^2$, գ. $y = 0{,}01x^2$, դ. $y = -1000x^2$:

785. Կառուցեք ֆունկցիայի գրաֆիկը.

ա. $y = \frac{1}{x} + 3$, բ. $y = \frac{1}{x} - 4$, գ. $y = 2 - \frac{1}{x}$, դ. $y = \frac{x-8}{x}$:

786. Որոշեք ֆունկցիայի աճման և նվազման միջակայքերը.

ա. $y = \frac{1}{x}$, բ. $y = 2 + \frac{1}{x}$, գ. $y = \frac{1}{x-1}$, դ. $y = 2 - \frac{1}{x}$:


ԳԼՈՒԽ 5 2

§20 ՀԱՋՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

1. Հաջորդականություններ: Յանրահաշվի դասընթացի սկզբում մենք նշեցինք, որ բնական թվերը մեզ անհրաժեշտ են հաշվումներ կատարելու և համարակալելու համար: Եկեք հանգամանորեն կանգ առնենք երկրորդ՝ այսինքն համարակալելու նպատակով բնական թվերի օգտագործման խնդրի վրա:

Դիցուք՝ չորս խանութներում վաճառվում է խնձոր. առաջինում՝ 250 դրամ/կգ, երկրորդում՝ 200 դրամ/կգ, երրորդում՝ 400 դրամ/կգ և չորրորդում՝ 500 դրամ/կգ կշռույթներով: Խնձորի այս կշռույթները գրենք հաջորդաբար՝ մեկը մյուսից հետո.

250 դրամ/կգ, 200 դրամ/կգ, 400 դրամ/կգ, 500 դրամ/կգ:

Ի՞նչ առավելություն ունի այս գրությունը: Այստեղ կարիք չկա հատուկ շեշտելու, թե որ մեծությունը խանութներից որում եղած խնձորի կշռույթն է: Ուղղակի խանութի համարը նշված է տվյալ գրության մեջ. առաջին տեղում գրված է առաջին, երկրորդում՝ երկրորդ, երրորդում՝ երրորդ և չորրորդում՝ չորրորդ խանութների համարները:

Այլ իրադրություններում մեզ անհրաժեշտ է լինում հաջորդաբար և որոշակի հերթականությամբ գրել ուրիշ մեծություններ, թվեր կամ արտահայտություններ: Նման գրառումները անվանվում են ***հաջորդականություններ***: Մեծությունները, թվերը, արտահայտությունները կամ առարկաները, որոնցով կազմվում է հաջորդականությունը, կոչվում են հաջորդականության ***անդամներ***: Յուրաքանչյուր հաջորդականություն ցույց է տալիս, թե ինչ անդամներից է այն կազմված: Միաժամանակ՝ հաջորդականության յուրաքանչյուր անդամ ունի իր համարը՝ հաջորդականության մեջ այդ անդամի գրաված տեղը: Օրինակ՝ 40-ը

$$25, 40, 50, 60, 70$$

հաջորդականության երկրորդ անդամն է, 50-ը՝ երրորդ և այլն:

Ուսանելի է հաջորդականությունների համեմատումը բազմությունների հետ: Տարրերը, որոնցով կազմվում է բազմությունը, համարներ չունեն: Օրինակ՝ $25, 40, 50, 60$ և 70 տարրերով կարելի է կազմել միայն մեկ բազմություն. այն է՝

$$\{25, 40, 50, 60, 70\}:$$

Եթե մենք փոխենք բազմության տարրերի տեղերը, ապա կստանանք նույն բազմությունը: Օրինակ՝

$$\{20,40,50,60,70\} = \{20,40,60,50,70\}:$$

Այստեղ նույն բազմության առաջին գրառման մեջ 50 -ը՝ որպես տարր, գրված է երրորդ տեղում, իսկ մյուս գրառման մեջ՝ չորրորդ տեղում: Սակայն բազմությունը դրանից չի փոխվել: Այլ է պատկերը հաջորդականությունների դեպքում:

Դիցուք՝ որոշ աշխատանք կատարելու համար առաջին օրը աշխատանքի են ներկայացել 25 բանվոր, երկրորդ օրը՝ 40, երրորդ օրը՝ 50 բանվոր: Այստեղ մենք կունենանք $25, 40, 50$ հաջորդականությունը: Եթե փոխենք նրա երկու անդամների տեղերը, ապա կստանանք այլ հաջորդականություն, որը կբնութագրի բանվորների հաճախումների այլ պատկեր: Օրինակ՝ $25, 50, 40$ հաջորդականությունը ցույց է տալիս, որ երկրորդ օրը աշխատանքի է ներկայացել ոչ թե 40, ինչպես նախորդ դեպքում էր, այլ 50 բանվոր:

Շարունակելով բազմությունների հետ հաջորդականությունների համեմատության հարցը՝ անենք ևս մեկ կարևոր հետևություն: Բազմության մեջ միևնույն տարրը մասնակցում է միայն մեկ անգամ. տվյալ բազմությունը ինչ-որ տարր պարունակո՛ւմ է կամ չի՛ պարունակում: Եթե, նույնիսկ, տվյալ տարրը բազմության գրառման մեջ նշենք երկու անգամ, ապա դրանից բազմությունը չի փոխվում: Օրինակ՝

$$\{20,\ 40,\ 50,\ 60,\ 70\} = \{25,\ 40,\ 40,\ 60,\ 50, 70\}:$$

Այլ է պատկերը հաջորդականությունների դեպքում: Վերևում դիտարկված իրադրության մեջ, օրինակ, աշխատանքի ներկայացած բանվորների թիվը երկու տարբեր օրերում կարող էր լինել նույնը, և մենք կունենայինք կրկնվող անդամներով մի հաջորդականություն: Ասենք՝ $25, 40, 40, 50$ հաջորդականությունը տվյալ իրադրության մեջ կնշանակի, որ երկրորդ և երրորդ օրերում աշխատանքի են ներկայացել միևնույն թվով՝ 40 բանվոր:

Եկեք այժմ փորձենք այնպես գրառել հաջորդականության անդամը, որ այդ գրառումից երևա նաև տվյալ անդամի գրաված տեղը հաջորդականության մեջ: Նախ հիշենք, որ երբ գրառում էինք մեզ անհայտ թիվը, օգտագործում էինք x, y, a կամ որևէ այլ տառ: Այժմ ենթադրենք, թե մեզ անհրաժեշտ է գրառել հաջորդականության որևէ, ասենք՝ 1-ին անդամը: Դրա համար նպատակահարմար է օգտվել ինդեքսներից. մենք դարձյալ կօգտագործենք x, y, a կամ որևէ այլ տառ, բայց նրա հետ միասին կգրենք նաև ինդեքս, որը ցույց կտա տվյալ հաջորդականության մեջ այդ անդամի գրաված տեղը կամ համարը: Օրինակ` $a_1$ գրառումը նշանակում է ինչ-որ հաջորդականության առաջին անդամը, $a_2$ գրառումը` երկրորդ անդամը և այլն: a_n գրառումով էլ նշանակվում է հաջորդականության n -րդ անդամը: Հաջորդականության մեջ երկու հարևան անդամներից աջ կողմում գրվածը կոչվում է ձախ կողմում գրվածի ***հաջորդ*** անդամ, իսկ ձախ կողմում գրվածը` աջ կողմում գրվածի ***նախորդ*** անդամ: Հասկանալի է, որ հաջորդականության առաջին անդամը նախորդ չունի:

Հաճախ հաջորդականությունը տրվում է իր n-րդ անդամով, որի համար երբեմն նշվում է որևէ բանաձև: Օրինակ.

ա. $a_n = n,$

բ. $a_n = 2n,$

գ. $a_n = 2n+1$

բանաձևերով հերթականությամբ տրված են բնական, զույգ և կենտ թվերի հաջորդականությունները: Այդ հաջորդականությունների առաջին, երկրորդ, երրորդ կամ ցանկացած համարով անդամը ստանալու համար անհրաժեշտ է համապատասխան բանաձևի մեջ n-ին տալ անհրաժեշտ արժեքը: Ասենք` $a_n = 2n$ բանաձևի մեջ n-ին տալով 3 արժեքը, կստանանք 3 -րդ զույգ թիվը. $a_3 = 2 \cdot 3 = 6$:

Օրինակներ.

ա. $a_n = \frac{1}{n}$ բանաձևով տրվող հաջորդականության մեջ n-ին տալով արժեքներ` կստանանք նրա անդամները.

$$1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, \ldots$$

բ. $a_n = (-1)^n$ բանաձևով տրվող հաջորդականության մեջ n-ին տալով արժեքներ` կստանանք.

$$-1, 1, -1, 1, -1, 1, \ldots$$

գ. $a_n = \frac{n}{n+1}$ բանաձևով տրվող հաջորդականության մեջ n-ին տալով արժեքներ` կստանանք.

$$1/2, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, \ldots$$

Համառոտության համար $a_1, a_2,.., a_n,..$ հաջորդականությունը երբեմն նշանակվում է (a_n) տեսքով:

Հաջորդականությունը կարող է ունենալ ինչպես անվերջ, այնպես էլ վերջավոր թվով անդամներ: Համապատասխանաբար, հաջորդականությունները կոչվում են ***անվերջ*** կամ ***վերջավոր***: Վերջավոր հաջորդականությունը ունի վերջին անդամ, որը հաջորդ անդամ չունի: Անվերջ հաջորդականության յուրաքանչյուր անդամ ունի իր հաջորդը:

Բերենք վերջավոր հաջորդականությունների օրինակներ.

ա. $1, 2, 3$ վերջավոր հաջորդականությունը ունի 3 անդամ,

բ. $1, 2, 4, 6$ վերջավոր հաջորդականությունը ունի 4 անդամ,

գ. $1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$ վերջավոր հաջորդականությունը ունի 7 անդամ:

2. Հաջորդականության բնութագրիչները: Նախորդ կետում մեր դիտարկած

$$250 \text{ դրամ/կգ}, \ 200 \text{ դրամ/կգ}, \ 400 \text{ դրամ/կգ}, \ 500 \text{ դրամ/կգ}$$

հաջորդականության անդամները տվյալներ էին խանութում վաճառվող խնձորի գնի վերաբերյալ: Կազմենք այդ հաջորդականության անդամների միջին թվաբանականը, այսինքն՝ նրա անդամների գումարի և դրանց թվի քանորդը.

$$\frac{240 \text{ դրամ/կգ} + 200 \text{ դրամ/կգ} + 400 \text{ դրամ/կգ} + 500 \text{ դրամ/կգ}}{4} = 337{,}5 \text{ դրամ/կգ}:$$

Ստացված $337{,}5$ դրամ/կգ մեծությունը ցույց է տալիս խնձորի միջին գինը նշված խանութներում: Այն տվյալ հաջորդականության ***միջին թվաբանականն*** է: Եթե աշակերտը հանրահաշիվ առարկայից քառորդի ընթացքում ստացել է $3, 4, 3, 4, 4, 3, 4, 5$ գնահատականները, ապա նրա քառորդային գնահատականը որոշելու համար ուսուցիչը կազմում է այդ գնահատականների միջին թվաբանականը՝

$$\frac{(3+4+3+4+4+3+4+5)}{8} = 3{,}75:$$

Ստացված $3{,}75$ միջինը ավելի մոտ է 4-ին, քան 3-ին: Այդ պատճառով ուսուցիչը տվյալ աշակերտի քառորդայինը գնահատում է 4:

Գնահատականների $3, 4, 3, 4, 4, 3, 4, 5$ հաջորդականության մեջ գերակշռում են 4-երը. դրանց թիվը ավելի մեծ է, քան այլ գնահատականների թիվը: 4-ը կոչվում է տրված հաջորդականության ***մոդա:*** Հաջորդականությունը կարող է և մոդա չունենալ: Օրինակ, եթե մի այլ աշակերտ քառորդում ստացել է $3, 4, 3, 4, 5, 3, 4, 5$ գնահատականները, ապա դրանցում չկա մի գնահատական, որը տվյալ հաջորդականության մեջ մնացածներից ավելի շատ հանդիպի: Այսինքն՝ տվյալ հաջորդականությունը մոդա չունի:

Մոդան տվյալների հաջորդականության կարևոր ցուցանիշ է, որ հաճախ է գործածվում նաև վիճակագրության մեջ, ինչն, իր հերթին, հաշվի է առնվում համապատասխան գործունեություն կազմակերպելիս: Օրինակ, կոշիկի արտադրությունը կազմակերպելիս հաշվի է առնվում, թե որ չափն է գերակշռում բնակչության շրջանում, և այդ չափի կոշիկներ ավելի շատ են արտադրվում: Պաղպաղակ արտադրելիս հաշվի են առնում, թե նրա որ տեսակը ավելի մեծ պահանջարկ ունի, և այդ տեսակից էլ ավելի շատ են արտադրում:

Այժմ դիտարկենք մեկ այլ օրինակ: Դիցուք երկու ձեռնարկություններում աշխատողների համար վճարվում են հետևյալ աշխատավարձերը.

Աշխատողը	**1 –ին ձեռնարկություն**	**2 –րդ ձեռնարկություն**
Տնօրեն	500000 դրամ	350000 դրամ
Տեղակալ	300000 դրամ	250000 դրամ
Հաշվապահ	300000 դրամ	250000 դրամ
Բանվոր	125000 դրամ	200000 դրամ
Բանվոր	125000 դրամ	200000 դրամ
Բանվոր	125000 դրամ	200000 դրամ
Բանվոր	125000 դրամ	200000 դրամ
Վարորդ	150000 դրամ	150000 դրամ
Պահակ	50000 դրամ	50000 դրամ

Այստեղ մենք ձեռնարկությունների համար ունենք աշխատավարձերի հետևյալ հաջորդականությունները.

500000 դ., 300000դ., 300000 դ.,125000 դ., 125000 դ., 125000 դ.,
125000 դրամ., 150000դ., 50000 դ.,

350000 դ., 250000 դ., 250000 դ., 200000 դ., 200000 դ., 200000 դ.,
200000 դ., 100000դ., 50000դ.:

Համեմատենք դրանք: Դրանց միջինները նույնն են՝ երկու դեպքում էլ այն 200000 դրամ է: Երկրորդ հաջորդականության մոդան 200000 դրամ է, իսկ առաջինինը՝ 125000 դրամ: Այս ցուցանիշը բարձր է երկրորդ ձեռնարկության համար: Կա ևս մեկ ցուցանիշ, որը բարձր է երկրորդ ձեռնարկության համար: Այն հաջորդականության ծայրանդամներից հավասարահեռ անդամն է, որը կոչվում է հաջորդականության ***մեդիան,*** եթե հաջորդականության անդամները դասավորենք աճման կամ նվազման կարգով: Առաջին հաջորդականության մեդիանը 125000 դրամ է, իսկ երկրորդինը` $200000$ դրամ: Այս թվերը ցույց են տալիս, որ առաջին ձեռնարկությունում աշխատակիցների կեսից ավելին ստանում է $125000$-ից պակաս աշխատավարձ, իսկ երկրորդում` կեսից ավելին ստանում է 200000-ից ավելի աշխատավարձ: Աշխատակիցների նյութական ապահովության տեսակետից երկրորդ ձեռնարկությունը ավելի նախընտրելի է. նրանում բարձր են թե մոդան, թե մեդիանը:

Յաջորդականությունը կարող է ունենալ զույգ թվով անդամներ: Այդ դեպքում նրա անդամները դասավորելով աճման կամ նվազման կարգով, կունենանք երկու հարևան անդամներ, որոնցից մեկը հաջորդականության ձախ ծայրից այնքան է հեռու, ինչքան մյուսը` նրա աջ ծայրից: Այդ անդամների միջին թվաբանականն էլ կոչվում է հաջորդականության մեդիան:

ՀԱՄԱՌՈՏ ԵՎ ԴԱՍԸ

1. Նշեք իրադրություններ, որտեղ բնական թվերը գործածվում են

   ա. հաշվելու համար,   բ. համարակալելու համար:

2. Ի՞նչ առավելություն ունի հաջորդականության տեսքով մեծությունների, թվերի կամ արտահայտությունների գրությունը:

3. Ի՞նչ է հաջորդականությունը:

4. Ի՞նչ են հաջորդականության անդամները:

5. Ինչպե՞ս է գրվում հաջորդականության անդամը, որպեսզի գրության մեջ միաժամանակ երևա այդ անդամի համարը:

6. «a_n-ը հաջորդականության անդամ է» արտահայտության մեջ ի՞նչ է ցույց տալիս n ինդեքսը:

7. Ի՞նչ է հաջորդականության n-րդ անդամը, և ի՞նչ է n-րդ անդամի բանաձևը:

8. Ի՞նչ է վերջավոր և ի՞նչ` անվերջ հաջորդականությունը:

9. Ի՞նչ է հաջորդականության միջին թվաբանականը:

10. Ի՞նչ է հաջորդականության մոդան:

11. Ի՞նչ է հաջորդականության մեդիանը:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

787. Քանի՞ անդամ ունի հաջորդականությունը.

   ա. $1, 3, 4, 3$,   բ. $1, 5, 1, 1, 6$:

788. Արդյո՞ք հավասար են իրար բազմությունները.

   ա. $\{2, 4, 5, 6, 7\}$ և $\{2, 4, 6, 5, 7\}$,

   բ. $\{1, 4, 5, 6, 7\}$ և $\{2, 4, 6, 1, 7\}$, գ. $\{1, 4, 5, 6, 8\}$ և $\{1, 4, 5, 6, 6, 8, 8\}$:

789. Արդյո՞ք գրված են միևնույն հաջորդականությունները.

ա. $2, 4, 5, 6, 7$ և $2, 4, 6, 5, 7$,

բ. $1, 4, 5, 6, 7$ և $2, 4, 6, 1, 7$,

գ. $1, 4, 5, 6, 8$ և $1, 4, 5, 6, 6, 8, 8$:

790. Ո՞րն է հաջորդականությունը, որը տրված է n-րդ անդամի բանաձևով: Գրեք հաջորդականության առաջին 10 անդամները.

ա. $a_n = n,$ բ. $a_n = \frac{1}{n},$ գ. $a_n = 2n,$

դ. $a_n = (-1)^n,$ ե. $a_n = 2n+1,$ զ. $a_n = \frac{n}{n+1}$:

791. Բերեք հաջորդականության օրինակ, որն ունի 7 անդամ:

792. Բերեք հինգ անդամ ունեցող հաջորդականության օրինակ, որի յուրաքանչյուր անդամը իր նախորդից.

ա. մեծ լինի, բ. փոքր լինի:

793. Գրեք վերջավոր հաջորդականություն, որի.

ա. անդամները լինեն դրական,

բ. անդամները լինեն մեկընդմեջ դրական և բացասական:

794. Արդյո՞ք վերջավոր է.

ա. բնական թվերի հաջորդականությունը,

բ. 1000-ից փոքր զույգ թվերի հաջորդականությունը:

795. Գտեք հաջորդականության միջին թվաբանականը, մոդան և մեդիանը.

ա. $1, 1, 2, 1, 3, 1, 3$,

բ. $1, 10, 100, 100, 10, 1, 10, 100$,

գ. $2, 4, 6, 3, 4, 5, 4, 5, 6, 4, 4, 4, 2, 2, 2$,

դ. $14, 14, 15, 15, 14, 16, 13, 14, 15, 14, 14, 15$:

796. Ինչպե՞ս կփոփոխվի թվային հաջորդականության միջին թվաբանականը, մոդան և մեդիանը, եթե.

ա. նրա բոլոր անդամներին գումարենք միևնույն թիվը,

բ. նրա բոլոր անդամներից հանենք միևնույն թիվը,

գ. նրա բոլոր անդամները բազմապատկենք միևնույն թվով,

դ. նրա բոլոր անդամները բաժանենք միևնույն թվի վրա:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

797. Կոշիկի խանութում օրվա ընթացքում վաճառվել էին տղամարդու հետևյալ չափսերի կոշիկներ. $40, 39, 40, 42, 40, 42, 43, 44, 45, 42, 43, 42, 41, 39, 40,$

$42, 43, 42, 42, 44$:

ա. Որոշեք ստացված հաջորդականության միջին թվաբանականը, մոդան, մեդիանը:

բ. Նշված բնութագրիչներից ո՞րն եք կարևորում:

798. Դասարանի տղաների հասակների հաջորդականությունն է՝ 155 սմ, 156 սմ, 154 սմ, 160 սմ, 165 սմ, 160 սմ, 158 սմ, 159 սմ, 154 սմ, 160 սմ: Որոշեք այս հաջորդականության միջին թվաբանականը, մոդան, մեդիանը:

799. Դասարանի աշակերտների տարեկան գնահատականները հանրահաշվից կազմում էին հետևյալն հաջորդականությունը. $4, 4, 5, 3, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 3, 3, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 4, 4, 3, 4, 4$: Որոշեք այս հաջորդականության միջին թվաբանականը, մոդան, մեդիանը:

800. Աշակերտներից մեկի քառորդային գնահատականը նշանակելիս հայոց լեզվի ուսուցիչը ընտրեց նրա՝ այդ եռամսյակում ստացած գնահատականների միջին թվաբանականը, ֆիզիկայի ուսուցիչը՝ մոդան, իսկ մաթեմատիկայի ուսուցիչը՝ մեդիանը: Ու՞մ մոտեցումն եք համարում արդարացի:

§21 ՊԱՐԶ ԻՐԱՎԻՃԱԿՆԵՐՈՒՄ ՀՆԱՐԱՎՈՐ ՏԱՐԲԵՐԱԿՆԵՐԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ

1. Տեղափոխություններ: Կիրառական տարբերի իրադրություններում հաճախ տրված առարկաները մենք տեղավորում կամ դասավորում ենք ինչ-որ տեղերում, և անհրաժեշտ է լինում պարզել նման դասավորումների թիվը: Դիտարկենք մեկ օրինակ:

Քանի՞ եղանակով կարելի է կազմել շարասյուն դասարանի աշակերտներից:

Իհարկե, շարասյունների թիվը կախված է աշակերտների թվից: Եթե աշակերտների թիվը մեկ է, ապա կստացվի մեկ շարասյուն: Եթե լինեն երկու աշակերտներ՝ a և b, ապա առաջին տեղում կարող է կանգնել այդ աշակերտներից յուրաքանչյուրը, իսկ երկրորդ տեղում կկանգնի մյուսը, և մենք կունենանք ընդամենը երկու շարասյուն՝ ab և ba: Դիցուք ունենք երեք աշակերտ՝ a, b, c: Առաջին տեղում կարող է կանգնել a աշակերտը: Այդ դեպքում երկրորդում կարող է կանգնել b և c աշակերտներից յուրաքանչյուրը, և մենք կունենանք երկու շարասյուն՝ abc, acb: Նույն կերպ, եթե առաջին տեղում կանգնեն b-ն կամ c-ն, ապա կունենանք ևս երկուական շարասյուններ՝ bac, bca և cab, cba: Այսպիսով՝ մենք ունեցանք ընդամենը 6 շարասյուն: Այժմ ենթադրեք, թե ունենք a, b, c, d չորս աշակերտներ: a աշակերտին տեղավորելով առաջին տեղում, համաձայն նախորդ դեպքի, մնացած երեքի համար մենք կունենանք 6 շարասյուն: Բայց առաջին տեղում կարելի է տեղավորել նաև մնացած երեք աշակերտներին, և մենք կունենան 6-ական շարասյուն յուրաքանչյուրի համար: Այսպիսով, մենք կունենանք ընդամենը 24 շարասյուն: Այստեղ արդեն մենք կարող ենք նկատել մի հետաքրքիր օրինաչափություն: Քննարկված դեպքերից յուրաքանչյուրից հաջորդին անցնելիս ստացվող շարասյունների թիվը բազմապատկվում է այդ հաջորդ դեպքում դասարանում եղած աշակերտների թվով.

1 աշակերտի համար շարասյունների թիվը 1 է,

2 աշակերտի համար շարասյունների թիվը 1.2 է,

3 աշակերտի համար շարասյունների թիվը $1.2.3$ է,

4 աշակերտի համար շարասյունների թիվը $1.2.3.4$ է:

Կատարելով նմանատիպ դատողություններ, մենք կարող ենք ցույց տալ, որ 5 աշակերտի համար շարասյունների թիվը $1.2.3.4.5$ է և, ընդհանրապես, n աշակերտների համար բոլոր շարասյունների թիվը հավասար է 1-ից մինչև n բնական թվերի արտադրյալին: 1-ից մինչև n բնական թվերի արտադրյալը ընդունված է անվանել n թվի ***ֆակտորիալ*** և նշանակել n!: Այսպիսով՝ $n! = 1.2....n$:

Հասկանալի է, որ բերված խնդրում աշակերտներին կարելի է փոխարինել կամայական տարրերով, իսկ աշակերտներին շարք կանգնեցնելու խնդիրը փոխարինել այդ տարրերից կազմված հաջորդականությամբ: Քանի որ շարքերում աշակերտները չեն կարող կրկնվել, ապա մենք կունենանք չկրկնվող անդամներով հաջորդականություններ: Ընդունված է կամայական n տարրերի չկրկնվող անդամներով և n անդամ ունեցող հաջորդականությունները անվանել այդ տարրերի ***տեղափոխություններ:*** Օրինակ, a, b տարրերի տեղափոխություններն են ab և ba, իսկ a, b, c տարրերի տեղափոխություններն են abc, acb, bac, bca, cab, cba: Կատարելով շարասյունների թվի մասին վերևում արված դատողություններին նման դատողություններ, մենք կստանանք հետևյալ կարևոր հատկությունը:

Տեղափոխությունների թիվը

n տարրերի բոլոր հնարավոր տեղափոխությունների թիվը հավասար է $n!$:

2. Զուգորդություններ: Կիրառական կարևոր նշանակություն ունեն նաև առարկաների զուգորդման վերաբերյալ խնդիրները: Դիտարկենք մեկ օրինակ:

Երեք զինվորներից երկուսին պետք է ուղարկեին գիշերային հերթապահության: Քանի՞ եղանակով կարելի էր կազմել պահանջվող զույգը:

Եթե զինվորները լինեն a-ն, b-ն և c-ն, ապա կունենանք հետևյալ զույգերը. $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$, և, ուրեմն, պահանջվող զույգերը կարելի կլինի կազմել երեք եղանակով:

Ստացված զույգերը ***զուգորդություններ*** են` երեք տարրերից երկուական: Իհարկե, կարելի է կազմել նաև զուգորդություններ կամայական n թվով տարրերից m-ական, իհարկե, եթե m-ը մեծ չէ n-ից: Հետագայում մենք կապացուցենք զուգորդությունների թվի վերաբերյալ հետևյալ կարևոր հատկությունը:

Զուգորդությունների թիվը

Դիցուք m բնական թիվը մեծ չէ n-ից: Այդ դեպքում n տարրերից m-ական զուգորդությունների թիվը հավասար է

$$\frac{n!}{m!(n-m)!}:$$

Օգտվելով այս արտահայտությունից կարելի է լուծել զուգորդությունների վերաբերյալ զանազան խնդիրներ: Վերևում դիտարկված խնդրի համար մենք կունենայինք`

$$\frac{3!}{2!(3-2)!}=3:$$

Լուծենք ևս մեկ խնդիրը:

Քանի՞ եղանակով կարելի է ընտրել չորս հյուրերից երկուսին:

Լուծում: Այստեղ մենք ունենք 4 տարրերից երկուական զուգորդություններ, որոնց թիվը կլինի

$$\frac{4!}{2!(4-2)!}=6:$$

3. Կարգավորություններ: Երբ մենք տրված առարկաները տեղավորում էինք հերթականությամբ, ստանում էինք տեղափոխություններ: Բայց հաճախ անհրաժեշտ է լինում հերթականությամբ տեղավորել տրված առարկաների մի մասը: Այս դեպքում մենք ստանում ենք ***կարգավորություններ:*** Դիտարկենք մեկ օրինակ:

Քանի՞ եղանակով կարելի է նստեցնել երկու տեղում երեք հոգուց երկուսին:

Այստեղ մենք երեք հոգուց պետք է կազմենք երկուական զուգորդություններ, որոնց թիվը կլինի 3: Այնուհետև՝ յուրաքանչյուր զուգորդությունից կստանանք երկու տեղափոխություն: Արդյունքում կունենանք 2.3 կամ 6 կարգավորություն: Այսինքն՝ երեք հոգուց երկու տեղում երկուական կարելի է նստեցնել 6 եղանակով:

Դիցուք ունենք n տարր և ուզում ենք կազմել դրանցից m-ական կարգավորություններ, այսինքն՝ դրանցից կամայական m տարրերի տեղափոխություններ: Յասկանալի է, որ n տարրերից m-ական յուրաքանչյուր զուգորդությունից մենք կստանանք n տարրերից m-ական m! տեղափոխություն: Այսինքն՝ n տարրերից m-ական կարգավորությունների թիվը հավասար է n տարրերից m-ական զուգորդությունների թվի և m տարրերի տեղափոխությունների թվի արտադրյալին: Յետևապես, մենք կունենանք հետևյալ կարևոր հատկությունը:

Կարգավորությունների թիվը

Դիցուք m բնական թիվը մեծ չէ n-ից: Այդ դեպքում n տարրերից m-ական կարգավորությունների թիվը հավասար է

$$\frac{n!}{(n-m)!}:$$

Ապացուցում: Մենք գիտենք, որ n տարրերից m -ական զուգորդությունների թիվը $\dfrac{n!}{m!(n-m)!}$ է, իսկ m տարրերի տեղափոխությունների թիվը՝ $m!$: Միևնույն ժամանակ՝ n տարրերից m-ական կարգավորությունների թիվը հավասար է n տարրերից m-ական զուգորդությունների թվի և m տարրերի տեղափոխությունների թվի արտադրյալին: Յետևապես, n տարրերից m-ական կարգավորությունների թիվը կլինի՝ $\dfrac{n!}{m!(n-m)!}\cdot m!$ կամ $\dfrac{n!}{(n-m)!}$:

Օգտվելով ստացված հատկությունից, լուծենք հետևյալ խնդիրը:

Իրարից տարբեր նիշեր ունեցող քանի՞ եռանիշ թիվ գոյություն ունի:

Լուծում: Նիշերը, որոնցով կազմվում են թվերը, 10 են: Այստեղ մենք ունենք կարգավորություններ 10-ից երեքական: Յամաձայն հատկության դրանց թիվը կլինի $10!:(10-3)!$ կամ 720: Սակայն այս թվից պետք է հանել այն թվերը, որոնք սկսվում են 0-ով: Դրանք կլինեն կարգավորություններ 9 տարրերից երկուական, որոնց թիվը կլինի $9!:(9-2)!$ կամ 72: Յետևապես, որոնելի թվերի քանակը կլինի $720-72$ կամ 648:

ՀԱՄԿԱՑԵՂ ԵՎ ԴԱՍԸ

1. Բերեք տեղափոխության օրինակներ:
2. Ի՞նչ է n թվի ֆակտորիալը:
3. Ինչի՞ է հավասար n տարրերի բոլոր տեղափոխությունների թիվը:
4. Բերեք a, b, c տարրերից երկուական զուգորդության օրինակներ:
5. Ինչի՞ է հավասար n տարրերից m-ական զուգորդությունների թիվը:
6. Ինչի՞ է հավասար n տարրերից m-ական կարգավորությունների թիվը:
7. Ապացուցեք, որ n տարրերից m-ական կարգավորությունների թիվը հավասար է $\frac{n!}{(n-m)!}$:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

801. Քանի՞ «բառ» կարելի է կազմել.

ա. երկու տառից, բ. երեք տառից, գ. չորս տառից:

802. Չկրկնվող նիշերով քանի՞ թիվ կարելի է կազմել $1, 2, 3, 4$ նիշերով:

803. Չկրկնվող նիշերով քանի՞ թիվ գոյություն ունի:

804. Գտեք n տարրերի բոլոր տեղափոխությունների թիվը, որտեղ

ա. $n=4$, բ. $n=5$, գ. $n=6$, դ. $n=10$:

805. Եռանկյան գագաթները սովորաբար նշանակում են լատինական այբուբենի մեծատառերով: Նման նշանակման քանի՞ հնարավորություն կա:

806. Ինչի՞ է հավասար 3 տարրերից երկուական զուգորդությունների թիվը:

807. Գտեք m տարրերից n -ական բոլոր զուգորդությունների թիվը, որտեղ.

ա. $m=4$, $n=2$, բ. $m=4$, $n=3$,

գ. $m=6$, $n=3$, դ. $m=15$, $n=10$:

808. Քանի՞ անկյունագիծ ունի n-անկյուն բազմանկյունը:

809. Գտեք n տարրերից m-ական բոլոր կարգավորությունների թիվը, որտեղ.

ա. $m=2$, $n=10$, բ. $m=5$, $n=10$,

գ. $m=10$, $n=15$, դ. $m=17$, $n=21$:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

810. Քանի՞ եղանակով կարելի է նստեցնել երեք հյուրերին երեք աթոռների վրա:

811. Գրադարակում եղած 5 գրքերը քանի՞ եղանակով կարելի է դասավորել մեկ շարքում:

812. Ունենք երեք դրոշներ՝ կարմիր, կանաչ և սպիտակ գույների, որոնք հաջորդաբար պարզելով՝ տալիս են ազդանշան: Ընդամենը քանի՞ ազդանշան կարելի է տալ:

813. Շախմատային տախտակի վրա ութ նավակները տեղավորում են այնպես, որ ցանկացած երկուսը իրար չեն «հարվածում»: Նման քանի՞ հնարավորություն կա:

814. Քանի՞ ձևով կարելի է 5 նամակները տեղավորել 5 ծրարներում:

815. Ալքիմիկոսը 20 տարբեր հեղուկներից պատրաստելու էր անմահական ջուրը: Նա գիտեր, թե որ հեղուկից ինչ քանակությամբ պետք է վերցնել, սակայն չգիտեր դրանք խառնելու հերթականությունը: Արդյո՞ք նա կարող էր ստանալ խառնուրդներ բոլոր հնարավոր հերթականություններով:

816. Քանի՞ եղանակով կարելի է ընտրել երեք մետաղադրամներից երկուսը:

817. Հինգ տառերից քանի՞ երկտառանոց բառ կարելի է կազմել:

818. Քանի՞ եղանակով կարելի է նստեցնել չորս հյուրերից երկուսին տրված երկու աթոռների վրա:

819. Քանի՞ եղանակով կարելի է կազմել մաթեմատիկայի քննական հանձնաժողովը, որն ունի երեք անդամ, իսկ մաթեմատիկայի ուսուցիչների թիվը հինգն է:

820. Քանի՞ ձևով կարելի է գրադարակում տեղավորել հինգ գրքերից երեքը:

821. 5 տարբեր թվերով կազմված քանի՞ հեռախոսահամար գոյություն ունի:

822. Տասը քաղաքներից յուրաքանչյուրից մյուսը մեկնում է մեկ ավտոբուս: Քանի՞ ավտոբուս կպահանջվի:

823. Պոկեր խաղում խաղացողները ստանում են հինգական խաղաթուղթ: Խաղացողի խաղաթղթերից կարող են կազմվել հետևյալ տարբերակները.

ա. զույգ – հինգից երկուսը միատեսակ խաղաքարտեր են (օրինակ՝ թագավորներ),

բ. երկզույգ – երկու տարբեր per -եր,

գ. եռյակ - երեք միատեսակ խաղաքարտեր,

դ. քառյակ – չորս միատեսակ խաղաքարտեր,

ե. լրիվ - եռյակ և զույգ,

զ. կարգ - խաղաքարտերը կազմում են հերթականություն (օրինակ՝ $7, 8, 9, 10$ *½ÇÝíáñ*, կամ $9, 10$ *½ÇÝíáñ, Ã³·áõÑÇ, Ã³·³íáñ,* Ï³Ù 10, *½ÇÝíáñ, Ã³·áõÑÇ, Ã³·³íáñ,* 1),

է. գույն - բոլոր խաղաքարտերը նույն մաստի են,

ը. գույն և կարգ - խաղաքարտերը կազմում են գույն և կարգ:

Հաշվեք, թե քանի՞ տարբերակ գոյություն ունի ա - ը դեպքերից յուրաքանչյուրի համար:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

824. Գրքի էջերը համարակալելու համար օգտագործվեցին 489 հատ թվանշաններ: Քանի՞ էջ ուներ գիրքը:

825. Ի՞նչ է երկու թվերի միջին թվաբանականը:

826. Ո՞րն է հավասարությունների գումարման հատկությունը:

827. 20% աղիճծ պարունակող աղնծի և ցինկի 100 կգ համաձուլվածքից կտրեցին մի կտոր և տեղը խառնեցին նույն քանակությամբ մաքուր աղինծ, որից հետո աղնծի և ցինկի քանակությունները հավասարվեցին: Որքա՞ն էր կշռում կտրված կտորը:

§22 ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱՆԵՐ

1. Թվաբանական պրոգրեսիա: Ավելի հաճախ մենք առնչվում ենք այնպիսի հաջորդականությունների հետ, որոնք օժտված են որոշակի օրինաչափություններով: Նման կարևոր հաջորդականություններից են պրոգրեսիաները: Պրոգրեսիան հունական բառ է, որ նշանակում է շարժում դեպի առաջ: Հաջորդականությունների պարագայում ենթադրվում է, որ «շարժումը» կատարվում է հաջորդականության առաջին անդամից դեպի երկրորդը, երկրորդից՝ երրորդը, երրորդից՝ չորրորդը և այլն: Ընդ որում՝ «շարժումը» կատարվում է հանրահաշվական գործողությունների կիրառման միջոցով. երբ հաջորդականության անդամներով «առաջ ենք շարժվում», ամեն անգամ նոր անդամներ ստանալու համար նախորդին մի հաստատուն թիվ գումարելով, ստանում ենք թվաբանական պրոգրեսիա: Իսկ երբ պրոգրեսիայի անդամները նշված ճանապարհով մեկը մյուսից ստացվում են միևնույն թվի բազմապատկման միջոցով, ստացվում է երկրաչափական պրոգրեսիա: Նախ դիտարկենք թվաբանական պրոգրեսիաները:

Թվաբանական պրոգրեսիայի սահմանումը

Թվաբանական պրոգրեսիա է կոչվում այն հաջորդականությունը, որի յուրաքանչյուր անդամը, սկսած երկրորդից, ստացվում է իր նախորդին միևնույն՝ այդ հաջորդականության համար հաստատուն, թիվը գումարելով: Այսինքն՝ $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ հաջորդականությունը կոչվում է թվաբանական պրոգրեսիա, եթե գոյություն ունի մի այնպիսի d թիվ, որ

$$a_{n+1} = a_n + d, \ n = 1, 2, ...$$

Օրինակ՝

$$1, 2, 3, 4$$

հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է. եթե նրա յուրաքանչյուր անդամին գումարենք 1 թիվը, կստանանք այդ անդամին հաջորդող անդամը:

Թվաբանական պրոգրեսիա է նաև զույգ թվերի

$$2,\ 4,\ 6,...$$

հաջորդականությունը, որի յուրաքանչյուր անդամին 2 թիվն ավելացնելով, ստանում ենք այդ անդամին հաջորդող անդամը: Մինչդեռ

$$1,\ 2,\ 4$$

հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա չէ: Դուք չեք կարող գտնել մի թիվ, որը հաջորդականության յուրաքանչյուր անդամին գումարելով, ստանաք նրա հաջորդ անդամը. այդ հաջորդականության երկրորդ անդամը ստացվում է, եթե նրա առաջին անդամին գումարենք 1 թիվը, իսկ երրորդ անդամը ստացվում է նրա երկրորդ անդամին 2 թիվը գումարելուց:

Թիվը, որի մասին խոսվում է թվաբանական պրոգրեսիայի մեջ, կարևոր դեր է խաղում: Այն հավասար է պրոգրեսիայի կամայական անդամի և նրա նախորդի տարբերությանը և այդ պատճառով կոչվում է պրոգրեսիայի տարբերություն:

Պրոգրեսիայի տարբերության սահմանումը

Թիվը, որը գումարելով թվաբանական պրոգրեսիայի յուրաքանչյուր անդամին, ստացվում է այդ անդամի հաջորդ անդամը, կոչվում է այդ պրոգրեսիայի տարբերություն:

Այսպիսով, ըստ սահմանման $a_1,\ a_2,...,a_n,...$ պրոգրեսիայի համար $d = a_{n+1} - a_n,\ \ n = 1,2,...$: Օրինակ՝ $1,\ 3,\ 5$ թվաբանական պրոգրեսիայի տարբերությունը 2 -ն է, իսկ $2,\ 8,\ 14,\ 20$ պրոգրեսիայի տարբերությունը՝ 6 -ը:

Եթե պրոգրեսիայի տարբերությունը դրական է՝ $d > 0$, ապա նրա յուրաքանչյուր անդամը մեծ է իր նախորդից: Այդ դեպքում պրոգրեսիան կոչվում է ***աճող***: Իսկ եթե $d < 0$, ապա պրոգրեսիան կոչվում է ***նվազող***: Օրինակ՝ $10,\ 20,\ 30$ պրոգրեսիան աճող է, որովհետև նրա տարբերությունը հավասար է 10-ի և, ուրեմն, դրական է: Իսկ $30,\ 20,\ 10$ պրոգրեսիայի տարբերությունը -10 է. պրոգրեսիան նվազող է: Եթե $d = 0$, ապա պրոգրեսիան ոչ աճող է, ոչ էլ նվազող. նրա բոլոր անդամները իրար հավասար են:

2. Թվաբանական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունը:

Թվաբանական պրոգրեսիայի հասկացությունը սերտորեն կապված է թվաբանական միջինի հասկացության հետ: Իսկապես, վերցնենք $a_1,\ a_2,...,\ a_n,...$ թվաբանական պրոգրեսիայի $a_n,\ a_{n+1},\ a_{n+2}\ (n = 1,2,..)$ երեք հաջորդական անդամներ: Այդ դեպքում, համաձայն թվաբանական պրոգրեսիայի սահմանման, ունենք՝

$$a_{n+1} = a_n + d,\ a_{n+2} = a_{n+1} + d:$$

Այս հավասարություններից կստանանք՝

$$d = a_{n+1} - a_n, \ d = a_{n+2} - a_{n+1} \quad \text{կամ} \quad a_{n+1} - a_n = a_{n+2} - a_{n+1} :$$

Վերջին հավասարությունից կստանանք՝

$$a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2} :$$

Այսինքն՝ թվաբանական պրոգրեսիայի յուրաքանչյուր միջին անդամ հավասար է իր հարևան անդամների թվաբանական միջինին:

Իսկ ճի՞շտ է արդյոք հակադարձը: Դիցուք՝ ունենք $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ հաջորդականությունը, որի յուրաքանչյուր անդամ հավասար է իր հարևանների թվաբանական միջինին, այսինքն՝ ճշմարիտ է (1) հավասարությունը n-ի յուրաքանչյուր բնական արժեքի համար: Այդ դեպքում (1) հավասարությունից կստանանք $a_{n+1} - a_n = a_{n+2} - a_{n+1}$: Նշանակենք այս հավասարության աջ և ձախ կողմերում գրված իրար հավասար տարբերություններից յուրաքանչյուրը d-ով՝ $d = a_{n+1} - a_n$, $d = a_{n+2} - a_{n+1}$: Այս հավասարություններից կստանանք $a_{n+1} = a_n + d,\ a_{n+2} = a_{n+1} + d$: Իսկ սա նշանակում է, որ $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է:

Այսպիսով՝ մենք ապացուցեցինք թվաբանական միջինի օգնությամբ թվաբանական պրոգրեսիայի բնութագրման հատկությունը:

Թվաբանական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունը
Հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է՝ նշանակում է, որ նրա յուրաքանչյուր անդամ հավասար է իր երկու անմիջական հարևան անդամների թվաբանական միջինին:

Օրինակ՝ $1, 5, 9, 13$ հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է: Միաժամանակ նրա անդամներից 5-ը և 9-ը (միայն նրանք ունեն երկու անմիջական հարևաններ) հավասար են իրենց երկու անմիջական հարևան անդամների թվաբանական միջինին.

$$5 = \frac{1+9}{2}, \ 9 = \frac{5+13}{2} :$$

3. ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱՅԻ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ԱՆԴԱՄԻ ԲԱՆԱՁԵՎԸ:
Իմանալով թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին անդամը և տարբերությունը՝ մենք կարող ենք գտնել նրա ցանկացած անդամը: Իսկապես, դիցուք՝ $a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...$ թվաբանական պրոգրեսիայի տարբերությունը d է: Այդ դեպքում՝

$$a_2 = a_1 + d,$$
$$a_3 = a_2 + d = a_1 + d + d = a_1 + 2d,$$
$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 2d + d = a_1 + 3d :$$

Կամայական n բնական թվի համար կունենանք՝

$$a_n = a_1 + (n-1)d :$$

Այսպիսով մենք ստացանք թվաբանական պրոգրեսիայի n-րդ անդամի բանաձևը:

Թվաբանական պրոգրեսիայի n-րդ անդամի բանաձևը
Եթե $a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...$ թվաբանական պրոգրեսիայի տարբերությունը d է, ապա նրա a_n n-րդ անդամը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$a_n = a_1 + (n-1)d :$$

Ապացույցը	*Փաստարկները*
$a_1+a_2+a_3+...+a_{n-1}+a_n$ $=a_1+(a_1+d)+(a_2+d)+...+(a_{n-1}+d)$	թվաբանական պրոգրեսիայի սահմանումը
$=a_1+(a_1+a_2+a_3+...+a_{n-1})+d(n-1)$	գումարման տեղափոխական և զուգորդական օրենքները
$a_1+a_2+a_3+...+a_{n-1}+a_n$ $=a_1+(a_1+a_2+a_3+...+a_{n-1})+d(n-1)$	հավասարության փոխանցական օրենքը
$a_n = a_1+(n-1)d$	գումարման հատկությունները

4. ԹՎԱԲԱՆԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱՅԻ ԱՆԴԱՄՆԵՐԻ ԳՈՒՄԱՐԸ: Կարո՞ղ եք հաշվել 1-ից մինչև 100-ը բոլոր բնական թվերի գումարը: Ահա այս խնդրի լուծման մեջ է առաջին անգամ լիարժեք փայլատակել ապագա մեծագույն մաթեմատիկոս, կամ ինչպես ժամանակակիցներն էին ասում՝ մաթեմատիկայի արքա Կարլ Գաուսի միտքը: Գաուսը դպրոց է հաճախել յոթ տարեկանում: Մարմնական պատիժները այդ ժամանակ ընդունված էին: Ուսուցիչ Բյուտների մտրակը հաճախակի էր դաղում աշակերտներին: Դաղվել էր նաև փոքրիկ Գաուսի մեջքը, քանի որ նա սկզբնական շրջանում առանձնապես չէր փայլում: Բայց պատկերը արմատապես փոխվեց, երբ սկսվեցին թվաբանության դասերը: Մի անգամ ուսուցիչը հանձնարարեց աշակերտներին գտնել 1-ից մինչև 100-ը բոլոր թվերի գումարը: Նա նոր էր վերջացրել խնդրի շարադրանքը, երբ լսվեց փոքրիկ Գաուսի ձայնը.

- Ես արդեն վերջացրել եմ,- և իր լուծումը դրեց ուսուցչի սեղանին:

Ուսուցիչը չէր շտապում ստուգել Գաուսի առաջարկած լուծումը: Նա համոզված էր, որ աշակերտը սխալվել է.

- Այդքան կարճ ժամանակում չի կարելի լուծել նման դժվար խնդիր,- ասաց նա:

Բայց մեծ եղավ ուսուցչի զարմանքը և հիացմունքը, երբ նա տեսավ, որ Գաուսը ամեն ինչ ճիշտ է արել. ճիշտ և չափազանց հնարամիտ եղանակով:

Ահա թե ինչպես էր հաշվել 1-ից մինչև 100 թվերի գումարը փոքրիկ Գաուսը.

$$\begin{aligned}&1+2+3+\ldots+98+99+100\\&=(1+100)+(2+99)+(3+98)+\ldots+(49+52)+(50+51)\\&=101\cdot 50=5050:\end{aligned}$$

Լուծման այս եղանակը կարելի է օգտագործել կամայական թվաբանական պրոգրեսիայի որոշ թվով անդամների գումարը գտնելու համար:

Նախապես նկատենք, որ վերջավոր թվաբանական պրոգրեսիայի ծայրանդամներից հավասարահեռ անդամների գումարը հավասար է ծայրանդամների գումարին:

Թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարի առաջին բանաձևը

$a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots$ թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների S_n գումարը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$S_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n:$$

Ապացույցը	**Փաստարկները**
$a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots$	թվաբանական պրոգրեսիա
$S_n=a_1+a_2+\ldots+a_{n-1}+a_n$	նրա 1-ին n անդամների գումարը
$S_n=a_n+a_{n-1}+\ldots+a_2+a_1$	գումարման տեղափոխ. օրենքը
$a_1+a_n=a_2+a_{n-1}=\ldots=a_{n-1}+a_2=a_n+a_1$	պրոգրեսիայի սահմանումը, գումարման և հանման հատկությունները
$2S_n=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\ldots+(a_{n-1}+a_2)+(a_n+a_1)$	պրոգրեսիայի գումարի կրկնակին, գումարման տեղափոխ. օրենքը

$= n\cdot(a_1 + a_n)$	գումարի և արտադրյալի կապը
$2S_n = n\cdot(a_1 + a_n)$	հավասարության փոխանց. օրենքը
$S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2}\cdot n$	արտադրյալի և հավասարության կապը

Հաշվենք, օրինակ, $3, 11, 19, 27,...$ պրոգրեսիայի առաջին 4 անդամների գումարը: Ունենք՝ $a_1 = 3,\ a_4 = 27,\ n = 4$: Օգտվելով պրոգրեսիայի գումարի բանաձևից՝ կստանանք.

$$S_4 = \frac{a_1 + a_4}{2}\cdot 4 = \frac{30}{2}\cdot 4 = 60 :$$

Հաճախ թվաբանական պրոգրեսիան տրված է լինում առաջին անդամի և տարբերության միջոցով: Նման դեպքերում պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարի՝ վերը բերված բանաձևից նպատակահարմար չէ օգտվել: Այստեղ օգտակար է հաջորդ բանաձևը:

Թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարի երկրորդ բանաձևը

d տարբերությամբ և a_1 առաջին անդամով թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների S_n գումարը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}\cdot n :$$

Ապացույցը	**Փաստարկները**
$S_n = \dfrac{a_1 + a_n}{2}\cdot n$	թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարի 1-ին բանաձևը
$a_n = a_1 + (n-1)d$	թվաբանական պրոգրեսիայի n -րդ անդամի բանաձևը
$S_n = \dfrac{2a_1 + (n-1)d}{2}\cdot n$	գումարման և բազմապատկման հատկությունները

ՀԱՄՆԱՑԵԼ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Ո՞ր հաջորդականությունն է կոչվում թվաբանական պրոգրեսիա:
2. Բերեք թվաբանական պրոգրեսիայի օրինակներ:

3. Ի՞նչ է թվաբանական պրոգրեսիայի տարբերությունը:

4. Ո՞րն է «տարբերություն» անվանման պատճառը:

5. Ո՞ր պրոգրեսիան է կոչվում աճող, և ո՞րը՝ նվազող:

6. Աճո՞ղ է, թե՞ նվազող զրո տարբերությամբ թվաբանական պրոգրեսիան:

7. Ձևակերպեք և ապացուցեք թվաբանական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունը:

8. Հաջորդականության երրորդ անդամը հավասար է նրա երկրորդ և չորրորդ անդամների թվաբանական միջինին: Պարտավո՞ր է այդ հաջորդականությունը լինել թվաբանական պրոգրեսիա:

9. Ապացուցեք, որ հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է՝ նշանակում է, որ նրա յուրաքանչյուր անդամ հավասար է իրենից հավասարահեռ անդամների թվաբանական միջինին:

10. Ո՞րն է $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ թվաբանական պրոգրեսիայի n -րդ անդամի բանաձևը:

11. Արտածեք թվաբանական պրոգրեսիայի n -րդ անդամի բանաձևը:

12. Ինչպե՞ս Գաուսը որոշեց մեկից մինչև հարյուր թվերի գումարը:

13. Ո՞րն է թվաբանական պրոգրեսիայի անդամների գումարի առաջին բանաձևը:

14. Ապացուցեք թվաբանական պրոգրեսիայի անդամների գումարի առաջին բանաձևը:

15. Ապացուցեք թվաբանական պրոգրեսիայի անդամների գումարի երկրորդ բանաձևը:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

828. Արդյո՞ք թվաբանական պրոգրեսիա է հետևյալ հաջորդականությունը.

ա. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$, բ. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$, գ. $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}$, դ. $\frac{2}{5}, \frac{12}{10}, \frac{40}{20}, \frac{28}{10}$:

829. Բերեք չորս անդամներ ունեցող հաջորդականության օրինակ, որը թվաբանական պրոգրեսիա չէ, բայց նրա առաջին երեք անդամները կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա:

830. Կարո՞ղ են չորս անդամներ ունեցող հաջորդականության առաջին երեք և վերջին երեք անդամները կազմել թվաբանական պրոգրեսիաներ, բայց հաջորդականությունն ինքը թվաբանական պրոգրեսիա չլինի:

831. Կազմեք մի թվաբանական պրոգրեսիա, որի առաջին անդամը լինի 3, իսկ երրորդ անդամը՝ 8:

832. Կարո՞ղ եք կազմել մի թվաբանական պրոգրեսիա, որի առաջին անդամը լինի 3, հինգերորդ անդամը՝ 8, իսկ վեցերորդ անդամը լինի 10:

833. Գտեք թվաբանական պրոգրեսիայի տարբերությունը.

ա. $1, 4, 7, 10$, բ. $15, 30, 45, 60$, գ. $10, 7, 4, 1$, դ. $-10, -5, 0, 5$ ։

834. Կազմեք մի թվաբանական պրոգրեսիա, որի տարբերությունը լինի.

ա. 2 , բ. 40 , գ. 100 , դ. -400 ։

835. Գտեք թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին չորս անդամները, եթե.

ա. $a_1 = 8,\ d = 10,$ բ. $a_1 = 15,\ d = 30,$

գ. $a_1 = 10,\ d = 8,$ դ. $a_1 = -0{,}15,\ d = 3{,}95$ ։

836. Գտեք x թվի այնպիսի արժեք, որ տրված թվերը կազմեն թվաբանական պրոգրեսիա.

ա. $4, x, 9$, բ. $x, -4, -6$, գ. $15, -30, x$ ։

837. $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է։ Ցույց տվեք, որ

$$a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2},\ n = 1,2,3,...$$

838. Կամայական n բնական թվի համար $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ հաջորդականության անդամները բավարարում են

$$a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2}, n = 1,2,...$$

պայմանին։ Արդյո՞ք թվաբանական պրոգրեսիա է այդ հաջորդականությունը։

839. Օգտվելով թվաբանական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունից՝ ապացուցեք, որ $2, 6, 10, 16$ հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է։

840. Օգտվելով թվաբանական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունից՝ ապացուցեք, որ $7, 3, -1, -5, -9$ հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է։

841. Թվաբանական պրոգրեսիա՞ է $a, a, a, ...$ հաջորդականությունը։

842. Հաջորդականությունն ունի n անդամ։ Քանի՞ հավասարություն պետք է ապացուցենք, որպեսզի թվաբանական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկության միջոցով պարզենք այդ հաջորդականության թվաբանական պրոգրեսիա լինելը։

843. Հաջորդականությունն ունի n անդամ։ Ի՞նչ է նշանակում թվաբանական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկության միջոցով պարզել այդ հաջորդականության թվաբանական պրոգրեսիա չլինելը։

844. Ապացուցեք, որ եթե a, b, c հաջորդականությունը կազմում է թվաբանական պրոգրեսիա, ապա $a^2 + 8bc = (2b + c)^2$ ։

845. Օգտվելով բնութագրիչ հատկությունից՝ պարզեք արդյո՞ք թվաբանական պրոգ-

րեսիա է հետևյալ հաջորդականությունը.

ա. $0, 11, 22, 32,$ բ. $-8, -1, 6,$ գ. $10, 7, 4, 1,$ դ. $-10, -5, 0, 5$:

846. Կարո՞ղ են ուղղանկյուն եռանկյան կողմերը կազմել թվաբանական պրոգրեսիա:

847. Կարո՞ղ են եռանկյան կողմերն ու պարագիծը կազմել թվաբանական պրոգրեսիա:

848. Ապացուցեք, որ եթե եռանկյան անկյունների մեծությունները կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա, ապա անկյուններից մեկը հավասար է 60°:

849. Ապացուցեք, որ եթե $a_1, a_2, a_3, \ldots$ հաջորդականությունը d տարբերությամբ թվաբանական պրոգրեսիա է, ապա $-a_1, -a_2, -a_3, \ldots$ հաջորդականությունը $-d$ տարբերությամբ թվաբանական պրոգրեսիա է:

850. $3, a, 48$ հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է: Երկու եղանակով ապացուցեք, որ $-3, -a, -48$ հաջորդականությունը նույնպես թվաբանական պրոգրեսիա է:

851. Դիցուք՝ $a_1, a_2, a_3, \ldots$ և $b_1, b_2, b_3, \ldots$ հաջորդականությունները, համապատասխանաբար, d_1 և d_2 տարբերություններով թվաբանական պրոգրեսիաներ են:

ա. Ապացուցեք, որ $a_1-b_1, a_2-b_2, a_3-b_3, \ldots$ հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է:

բ. Ո՞րն է $a_1-b_1, a_2-b_2, a_3-b_3, \ldots$ պրոգրեսիայի տարբերությունը:

852. Ապացուցեք, որ եթե $a_1, a_2, a_3, \ldots$ հաջորդականությունը d տարբերությամբ թվաբանական պրոգրեսիա է, ապա $na_1, na_2, na_3, \ldots$ հաջորդականությունը nd տարբերությամբ թվաբանական պրոգրեսիա է:

853. Դիցուք $a_1, a_2, a_3, \ldots, b_1, b_2, b_3, \ldots$ և $c_1, c_2, c_3, \ldots$ հաջորդականությունները թվաբանական պրոգրեսիաներ են:

ա. Ապացուցեք, որ $a_1+b_1+c_1, a_2+b_2+c_2, a_3+b_3+c_3, \ldots$ հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է:

բ. Ինչպե՞ս որոշենք $a_1+b_1+c_1, a_2+b_2+c_2, a_3+b_3+c_3, \ldots$ պրոգրեսիայի տարբերությունը:

854. Դիցուք՝ $a_1, a_2, a_3, \ldots$ և $b_1, b_2, b_3, \ldots$ հաջորդականությունները թվաբանական պրոգրեսիաներ են: Արդյո՞ք թվաբանական պրոգրեսիա է.

ա. $a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, a_3 \cdot b_3, \ldots$ հաջորդականությունը,

բ. $a_1/b_1, a_2/b_2, a_3/b_3, \ldots$ հաջորդականությունը:

855. Ապացուցեք, որ եթե $a_1, a_2, a_3, \ldots$ հաջորդականությունը d տարբերությամբ թվաբանական պրոգրեսիա է, ապա կամայական c իրական թվի համար՝ նույն տարբերությամբ թվաբանական պրոգրեսիա է նաև.

ա. $a_1+c,\ a_2+c,\ a_3+c,...$ հաջորդականությունը,

բ. $a_1-c,\ a_2-c,\ a_3-c,...$ հաջորդականությունը:

856. Գտեք $2,\ 11,\ 20,\ ...$ թվաբանական պրոգրեսիայի ութերորդ անդամը:

857. Որոշեք $2,\ 16,\ 30,\ 44$ թվաբանական պրոգրեսիայի տասներորդ անդամը:

858. Ապացուցեք, որ $a_1-c,\ a_2-c,\ a_3-c,...$ հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է, եթե $a_n=bn+c$, որտեղ b -ն և c -ն հաստատուն թվեր են, $n=1,\ 2,\ 3,...$

859. $a_1,\ a_2,...,\ a_n,...$ հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է: Որոշեք a_n -ը, եթե.

ա. $a_1=8,\ d=3,\ n=14,$ բ. $a_1=-220,\ d=50,\ n=7,$

գ. $a_1=120,\ d=2/5,\ n=21,$ դ. $a_1=45,\ d=5/2,\ n=41$:

860. 2 և 3 թվերի միջև տեղավորեք այնպիսի մի թիվ, որ ստացված հաջորդականությունը կազմի թվաբանական պրոգրեսիա:

861. 2 և 3 թվերի միջև տեղավորեք երեք այնպիսի թվեր, որոնք այդ թվերի հետ միասին կազմեն թվաբանական պրոգրեսիա:

862. 0 և 7 թվերի միջև տեղավորեք յոթ այնպիսի թվեր, որոնք այդ թվերի հետ միասին կազմեն թվաբանական պրոգրեսիա:

863. Թվաբանական պրոգրեսիայի մեջ $a_{11}=67,\ a_{25}=158$: Գտնել պրոգրեսիայի այն անդամի համարը, որի արժեքն է 93:

864. Թվաբանական պրոգրեսիայի մեջ $a_7=5,\ a_{19}=21$: Գտնել պրոգրեսիայի այն անդամի համարը, որի արժեքն է 9:

865. Թվաբանական պրոգրեսիայի մեջ.

ա. $a_6+a_{10}=18$: Գտեք a_8 -ը:

բ. $a_5+a_{11}=13$: Գտեք a_7+a_9 -ը:

գ. $a_{11}=13,\ a_{15}=21$: Գտնել տարբերությունը:

դ. $a_{23}=-26,\ a_{18}+a_4=20$: Գտեք a_7 -ը:

866. Թվաբանական պրոգրեսիայի մեջ

ա. $a_3=-7,\ a_2+a_7=-13$: Գտեք նրա ամենամեծ բացասական անդամը:

բ. $a_2=6,\ a_3+a_6=31/3$: Գտեք նրա ամենափոքր դրական անդամը:

գ. $a_6=2,\ a_2+a_5=5$: Գտեք նրա ամենափոքր դրական անդամը:

867. x -ի ի՞նչ արժեքի դեպքում.

ա. $2x,\ x+2$, և $3x-1$ թվերը միևնույն թվաբանական պրոգրեսիայի 11-րդ, 17-րդ և 25-րդ անդամներն են:

բ. $x-1$, $3x+1$ և $4x$ թվերը միևնույն թվաբանական պրոգրեսիայի 12-րդ, 20-

րդ և 27-րդ անդամներն են:

868. Ապացուցեք, որ $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ թվաբանական պրոգրեսիայի համար եթե $m+n=k+p$, ապա $a_m + a_n = a_k + a_p$:

869. Որոշեք $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարը, եթե.

ա. $a_1 = 5,\ a_n = 105,\ n = 18$, բ. $a_1 = \frac{1}{2},\ a_n = \frac{21}{2},\ n = 12$,

գ. $a_1 = -10,\ a_n = -20,\ n = 7$, դ. $a_1 = 0{,}1,\ a_n = 2,\ n = 14$:

870. Որոշեք $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարը, եթե.

ա. $d = 10,\ a_n = 459,\ n = 40$, բ. $d = -1/4,\ a_n = 1,\ n = 23$,

գ. $d = 2,\ a_n = -10,\ n = 115$, դ. $d = 1 + a,\ a_n = 28a + 27,\ n = 24$:

871. Որոշեք $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին անդամը, տարբերությունը և անդամների թիվը, եթե

$$S_{15} = 412{,}5,\ a_1 + a_5 = 17,\ a_n = 55:$$

872. Գտեք բոլոր եռանիշ թվերի գումարը:

873. $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ թվաբանական պրոգրեսիայում.

Տրված են	Գտեք
ա. $a_3 = -7,\ a_2 + a_7 = 13$	ամենափոքր դրական անդամը
բ. $a_3 = -2,\ a_4 + a_7 = -3$	ամենամեծ բացասական անդամը
գ. $a_6 = 2,\ a_2 + a_5 = 5$	ամենափոքր դրական անդամը
դ. $a_7 = 16,\ a_5 + a_{13} = 44$	30-ից փոքր անդամների թիվը
ե. $a_1 = 8{,}2,\ a_2 = 7{,}4$	բոլոր դրական անդամների թիվը
զ. $a_1 = -6{,}5,\ a_2 = -6$	բոլոր բացասական անդամների գումարը
է. $a_7 = 2x,\ a_{17} = 3x + 1,\ a_{23} = 4x - 1$	d-ն, S_{10}-ը
ը. $a_9 = x - 1,\ a_{15} = 2 - 3x,\ a_{27} = 1 + 2x$	d-ն, S_{20}-ը
թ. $a_{10} = 2 - x,\ a_{15} = 3x + 1,\ a_{23} = 4x - 1$	d-ն, a_3-ը, S_7-ը
ժ. $a_4 = x + 4,\ a_{14} = 2 - 3x,\ a_{20} = 2x + 1$	a_1-ը, d-ն, S_{20}-ը

874. $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ թվաբանական պրոգրեսիայում

Տրված են	Գտեք
ա. $a_1 = 5{,}8,\ d = -1{,}5$	a_{10}-ը, a_{15}-ը, S_{20}-ը

բ. $a_1 = 18,\ d = -0{,}6$ $\quad$ a_3-ը, a_{20}-ը, a_{26}-ը, S_{10}-ը

գ. $a_1 = 9\sqrt{3} - 2,\ d = 2 - \sqrt{3}$ $\quad$ a_{12}-ը, S_{10}-ը

դ. $a_{36} = 26,\ d = 0{,}7$ $\quad$ a_1-ը, a_6-ը, S_{20}-ը

ե. $a_1 = -3{,}7,\ d = -0{,}6,\ a_n = -9{,}7$ $\quad$ n-ը, S_n-ը

զ. $d = -0{,}4,\ n = 12,\ a_n = 2{,}4$ $\quad$ a_1-ը, S_n-ը

է. $a_1 = -35,\ d = 5,\ S_n = 250$ $\quad$ n-ը, a_n-ը

ը. $d = 0{,}5,\ a_n = 50,\ S_n = 2525$ $\quad$ a_1-ը, n-ը

թ. $a_{10} = 1,\ S_{16} = 4$ $\quad$ d-ն, a_1-ը

ժ. $a_1 = -0{,}5,\ a_n = -29{,}5,\ S_n = -450$ $\quad$ d-ն, n-ը

875. Գտեք թվաբանական պրոգրեսիայի առաջին $m+n$ անդամների գումարը, եթե նրա m-րդ անդամը հավասար է n-ի, իսկ n-րդ անդամը՝ m-ի:

876. Լուծեք հետևյալ հավասարումները՝ ձախ մասերը դիտելով, որպես թվաբանական պրոգրեսիայի անդամների գումար.

ա. $1 + 4 + 7 + \ldots + x = 117$, $\qquad$ բ. $1 + 7 + 13 + \ldots + x = 280$:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

877. Ուղղաձիգ վեր նետված առարկան քանի՞ վայրկյան դեպի վեր կթռչի, եթե առաջին վայրկյանում նա թռել է 300 մ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ վայրկյանում 10 մետրով պակաս է թռել, քան նախորդ վայրկյանում:

878. Ամֆիթատրոնը բաղկացած է 10 շարքից, ընդ որում յուրաքանչյուր հաջորդ շարքում 20 տեղ ավելի է, քան նախորդում, իսկ վերջին շարքում կա 280 տեղ: Քանի՞ նստատեղ կա ամֆիթատրոնի առաջին շարքում:

879. Գնացքը կայարանից մեկնելով՝ հավասարաչափ մեծացնում է արագությունը և 10 րոպեից հետո հասնում 30 կմ/ժ արագության: Գտնել գնացքի արագությունը առաջին րոպեից հետո:

880. Գնդերը դասավորված են եռանկյունաձև. առաջին շարքում կա մեկ գունդ, երկրորդում՝ երկու, երրորդում՝ երեք և այլն: Քանի՞ շարքով են դասավորված գնդերը, եթե նրանց թիվը 15 է:

881. Քանի՞ ժամում հեծանվորդը կանցնի 54 կմ, եթե նա առաջին ժամում անցնում է 15 կմ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ ժամում մեկ կիլոմետր պակաս է անցնում, քան նախորդում:

882. Իրարից 153 մ հեռավորությամբ երկու մարմիններ շարժվում են միմյանց հանդեպ: Առաջին մարմինն անցնում է յուրաքանչյուր վայրկյանում 10 մ, իսկ երկրորդը՝ առաջին վայրկյանում անցնում է 3 մ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ վայրկյանում՝ 5 մ ավելի, քան նախորդում: Քանի՞ վայրկյանից այդ մարմինները կհանդիպեն:

883. Պահեստում կա ածխի որոշ պաշար: Առաջին օրը պահեստից բաց թողեցին a տոննա ածուխ, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ օրը` $d$ տոննայով ավելի, քան նախորդ օրը, և այսպիսով` ածխի պաշարը մի քանի օրից սպառվեց: Եթե նրանք բաց թողնեին օրական b տոննա ածուխ, ապա ամբողջ պաշարը կսպառվեր c օր շուտ: Քանի՞ տոննա ածուխ կար պահեստում:

884. Գնդերը դասավորված են բրգաձև կույտով: Ստորին շերտը կազմում է 10 գնդից բաղկացած կողմով մի քառակուսի, նրա վրա տեղավորված շերտը կազմում է 9 գնդից բաղկացած կողմով մի քառակուսի, և այսպես շարունակ, իսկ վերջին շերտում տեղավորված է մեկ գունդ: Որոշել գնդերի թիվը:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

885. Ունենք 4×4 տախտակ: Երկու խաղացողները հերթականությամբ ներկում են մեկական վանդակ: Հաղթում է նա, որի քայլից հետո ներկվում է մեկ հատ 2×2 վանդակ: Ո՞վ կհաղթի:

ԿՐԿՆՈՒԹՅՈՒՆ

886. Ի՞նչ է երկու դրական թվերի միջին երկրաչափականը:

887. Կատարեք գործողությունները.

ա. $2^4\cdot4^8$, բ. $(3^2\cdot9^3)^2$, գ. $10^3\cdot5^2(2^7\cdot5)^3$, դ. $(6^3\cdot4^2)^2\cdot(3^3\cdot18^2)^5$:

§23 ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ՊՐՈԳՐԵՍԻԱՆԵՐ

1. Երկրաչափական պրոգրեսիա: Թվաբանական պրոգրեսիաները սերտորեն կապված են գումարման և հանման գործողությունների հետ: Իսկ բազմապատկման և բաժանման գործողությունների հետ որևէ կապ չկա: Պատճառը, հուսով եմ, ձեզ համար հասկանալի է. թվաբանական պրոգրեսիան սահմանվում է գումարման գործողության միջոցով: Այժմ դիտարկենք հաջորդականություններ, որոնք սահմանվում են բազմապատկման գործողության միջոցով. ճիշտ այնպես, ինչպես թվաբանական պրոգրեսիան` գումարման միջոցով: Դրանք երկրաչափական պրոգրեսիաներն են:

Երկրաչափական պրոգրեսիայի սահմանումը

Երկրաչափական պրոգրեսիա է կոչվում 0 -ից տարբեր անդամներով այն հաջորդականությունը, որի յուրաքանչյուր անդամը, սկսած երկրորդից, ստացվում է իր նախորդը միևնույն` այդ հաջորդականության համար հաստատուն, թվով *բազմապատկելով: Այսինքն՝ 0 -ից տարբեր անդամներով a_1, a_2, a_3,... հաջորդականության երկրաչափական պրոգրեսիա լինելը նշանակում է, որ գոյություն ունի այնպիսի q թիվ, որի համար $a_{n+1} = a_n \cdot q$, որտեղ $n = 1, 2, 3, \ldots$:*

Օրինակ՝ $1, 2, 4, 8$ հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է. եթե նրա յուրաքանչյուր անդամը բազմապատկենք 2 -ով, կստանանք այդ անդամին հաջորդող անդամը:

Երկրաչափական պրոգրեսիա է նաև $2, 6, 18, 54$ հաջորդականությունը, որի յուրաքանչյուր անդամ 3 թվով բազմապատկելով, ստանում ենք այդ անդամին հաջորդող անդամը: Մինչդեռ $1, 2, 3$ հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա չէ: Դուք չեք կարող գտնել մի թիվ, որը բազմապատկելով հաջորդականության յուրաքանչյուր անդամի հետ, ստանաք նրա հաջորդ անդամը. այդ հաջորդականության երկրորդ անդամը ստացվում է, եթե նրա առաջին անդամը բազմապատկենք 2 -ով, իսկ երրորդը կստացվի 2 -ից, եթե այն բազմապատկենք $1{,}5$ -ով:

Թիվը, որի մասին խոսվում է երկրաչափական պրոգրեսիայի սահմանման մեջ, կարևոր դեր է խաղում: Այն հավասար է պրոգրեսիայի կամայական անդամի և իր նախորդի հարաբերությանը և կոչվում է պրոգրեսիայի ***հայտարար:***

Պրոգրեսիայի հայտարարի սահմանումը

Թիվը, որը բազմապատկելով երկրաչափական պրոգրեսիայի յուրաքանչյուր անդամով, ստացվում է այդ անդամի հաջորդ անդամը, կոչվում է այդ պրոգրեսիայի հայտարար: Հասկանալի է, որ պրոգրեսիայի հայտարարը չի կարող 0 լինել:

Օրինակ՝ $1, 4, 16$ երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը 4 - ն է, իսկ $2, 14, 98$ պրոգրեսիայի հայտարարը՝ 7 -ը: a, a, a հաջորդականությունը $(a \neq 0)$ երկրաչափական պրոգրեսիա է, որի հայտարարը 1 -ն է: Արժե հիշել, որ այս վերջին հաջորդականությունը նաև թվաբանական պրոգրեսիա է, որի տարբերությունն է 0: Սահմանումից հետևում է, որ q հայտարարով a_1, a_2, a_3,... երկրաչափական պրոգրեսիայի համար $q = a_{n+1} / a_n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$:

2. Երկրաչափական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունը: Մենք արդեն գիտենք, որ թվաբանական պրոգրեսիայի հասկացությունը սերտորեն կապված է թվաբանական միջինի հասկացության հետ. հաջորդականությունը թվաբանական պրոգրեսիա է՝ նշանակում է նրա յուրաքանչյուր անդամ իր անմիջական հարևանների թվաբանական միջինն է: Հավանաբար դուք կարծում եք, որ այն դերը, որ խաղում է թվաբանական միջինը թվաբանական պրոգրեսիաների ուսումնասիրության մեջ, պետք է խաղա երկրաչափական միջինը՝ երկրաչափական պրոգրեսիաների ուսումնասիրության մեջ: Այստեղ, սակայն, երկրաչափական պրոգրեսիաների մի խումբ անմիջապես բացառվում է. բացասական անդամներ ունեցող պրոգրեսիաների համար չի կարելի խոսել երկրաչափական միջինի մասին, որովհետև այն բացասական լինել չի կարող: Այնինչ դրական անդամներով երկրաչափական պրոգրեսիաներում, իրոք, նման կապ գոյություն ունի:

Իսկապես, վերցնենք դրական անդամներով $a_1, a_2, \dots a_n, \dots$ երկրաչափական պրոգրեսիայի a_n, a_{n+1}, a_{n+2} $(n = 1,2,\dots)$ երեք հաջորդական անդամներ: Այդ դեպքում, համաձայն երկրաչափական պրոգրեսիայի սահմանման, ունենք`

$$a_{n+1} = a_n \cdot q,\ \ a_{n+2} = a_{n+1} \cdot q :$$

Այս հավասարություններից կստանանք`

$$q = \frac{a_{n+1}}{a_n},\ \ q = \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}},\ \text{կամ}\ \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} :$$

Վերջին հավասարությունից կստանանք`

$$a_{n+1} = \sqrt{a_n a_{n+2}} : \qquad (1)$$

Այսինքն` դրական անդամներով երկրաչափական պրոգրեսիայի յուրաքանչյուր անդամ հավասար է իր հարևան անդամների երկրաչափական միջինին:

Իսկ ճի՞շտ է արդյոք հակադարձը: Դիցուք` ունենք դրական անդամներով $a_1, a_2, \dots a_n, \dots$ հաջորդականությունը, որի յուրաքանչյուր անդամ հավասար է իր հարևանների երկրաչափական միջինին, այսինքն` ճշմարիտ է (1) հավասարությունը n -ի յուրաքանչյուր բնական արժեքի համար: Այդ դեպքում (1) հավասարությունից կստանանք $a_{n+1}/a_n = a_{n+2}/a_{n+1}$: Նշանակենք այս հավասարության աջ և ձախ մասերում գրված` իրար հավասար հարաբերություն-ներից յուրաքանչյուրը $q$ -ով` $q = a_{n+1}/a_n = a_{n+2}/a_{n+1}$: Այս հավասարություններից կստանանք $a_{n+1} = a_n \cdot q,\ a_{n+2} = a_{n+1} \cdot q$: Իսկ սա նշանակում է, որ $a_1, a_2, \dots a_n, \dots$ հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է:

Այսպիսով` մենք ապացուցեցինք երկրաչափական միջինի միջոցով դրական անդամներով երկրաչափական պրոգրեսիայի բնութագրման հատկությունը:

Երկրաչափական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունը

Դրական անդամներով հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է` նշանակում է, որ նրա յուրաքանչյուր անդամ հավասար է իր երկու հարևան անդամների երկրաչափական միջինին:

Օրինակ` 1, 5, 25, 125 հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է: Միաժամանակ նրա անդամներից 5 -ը և 25 -ը (միայն նրանք ունեն երկու անմիջական հարևաններ) հավասար են իրենց երկու անմիջական հարևան անդամների երկրաչափական միջինին:

3. Երկրաչափական պրոգրեսիայի ընդհանուր անդամի բանաձևը: Իմանալով երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին անդամը և հայտարարը՝ մենք կարող ենք գտնել նրա ցանկացած անդամը: Իսկապես, դիցուք՝ $a_1, a_2, \dots a_n, \dots$ երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը q է: Այդ դեպքում՝

$$a_2 = a_1 q,$$
$$a_3 = a_2 q = a_1 qq = a_1 q^2,$$
$$a_4 = a_3 q = a_1 q^2 q = a_1 q^3:$$

Կամայական n բնական թվի համար կունենանք՝

$$a_n = a_1 q^{n-1}:$$

Այսպիսով մենք ստացանք երկրաչափական պրոգրեսիայի n-րդ անդամի բանաձևը:

Երկրաչափական պրոգրեսիայի n -րդ անդամի բանաձևը

Եթե $a_1, a_2, \dots a_n, \dots$ երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը q է, ապա նրա a_n n-րդ անդամը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$a_n = a_1 q^{n-1}:$$

Ապացույցը	Փաստարկները
$a_1 a_2 a_3 \dots a_{n-1} a_n = a_1 (a_1 q)(a_2 q)\dots(a_{n-1} q)$	երկրաչափական պրոգրեսիայի սահմանումը
$= a_1 (a_1 a_2 a_3 \dots a_{n-1}) q^{n-1}$	արտադրյալի տեղափոխական և զուգորդական օրենքները
$a_1 a_2 a_3 \dots a_{n-1} a_n = a_1 (a_1 a_2 a_3 \dots a_{n-1}) q^{n-1}$	հավասարության փոխանցական օրենքը
$a_n = a_1 q^{n-1}$	արտադրյալի կրճատման հատկությունը

Օրինակ՝ գտնենք այն երկրաչափական պրոգրեսիայի 6 -րդ անդամը, որի առաջին անդամը 5 է, իսկ հայտարարը՝ 2: Օգտվենք երկրաչափական պրոգրեսիայի n -րդ անդամի բանաձևից՝ ընդունելով $n = 6$: Կստանանք՝

$$a_6 = a_1 q^5 = 5 \cdot 2^5 = 160:$$

Հաճախ երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին անդամը կամ հայտարարը ուղղակիորեն մեզ տրված չեն լինում: Դրանք գտնելու համար հարկ է լինում հաղթահարել լրացուցիչ դժվարություններ՝ օգտվել երկու պայմաններից: Դիտարկենք նման մեկ օրինակ:

Գտնենք երկրաչափական պրոգրեսիայի 7 -րդ անդամը, եթե նրա 2 -րդ անդամը հավասար է 243 -ի, իսկ 5 -րդ անդամը՝ 9 -ի:

Համաձայն պայմաններից մեկի՝ $a_1\,q = 243$

Համաձայն մյուս պայմանի՝ $a_1\,q^4 = 9$

1 -ին հավասարումից $a_1\,q$ -ի արժեքը տեղադրենք 2 -րդ հավասարման մեջ՝

$$243q^3 = 9$$

Լուծենք ստացված հավասարումը՝ $q = \dfrac{1}{3}$

Գտնենք պրոգրեսիայի 7 -րդ անդամը.

$$a_7 = a_1\,q^6 = a_1\,qq^5 = 243\cdot\frac{1}{243} = 1:$$

4. Երկրաչափական պրոգրեսիայի անդամների գումարը: Լեգենդը պատմում է, որ Հնդկաստանի թագավորը շախմատի խաղի կանոններին ծանոթանալուց հետո շատ հրապուրվեց դրանով: Նա օրերով չէր կարողանում կտրվել այդ հիասքանչ խաղից: Թագավո՞րն էր հրաշալի խաղացող, թե՞ նրա ենթականերին չէր բավականացնում համարձակությունը՝ հաղթելու իրենց թագավորին: Բայց կարճ ժամանակից հետո երկրում թագավորին արժանի ախոյան արդեն չէր գտնվում: Չօգնեց նաև մեծ պարգևը, որ խոստացավ թագավորը՝ իր հետ հավասար խաղացողին: Վերջապես որոշեցին մրցման հրավիրել շախմատը հայտնագործողին: Այս մարդը նույնպես նրբանկատ էր. նա հրաշալի խաղ ցուցադրեց, բայց միայն ոչ-ոքի խաղաց թագավորի հետ: Արդյունքից ոգևորված ու հիացած թագավորը առաջարկեց խոստացած նվերի կրկնակին և նաև այն, ինչ կցանկանար մեծ գյուտարարը: Նա հրաժարվեց թագավորի նվերից և խնդրեց իր ստեղծած շախմատային տախտակի 64 վանդակներից առաջինի համար ցորենի 1 հատիկ, երկրորդի համար՝ 2, երրորդի համար՝ 4, չորրորդի համար՝ 8 և այլն: Թագավորը մտածեց, որ հրաշալի խաղի հեղինակը հավանաբար կյանքի հարցերում այնքան իմաստուն չէ, որքան շախմատի ասպարեզում: Բայց մեծ գյուտարարին չվիրավորելու համար կարգադրեց տալ պահանջվող ցորենի քանակությունը: Իսկ գյուտարարը իմաստուն էր ոչ միայն շախմատի տախտակի դիմաց: Եվ որքան մեծ եղավ թագավորի զարմանքը, երբ նրան հայտնեցին, թե աշխարհում ինչքան ցորեն որ կա՝ բավական չէ նշված քանակությունը լրացնելու համար:

Դուք հեշտությամբ կհամոզվեք, որ շախմատի տախտակի 64 վանդակների դիմաց պահանջվող ցորենի քանակությունները կազմում են 2 հայտարարով և 1 առաջին անդամով երկրաչափական պրոգրեսիա, որի անդամների թիվն է 64: Գյուտարարի պահանջած ցորենի քանակությունը որոշելու համար, փաստորեն, մենք պետք է որոշենք այդ պրոգրեսիայի անդամների գումարը: Ինչպե՞ս անենք այդ:

Կազմենք նշված S գումարը.

$$S = 1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{63}$$

Հավասարության երկու մասերը բազմապատկենք 2 -ով.

$$2S = 2 + 2^2 + \ldots + 2^{63} + 2^{64}$$

2 -րդ հավասարությունից հանենք 1 -ինը.

$$2S - S = \left(2 + 2^2 + \ldots + 2^{63} + 2^{64}\right) - \left(1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{63}\right)$$

Պարզեցնենք հավասարության աջ և ձախ մասերը.

$$S = 2^{64} - 1$$

Փորձեք ձեր համակարգիչով հաշվել ստացված թիվը…

Ինչպես դիտարկված, այնպես էլ երկրաչափական պրոգրեսիաների վերաբերյալ այլ խնդիրներում անհրաժեշտ է լինում որոշել պրոգրեսիայի որոշ անդամների գումարը: Ավելի հաճախ պետք է լինում գտնել առաջին մի քանի անդամների գումարը: Դա արվում է ճիշտ նույն եղանակով, ինչպես արվեց դիտարկված օրինակում:

Նախ նկատենք, որ $q = 1$ հայտարարի դեպքում երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարը գտնելը շատ հեշտ է: Քանի որ այդ դեպքում պրոգրեսիայի բոլոր անդամները հավասար են նրա առաջին անդամին, ապա

$$S_n = n \cdot a_1 :$$

Այժմ դիտարկենք հիմնական դեպքը:

Երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարի առաջին բանաձևը

1 -ից տարբեր q հայտարարով $a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots$ երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների S_n գումարը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1} :$$

Ապացույցը	Փաստարկները
$a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$	1 -ից տարբեր q հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսիա
$S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + a_n$	նրա 1-ին n անդամների գումարը
$qS_n = q(a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + a_n)$	հավասարության երկու մասերի բազմապատկումը q հայտարարով
$= qa_n + qa_{n-1} + \ldots + qa_2 + qa_1$	արտադրյալի բաշխական օրենքը
$= qa_n + a_n + \ldots + a_3 + a_2$	պրոգրեսիայի սահմանումը
$= qa_n + (S_n - a_1)$	պրոգրեսիայի գումարի սահմանումը
$qS_n = qa_n + (S_n - a_1)$	հավասարության փոխանցական օրենքը
$S_n = \dfrac{a_n q - a_1}{q-1}$	հավասարության հատկությունները

Հաշվենք, օրինակ, 2, 10, 50, … պրոգրեսիայի առաջին 5 անդամների գումարը: Ունենք՝ $a_1 = 2$, $q = 5$, $a_5 = 1250$, $n = 5$: Օգտվելով պրոգրեսիայի գումարի բանաձևից՝ կստանանք՝

$$S_n = \frac{a_n q - a_1}{q-1} = \frac{1250 \cdot 5 - 2}{5-1} = 1562:$$

Հաճախ երկրաչափական պրոգրեսիան տրված է լինում առաջին անդամի և հայտարարի միջոցով: Նման դեպքերում պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարի՝ վերը բերված բանաձևից նպատակահարմար չէ օգտվել: Այստեղ օգտակար է հաջորդ բանաձևը:

Երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարի երկրորդ բանաձևը

1 -ից տարբեր q հայտարարով և a_1 առաջին անդամով երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների S_n գումարը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1}:$$

Ապացույցը	Փաստարկները
$S_n = \dfrac{a_n q - a_1}{q-1}$	երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին n անդամների գումարի 1-ին բանաձևը
$a_n = a_1 q^{n-1}$	երկրաչափական պրոգրեսիայի n -րդ անդամի բանաձևը
$S_n = \dfrac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q-1}$	գումարման և բազմապատկման հատկությունները

5. Անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիա: Մինչև այժմ մենք իրականում գործ ենք ունեցել միայն վերջավոր պրոգրեսիաների հետ: Սակայն երբեմն հարկ է լինում առնչվել նաև անվերջ հաջորդականությունների և, մասնավորապես՝ անվերջ պրոգրեսիաների հետ:

Անվերջ հաջորդականություններին առնչվող մի շատ հետաքրքիր խնդիր է դիտարկել հին հունական փիլիսոփա Զենոն Էլեացին՝ մ.թ.ա. 5 -րդ դարում: Այս խնդիրը հայտնի է Զենոնի խնդիր կամ արագավազ Աքիլեսի և կրիայի խնդիր անվամբ: Ահա այն:

Արդյո՞ք կարող է արագավազ Աքիլեսը հասնել կրիային ՝ վազելով նրա հետևից:

Շարժման վերաբերյալ մի խնդիր է սա, որի նման բազմաթիվ խնդիրներ դուք լուծել եք այս դասընթացի շրջանականերում: Եկեք փորձենք լուծել այն:

Փաստարկները	***Լուծումը***
Կրիայի և Աքիլեսի միջև հեռավորությունը՝	s
Կրիայի արագությունը՝	a
Աքիլեսի արագությունը՝	b
Աքիլեսը կրիային հասնելու ժամանակամիջոցը՝	x
Այդ ընթացքում Աքիլեսի անցած ճանապարհը՝	bx
Այդ ընթացքում կրիայի անցած ճանապարհը՝	ax
Խնդրի պայմանը՝	$bx = s + ax$
Ստացված հավասարման լուծումը՝	$x = \dfrac{s}{b-a}$

Այսպիսով՝ կարծեք թե մենք ոչ միայն լուծեցինք Զենոնի խնդիրը, այլ նաև գտանք այն ժամանակամիջոցը, որի ընթացքում Աքիլեսը կհասնի կրիային: Բայց հարցը դեռևս սպառված չէ և մեզ՝ եթե ոչ հիասթափություն, ապա գոնե որոշ դժվարություններ են սպասվում: Իսկապես՝ եկեք լսենք Զենոնի դատողությունները:

Դիցուք՝ ժամանակի ինչ-որ պահի Աքիլեսը գտնվում է A կետում, իսկ կրիան՝ B կետում: Կրիային հասնելու համար Աքիլեսը պետք է նախ հասնի B կետը և ծախսի որոշ ժամանակ: Այդ ընթացքում կրիան կհասնի C կետը: Կրիային հասնելու համար Աքիլեսը պետք է հասնի C կետը և նորից ծախսի որոշ ժամանակ: Իսկ այդ ընթացքում կրիան կհասցնի տեղափոխվել D կետը: Այժմ էլ կրիային հասնելու համար Աքիլեսը պետք է հասնի D կետը և նորից ծախսի որոշ ժամանակ: Իսկ այդ ընթացքում կրիան կտեղափոխվի E կետը: Եվ այսպես՝ շարունակ… Եվ Աքիլեսը՝ ինչքան էլ արագ վազի, երբեք չի կարողանա հասնել դանդաղաշարժ կրիային:

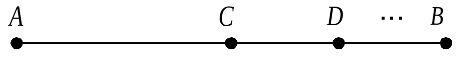
Իհարկե՝ դուք վստահ եք ձեր նախնական դատողությունների ճշմարտացիության մեջ և, բնականաբար, պետք է որոնեք ինչ-որ սխալ Զենոնի այս դատողություններում: Նման որոնումների մեջ էին աշխարհի մեծագույն մտածողները՝ 2000 տարի շարունակ: Իսկ հարցի պատասխանը թաքնված է անվերջ հաջորդականությունների կամ անվերջ քանակությամբ թվերի գումարման հնարավորության մեջ:

Իսկապես՝ Աքիլեսի համար նշված ճանապարհներն անցնելու ժամանակահատվածները կազմում են անվերջ հաջորդականություն: Բայց ինչի՞ է հավասար այդ անվերջ հաջորդականության անդամների գումարը: Ինչու՞ այն կարող է կամ չի կարող մի ինչ-որ թվի հավասար լինել: Այս հարցերի պատասխանը որոնենք համեմատաբար ավելի պարզ մի օրինակի դիտարկումով:

Ինչքա՞ն ժամանակում դուք տնից կհասնեք մինչև դպրոց:

Սա շարժման վերաբերյալ պարզագույն խնդիր է, որի պատասխանը գտնելու համար անհրաժեշտ է իմանալ տնից մինչև դպրոց եղած հեռավորությունը և ձեր շարժման արագությունը: Բայց եկեք նորից լսենք Զենոնին:

Դիցուք՝ տունը գտնվում է A կետում, իսկ դպրոցը՝ B կետում: A-ից B հասնելու համար դուք պետք է նախ հասնեք AB հատվածի միջնակետում գտնվող C կետը:



C-ից B հասնելու համար պետք է նախ հասնեք CB հատվածի միջնակետում գտնվող D կետը: D-ից B հասնելու համար պետք է նախ հասնեք DB հատվածի միջնակետում գտնվող E կետը: Եվ այսպես՝ անվերջ, շարունակ: Ստացվում է, որ դուք, թեև կմոտենաք, բայց երբեք B կետը չեք հասնի:

Կարծում եմ, որ այժմ արդեն վստահ եք, որ Զենոնի դատողություններում ինչ-որ առեղծված կա. չէ՞ որ դուք ամեն օր տնից հասնում եք դպրոց:

Եկեք այժմ տեսնենք, թե ինչքան ճանապարհ կանցնեք դուք՝ ըստ Զենոնի հաշվումների:

Նշանակենք a -ով AB ճանապարհի երկարությունը: Այդ դեպքում դուք նախ կանցնեք AC ճանապարհը, որի երկարությունն է $a/2$: Այնուհետև դուք կանցնեք CD ճանապարհը, որի երկարությունն է $a/4$: Ձեր անցած ճանապարհի հաջորդ տեղամասն է DE -ն, որի երկարությունն է $a/8$ և այլն: Ստացվում է, որ դուք հերթականությամբ անցնում եք AB ճանապարհի այն տեղամասերով, որոնց երկարությունները կազմում են

$$\frac{a}{2}, \frac{a}{4}, \frac{a}{8}, \ldots \tag{1}$$

անվերջ հաջորդականությունը: Ձեր անցած ընդհանուր ճանապարհի երկարությունն էլ կլինի այս անվերջ հաջորդականության անդամների գումարը:

Եվ այսպես՝ պարզվում է, որ անվերջ հաջորդականության անդամների գումարը կարող է լինել ինչ-որ մի թիվ: Եվ միայն բացառիկ դեպքերում են հաջորդականություններն օժտված այս հատկությամբ: Քննարկենք նման մի դեպք: Խոսքը, իհարկե, երկրաչափական պրոգրեսիաների մասին է. դուք նկատե՞լ եք, որ (1) հաջորդականությունն էլ հենց կազմում է երկրաչափական պրոգրեսիա:

Անշուշտ, ոչ բոլոր անվերջ երկրաչափական պրոգրեսիաներն են, որոնց անդամների գումարը ինչ-որ մի թիվ է: Վերցրեք, օրինակ, 2 հայտարարով անվերջ երկրաչափական պրոգրեսիան և կտեսնեք, որ նրա անդամների գումարը որևէ մի թվի հավասար լինել չի կարող կամ, ինչպես արտահայտվում են նման դեպքերում, նշված գումարը գոյություն չունի: Պարզվում է, որ անվերջ երկրաչափական պրոգրեսիայի գումարը գոյություն ունի, եթե նրա հայտարարը ընկած է $(-1, 1)$ միջակայքում: Այդպիսի պրոգրեսիաները կոչվում են անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիաներ: Անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի օրինակ է (1) հաջորդականությունը: Այժմ մենք կսովորենք մի բանաձև, որը հնարավորություն կտա անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին անդամի և հայտարարի միջոցով որոշելու պրոգրեսիայի անդամների գումարը:

Անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի անդամների գումարը

Եթե անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին անդամն է a_1, *իսկ հայտարարը՝ q, ապա նրա անդամների S գումարը որոշվում է հետևյալ բանաձևով՝*

$$S = \frac{a_1}{1-q}:$$

Օրինակ՝ կիրառելով այս բանաձևը (1) անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի նկատմամբ՝ կստանանք.

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{a}{2} : \left(1 - \frac{1}{2}\right) = a:$$

Իհարկե՝ մենք նախապես էլ գիտեինք, որ (1) հաջորդականության անդամների գումարը a է:

Դիտարկենք մեկ այլ օրինակ: Փորձեք գրել $1/3$ սովորական կոտորակը տասնորդական կոտորակի տեսքով: Դրա համար կարող եք կատարել 1 թվի անկյունաձև բաժանում 3 -ի վրա: Կստանաք $0{,}333\ldots$ անվերջ տասնորդական պարբերական կոտորակը, որը գրառվում է նաև $0{,}(3)$ տեսքով: Կազմենք հետևյալ հաջորդականությունը.

$$0{,}3;\ 0{,}03;\ 0{,}003;\ \ldots$$

Այս հաջորդականությունը $0{,}1$ հայտարարով անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիա է: Հաշվենք նրա գումարը

$$S = 0{,}3 : (1 - 0{,}1) = 0{,}3 : 0{,}9 = \frac{1}{3}:$$

Այսինքն՝ $0{,}3;\ 0{,}03;\ 0{,}003;\ \ldots$ անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի գումարը $1/3$ է.

$$\frac{1}{3} = 0{,}3 + 0{,}03 + 0{,}003 + \ldots:$$

Այսպիսով՝ անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի գումարի բանաձևը հնարավորություն է տալիս մեզ անվերջ պարբերական տասնորդական կոտորակները գրելու սովորական կոտորակի տեսքով:

Դիտարկենք ևս մեկ օրինակ: Սովորական կոտորակի տեսքով գրենք $2{,}5(6)$ տասնորդական կոտորակը:

$$2{,}5(6) = 2{,}5 + 0{,}06 + 0{,}006 + 0{,}0006 + \ldots = 2{,}5 + \frac{0{,}06}{1 - 0{,}1} = 2\frac{17}{30}:$$

1. Ո՞ր հաջորդականությունն է կոչվում երկրաչափական պրոգրեսիա:
2. Բերեք երկրաչափական պրոգրեսիայի օրինակներ:
3. Ի՞նչ է երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը:
4. Ինչպե՞ս է թվաբանական պրոգրեսիան կապված միջին թվաբանականի հետ:
5. Ապացուցեք, որ դրական անդամներով երկրաչափական պրոգրեսիայի յուրաքանչյուր անդամ հավասար է իր հարևան անդամների միջին երկրաչափականին:
6. Ցույց տվեք, որ 0 -ից տարբեր անդամներով հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է՝ նշանակում է, որ նրա՝ երկրորդից սկսած յուրաքանչյուր անդամի քառակուսին հավասար է իր անմիջական հարևանների արտադրյալին:
7. Ցույց տվեք, որ երկրաչափական պրոգրեսիայի յուրաքանչյուր անդամի քառակուսին հավասար է նրանից հավասարահեռ երկու անդամների արտադրյալին:
8. Արդյո՞ք հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է, եթե նրա յուրաքանչյուր անդամի քառակուսին հավասար է իրենից հավասարահեռ երկու անդամների արտադրյալին:
9. Ինչի՞ է հավասար $a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots$ երկրաչափական պրոգրեսիայի n -րդ անդամը՝ արտահայտված առաջին անդամով և հայտարարով:
10. Ապացուցեք երկրաչափական պրոգրեսիայի n -րդ անդամի բանաձևը:
11. Պատմեք շախմատի մասին լեգենդը:
12. Արդյո՞ք շախմատի ստեղծողի պահանջած քանակությամբ ցորենը կտեղավորվի 1 կմ կող ունեցող խորանարդաձև մի շտեմարանում:
13. Ինչպե՞ս է որոշվում 1 հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսիայի անդամների գումարը:
14. Ապացուցեք երկրաչափական պրոգրեսիայի անդամների գումարի առաջին բանաձևը:
15. Ապացուցեք երկրաչափական պրոգրեսիայի անդամների գումարի երկրորդ բանաձևը:
16. Ե՞րբ է ապրել Զենոն Էլեացին: Յանրագիտարանում կարդացեք Զենոն Էլեացուն նվիրված նյութը:
17. Ինչքա՞ն ժամանակում արագավազ Աքիլեսը կհասնի կրիային ՝ վազելով նրա հետևից:
18. Ինչպե՞ս էր Զենոնը փաստարկում, որ արագավազ Աքիլեսը չի հասնի կրիային ՝ վազելով նրա հետևից:
19. Ինչքա՞ն ժամանակում եք դուք տնից հասնում դպրոց:
20. Շարադրեք Զենոնի դատողությունները շարժվելիս մի կետից մյուսը չհասնելու

վերաբերյալ:

21. Ո՞ր պրոգրեսիան է կոչվում անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիա:

22. Բերեք անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի օրինակներ և ժխտօրինակներ:

23. Ի՞նչ բանաձևով է հաշվվում անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի անդամների գումարը:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

888. Արդյո՞ք երկրաչափական պրոգրեսիա է հաջորդականությունը.

ա. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$, բ. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{9}{8}, \frac{27}{16}$, գ. $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{9}{4}, \frac{27}{4}$, դ. $\frac{2}{35}, \frac{2}{7}, \frac{10}{7}, \frac{50}{7}$:

889. Բերեք չորս անդամներ ունեցող հաջորդականության օրինակ, որը երկրաչափական պրոգրեսիա չէ, բայց նրա վերջին երեք անդամները կազմում են երկրաչափական պրոգրեսիա:

890. Կարո՞ղ են չորս անդամներ ունեցող հաջորդականության առաջին երեք անդամները կազմել թվաբանական պրոգրեսիա, իսկ վերջին երեք անդամները՝ երկրաչափական պրոգրեսիա:

891. Գտեք երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը.

ա. $8, 4, 2, 1$, բ. $15, 30, 60$, գ. $10, 7, \frac{49}{10}$, դ. $-10, 5, -\frac{5}{2}$:

892. Կազմեք մի երկրաչափական պրոգրեսիա, որի հայտարարը լինի.

ա. 21, բ. $1/4$, գ. 10, դ. -30:

893. Կարո՞ղ է a, b, c հաջորդականությունը միաժամանակ լինել թե՛ թվաբանական, և թե՛ երկրաչափական պրոգրեսիա:

894. Կազմեք մի երկրաչափական պրոգրեսիա, որի երրորդ անդամը լինի 5, իսկ հինգերորդ անդամը՝ 20:

895. Կարո՞ղ եք կազմել մի երկրաչափական պրոգրեսիա, որի առաջին անդամը լինի 4, հինգերորդ անդամը՝ 18, իսկ վեցերորդ անդամը լինի 36:

896. Գտեք $a_1, a_2, \ldots a_n, \ldots$ երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը, եթե.

ա. $a_{n+1} = \frac{4}{5}$, $a_n = \frac{3}{4}$, բ. $a_{n+1} = 0{,}05$, $a_n = \frac{1}{4}$:

897. Գտեք հետևյալ երկրաչափական պրոգրեսիայի 4-րդ և 6-րդ անդամները.

ա. $6, 18, 54, \ldots$, բ. $4, 2, 1, \ldots$, գ. $\sqrt{2}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{9}}, \ldots$:

898. Օգտվելով երկրաչափական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունից՝ ապացուցեք, որ հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է.

ա. $2, 4, 8$, բ. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$:

899. Հաջորդականությունը ունի n անդամ: Քանի՞ հավասարություն պետք է ապացուցենք, որպեսզի երկրաչափական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկության միջոցով պարզենք այդ հաջորդականության երկրաչափական պրոգրեսիա լինելը: Գրեք այդ հավասարությունները չորս անդամ ունեցող պրոգրեսիայի համար:

900. Հաջորդականությունը ունի n անդամ: Ամենաքիչը քանի՞ անհավասարություն պետք է ապացուցենք, որպեսզի երկրաչափական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկության միջոցով պարզենք այդ հաջորդականության երկրաչափական պրոգրեսիա չլինելը:

901. Գտեք երկրաչափական պրոգրեսիայի անհայտ անդամը.

ա. $5, x, 125$, բ. $1, x, 2$, գ. $\sqrt{3},\ x,\ 3\sqrt{3}$:

902. Կարո՞ղ է հաջորդականությունը միաժամանակ կազմել և՛ թվաբանական, և՛ երկրաչափական պրոգրեսիա:

903. Կարո՞ղ են ուղղանկյուն եռանկյան կողմերը կազմել երկրաչափական պրոգրեսիա:

904. $2,\ 3,\ a$ և $1,\ b,\ 3$ հաջորդականությունները երկրաչափական պրոգրեսիաներ են: Երկու եղանակով ցույց տվեք, որ $2,\ 3b,\ 3a$ հաջորդականությունը նույնպես երկրաչափական պրոգրեսիա է:

905. Ապացուցեք, որ եթե $a_1,\ a_2,\ a_3,\ldots$ հաջորդականությունը q հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսիա է, ապա $1/a_1, 1/a_2, 1/a_3,\ldots$ հաջորդականությունը $1/q$ հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսիա է:

906. $1, a, 49$ հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է: Երկու եղանակով ապացուցեք, որ $1,\ 1/a,\ 1/49$ հաջորդականությունը նույնպես երկրաչափական պրոգրեսիա է:

907. Դիցուք՝ $a_1,\ a_2,\ a_3,\ldots$ և $b_1,\ b_2,\ b_3,\ldots$ հաջորդականությունները, համապատասխանաբար, p և q հայտարարներով երկրաչափական պրոգրեսիաներ են:

ա. Ապացուցեք, որ $a_1/b_1,\ a_2/b_2,\ a_3/b_3,\ldots$ հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է:

բ. Ո՞րն է $a_1/b_1,\ a_2/b_2,\ a_3/b_3,\ldots$ պրոգրեսիայի հայտարարը:

908. Երկու եղանակով ապացուցեք, որ $\sqrt{5}, 5, 5\sqrt{5}$ հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է:

909. Ապացուցեք, որ եթե $a_1, a_2, a_3, \ldots$ հաջորդականությունը q հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսիա է, ապա $a_1^k, a_2^k, a_3^k, \ldots$ հաջորդականությունը, որտեղ k -ն ամբողջ թիվ է, q^k հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսիա է:

910. Ապացուցեք, որ եթե $a_1, a_2, a_3, \ldots$ հաջորդականությունը q հայտարարով և դրական անդամներով երկրաչափական պրոգրեսիա է, ապա $\sqrt{a_1}, \sqrt{a_2}, \sqrt{a_2}, \ldots$ հաջորդականությունը $\sqrt{q}$ հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսիա է:

911. Ապացուցեք երկրաչափական պրոգրեսիայի անդամների կենտ աստիճանի արմատների երկրաչափական պրոգրեսիա լինելու հատկությունը: Ինչպե՞ս են իրար հետ կապված տրված և ստացված պրոգրեսիաների հայտարարները:

912. Ապացուցեք դրական անդամներով երկրաչափական պրոգրեսիայի անդամների բնական աստիճանի արմատների երկրաչափական պրոգրեսիա լինելու հատկությունը: Ինչպե՞ս են իրար հետ կապված տրված և ստացված պրոգրեսիաների հայտարարները:

913. Դիցուք՝ $a_1, a_2, a_3, \ldots$ և $b_1, b_2, b_3, \ldots$ հաջորդականությունները երկրաչափական պրոգրեսիաներ են: Արդյո՞ք երկրաչափական պրոգրեսիա է.

ա. $a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3, \ldots$ հաջորդականությունը,

բ. $a_1-b_1, a_2-b_2, a_3-b_3, \ldots$ հաջորդականությունը:

914. Ապացուցեք, որ եթե $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$ հաջորդականությունը q հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսիա է, ապա $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_2, a_1$ հաջորդականությունը $1/q$ հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսիա է:

915. Գտեք $2, 10, 50, \ldots$ երկրաչափական պրոգրեսիայի վեցերորդ անդամը:

916. Որոշեք $2, 4, 8, 16, \ldots$ երկրաչափական պրոգրեսիայի հիսուներորդ անդամը:

917. $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ երկրաչափական պրոգրեսիայի մեջ վեցերորդ անդամը հավասար է 96 -ի, իսկ 9 -րդ անդամը՝ 768 -ի: Գտեք նրա երկրորդ անդամը:

918. 6 և 162 թվերի միջև տեղավորեք երեք այնպիսի թվեր, որ ստացված հաջորդականությունը լինի երկրաչափական պրոգրեսիա:

919. $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ երկրաչափական պրոգրեսիայում.

տրված են	գտեք
$a_2 = 6,\ a_6 = 96$	հայտարարը
$a_3 = -2,\ a_4 = -3$	a_1 -ը և հայտարարը

$a_7 = 16,\ q = \dfrac{3}{2}$	a_3 -ը և a_5 -ը
$a_7 = 18,\ a_7 + a_9 = 68$	հայտարարը
$a_1 = 9{,}6,\ a_2 = 4{,}8$	1- ից մեծ անդամների թիվը

920. $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ երկրաչափական պրոգրեսիայում.

տրված են	գտեք	տրված են	գտեք
$a_6 = 96,\ a_9 = 769$	a_1 -ը, q -ն	$a_2 = 6,\ a_4 = 54, q < 0$	a_3 -ը, a_6 -ը
$a_4 = 16,\ a_7 = 128$	a_2 -ը, q -ն	$a_6 - a_2 = 10,\ a_4 - a_2 = 2$	q -ն, a_{10} -ը
$a_2 = 243,\ a_3 = 9$	a_7 -ը, a_{10} -ը	$a_5 - a_1 = 9,\ a_1 + a_3 = 3$	q -ն, a_1 -ը, a_7 -ը
$a_1 = 2,\ a_5 = 162$	q-ն, a_6 -ը	$a_2 - a_7 = 36,\ a_3 = 12$	q-ն, a_4 -ը, a_5 -ը

921. 6 և 24 թվերի միջև տեղավորեք այնպիսի մի թիվ, որը և այդ թվերը միասին կազմեն երկրաչափական պրոգրեսիա:

922. 2 և 32 թվերի միջև տեղավորեք երեք այնպիսի թվեր, որոնք այդ թվերի հետ միասին կազմեն երկրաչափական պրոգրեսիա:

923. Երկրաչափական պրոգրեսիայի մեջ $a_{11} = 2,\ a_{14} = 54$: Գտեք պրոգրեսիայի այն անդամի համարը, որի արժեքն է 18 :

924. Երկրաչափական պրոգրեսիա՞ է $a_1,\ a_2, ...,\ a_n, ...$ հաջորդականությունը, եթե նրա ընդհանուր անդամը որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

ա. $a_n = n$, բ. $a_n = 2^n$, գ. $a_n = \dfrac{1}{n}$, դ. $a_n = \dfrac{1}{2^n}$:

925. Ապացուցեք, որ $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ երկրաչափական պրոգրեսիայի համար՝ եթե $m + n = k + l$, ապա $a_m a_n = a_k a_i$:

926. Որոշեք $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ երկրաչափական պրոգրեսիայի անդամների գումարը, եթե.

ա. $a_1 = 5,\ a_n = 135,\ n = 4$, բ. $a_1 = \dfrac{1}{2},\ q = 4,\ n = 12$:

927. Որոշեք $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին ութ անդամների գումարը, եթե.

ա. $a_1 = 3,\ a_2 = -6$, բ. $a_5 = -6,\ a_2 = -54$,

գ. $a_6 = 3,\ q = 3$, դ. $a_6 = 25,\ a_8 = 9$:

928. Որոշեք $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ երկրաչափական պրոգրեսիայի առաջին անդամը, հայտարարը և անդամների թիվը, եթե.

$S_5 = 31$, $a_1 + a_5 = 17$, $a_n = 128$:

929. $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ երկրաչափական պրոգրեսիայում.

Տրված են	Գտեք
ա. $a_2 = 384,\ a_6 = 48$	a_{10} -ը, q -ն, S_{10} -ը
բ. $a_5 = 54,\ a_8 = 1458$	4000 -ից փոքր անդամների գումարը
գ. $a_6 = 12,\ a_7 = 48$	1500 -ից փոքր անդամների գումարը
դ. $a_4 = 10,\ a_7 = 80$	400 -ից փոքր անդամների գումարը
ե. $a_3 = 12,\ a_6 = 96$	500 -ից փոքր անդամների թիվը
զ. $a_2 = 2,\ a_5 = 54$	1000 -ից փոքր անդամների թիվը

930. Գտեք երկրաչափական պրոգրեսիա կազմող չորս թվեր, որոնց ծայրանդամների գումարը -49 է, իսկ միջին անդամների գումարը՝ 14:

931. Երեք թվեր կազմում են երկրաչափական պրոգրեսիա: Եթե միջին անդամը կրկնապատկենք, իսկ մյուսները թողնենք անփոփոխ, ապա կստանանք թվաբանական պրոգրեսիա: Գտեք երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը:

932. Երեք թվեր, որոնցից առաջինը 3 է, կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա: Եթե միջին թվից հանենք 6, իսկ մյուսները թողնենք անփոփոխ, ապա կստանանք երկրաչափական պրոգրեսիա: Գտեք անհայտ թվերը:

933. Եթե թվաբանական պրոգրեսիայի անդամներից հերթականությամբ հանենք 2, 7, 9, 5 թվերը, ապա կստանանք երկրաչափական պրոգրեսիա: Գտեք թվաբանական պրոգրեսիան:

934. Գտեք չորս թվեր, որոնցից առաջին երեքը կազմեն երկրաչափական պրոգրեսիա, վերջին երեքը՝ թվաբանական պրոգրեսիա, ծայրանդամների գումարը լինի 64, իսկ միջին անդամների գումարը՝ 48:

935. Երկրաչափական պրոգրեսիա կազմող երեք թվերի գումարը 28 է: Եթե նրանցից ամենամեծը փոքրացնենք 4 -ով, ապա կստանանք թվաբանական պրոգրեսիա: Գտեք այդ թվերը:

936. Թվաբանական պրոգրեսիա կազմող երեք թվերի գումարը 12 է: Եթե երրորդը ավելացնենք 2 -ով, ապա կստանանք երկրաչափական պրոգրեսիա: Գտեք այդ թվերը:

937. Ցույց տվեք, որ հաջորդականությունը անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիա է: Հաշվեք նրա անդամների գումարը.

ա. $a_n = \dfrac{2}{3^n}$,   բ. $a_n = 100 \cdot 5^{1-n} \cdot 2^{3-4n}$,

գ. $a_n = \dfrac{2 \cdot 3^{n-1}}{4^n}$,   դ. $a_n = 6 \cdot 2^{1-n} \cdot 3^n \cdot 18^{1-2n}$:

938. Սովորական կոտորակը գրեք տասնորդական կոտորակի տեսքով.

ա. $\dfrac{4}{6}$,   բ. $\dfrac{10}{11}$,   գ. $\dfrac{100}{6}$,   դ. $\dfrac{7}{8}$:

939. Անվերջ տասնորդական պարբերական կոտորակը գրեք սովորական կոտորակի տեսքով.

ա. $0,(1)$,   բ. $2,2(3)$,   գ. $-1,23(4)$,   դ. $6,101(6)$:

940. Ցույց տվեք, որ հաջորդականությունը անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիա է և հաշվեք նրա գումարը.

ա. $1, \dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{9}, \dots$,   բ. $16, 4, 1, \dots$,   գ. $-2, -1, -\dfrac{1}{2}, \dots$:

941. Հաշվեք անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի գումարը.

ա. $9, 1, \dfrac{1}{9}, \dots$,   բ. $\sqrt{3}, -1, \dfrac{1}{\sqrt{3}}, \dots$,   գ. $2, -\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{8}, \dots$,   դ. $2\sqrt{2}, 2, \sqrt{2}, \dots$,

ե. $\dfrac{4}{5}, \dfrac{4}{25}, \dfrac{4}{125}, \dots$,   զ. $3\sqrt{5}, 3, \dfrac{3\sqrt{5}}{5}, \dots$:

942. Հաշվեք անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի գումարը.

ա. $\dfrac{1}{10}, \dfrac{1}{100}, \dots$,   բ. $6, -1\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{8}, \dots$,

գ. $-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{4}, -\dfrac{1}{8}, \dots$,   դ. $\dfrac{2}{3}, \dfrac{4}{9}, \dfrac{8}{27}, \dots$:

943. Հաշվեք անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի գումարը.

ա. $\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}, \dfrac{1}{2}, \dots$,   բ. $1, \dfrac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}, \dots$:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

944. Երեք քառակուսիների կողմերը կազմում են երկրաչափական պրոգրեսիա: Ցույց տվեք, որ նրանց մակերեսները նույնպես կկազմեն երկրաչափական պրոգրեսիա:

945. Երեք խորանարդների կողերը կազմում են երկրաչափական պրոգրեսիա: Ցույց տվեք, որ նրանց ծավալները նույնպես կկազմեն երկրաչափական պրոգրեսիա:

946. Բանկում դրած դրամը յուրաքանչյուր տարում ավելանում է P տոկոսով: Ցույց տվեք, որ յուրաքանչյուր տարուց հետո բանկում եղած գումարների հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է: Ո՞րն է այդ պրոգրեսիայի հայտարարը:

947. Տրված 8 սմ երկարություն ունեցող կողմով եռանկյան բարձրություններով կառուցված է նոր եռանկյուն: Նրա բարձրություններով կառուցված է մի նոր եռանկյուն: Այս եռանկյան բարձրություններով կառուցված է նոր եռանկյուն և այլն: Ապացուցեք, որ ստացված եռանկյունների պարագծերը կազմում են երկրաչափական պրոգրեսիա: Գտեք հինգերորդ եռանկյան պարագիծը:

948. R շառավիղով շրջանագծին ներգծած է քառակուսի, այդ քառակուսուն ներգծած է շրջանագիծ, այդ շրջանագծին դարձյալ ներգծած է քառակուսի և այլն: Գտեք

ա. քառակուսիների պարագծերի գումարը,

բ. շրջանագծերի երկարությունների գումարը,

գ. քառակուսիների պարագծերի գումարը,

դ. շրջանների մակերեսների գումարները:

949. R շառավիղով շրջանագծին ներգծած է կանոնավոր եռանկյուն, այդ եռանկյանը ներգծած է շրջանագիծ, այդ շրջանագծին դարձյալ ներգծած է կանոնավոր եռանկյուն և այլն: Գտե՛ք.

ա. եռանկյունների պարագծերի գումարը,

բ. շրջանագծերի երկարությունների գումարը,

գ. եռանկյունների մակերեսների գումարը,

դ. շրջանների մակերեսների գումարը:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱՇԱՐԺ

950. Առաջին արկղում կան երկու սև գնդակներ, երկրորդում՝ երկու սպիտակ, իսկ երրորդում` մեկ սև և մեկ սպիտակ գնդակ: Արկղերի վրա այդ մասին կան համապատասխան գրություններ, սակայն հայտնի է, որ բոլոր այդ գրությունները չեն համապատասխանում իրականությանը: Ինչպե՞ս կարելի է մեկ գնդակ հանելով պարզել, թե որ արկղում ինչ գնդակ է պարունակվում:

ԿՐԿՆՈՒԹՅՈՒՆ

951. Գետի հոսանքով նավակն անցավ 5 կմ և անմիջապես վերադարձավ, ամբողջ ուղևորության վրա ծախսելով 5ժ: Հոսանքին հակառակ յուրաքանչյուր 2 կմ անցնելը տևեց այնքան, որքան հոսանքի ուղղությամբ 3 կմ անցնելը: Որքա՞ն էր հոսանքի արագությունը:

§24 ՊԱՏԱՀՈՒՅԹ, ՊԱՏԱՀՈՒՅԹԻ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

1. Պատահույթ, պատահույթի հավանականությունը, հավասարահավանական պատահույթներ: Մեր շրջապատում տեղի ունեցող շատ երևույթներ ունեն պատահական բնույթ և նրանց երևան գալու մեջ մեծ է պատահականության դերը: Ասում են, օրինակ, որ Երկրի ձգողականության մասին օրենքը Նյուտոնը հայտնաբերել է նրա գլխին խնձորը ընկնելու պատճառով: Եթե մտածենք մեր կյանքում տեղի ունեցած իրադարձությունների մասին, ապա դրանցից շատերում ևս կնկատենք պատահականության դերը: Կան երևույթներ, որոնք ունեն տարբեր ելքեր: Այդ ելքերից յուրաքանչյուրի իրականանալը ***պատահույթ*** է: Դիտարկենք երկու օրինակ:

ա. Երկու ֆուտբոլային թիմերի մրցման ընթացքում հնարավոր է երեք ելք՝ կողմերից մեկի հաղթանակը և ոչ-ոքին, այդ ելքերից յուրաքանչյուրը պատահույթ է:

բ. Պատահույթ է նաև զառը նետելուց $1-6$ թվանշաններից մեկի «բացվելը»: Այստեղ մենք կարող ենք ունենալ վեց պատահույթ:

Այս երկու օրինակներում էլ որևէ պատահույթի հանդես գալը ունի պատահական բնույթ: Սակայն առաջին դեպքում այն կախված է նաև մրցող թիմերի ուժից, մրցման վայրից, դատավորի անկողմնակալությունից և այլ հանգամանքներից: Այսինքն՝ սպասվող պատահույթները ունեն իրականանալու ոչ միատեսակ հնարավորություններ: Օրինակ, եթե թիմերից մեկը ուժեղ է մյուսից և հանդիպումն էլ տեղի է ունենում այդ թիմի մարզադաշտում, ապա նրա հաղթելու հավանականությունը ավելի մեծ է: Մինչդեռ երկրորդ օրինակում $1-6$ թվանշաններից որևէ մեկը մյուսների հանդեպ առավելություն չունի և այստեղ պատահույթները ունեն իրականանալու հավասար հնարավորություններ կամ ***հավասարահավանական*** են: Հավասարահավանական են նաև գիրքը պատահականորեն բացելիս զույգ կամ կենտ համարով էջեր բացելու, խաղաքարտերի տուփից պատահականորեն 7 խաղաքարտը կամ 8 խաղաքարտը հանելու պատահույթները:

Ձեզ հավանաբար ծանոթ են ֆուտբոլային հանդիպումներին նախորդող գնահատականները, որ դրվում են թիմերի հնարավորությունների վերաբերյալ: Դրանք հաշվի են առնում վերը նշված և բազմաթիվ այլ գործոններ և դժվար են ուսումնասիրվում: Ավելի դյուրին է հավասարահավանական ելքերով երևույթների ուսումնասիրությունը: Դիտարկենք մի քանի նման օրինակներ:

ա. 52 խաղաքարտերից պատահականորեն 10 խաղաղաքարտը հանելու պատահույթը: Այստեղ հնարավոր ելքերի թիվը 52 է: Սակայն դրանցից չորս խաղաղաքարտեր 10 -անոց են: Դրանցից յուրաքանչյուրը քաշելուց մենք կունենանք անհրաժեշտ ելքը: Հետևապես՝ նշված պատահույթը տեղի ունենալու համար ելքերից 4 -ը ***նպաստավոր*** են:

բ. Դիցուք նարդի խաղի ընթացքում կողմերից մեկին անհրաժեշտ է «բերել» 5: Քանի՞ նպաստավոր ելքեր կան այդ պատահույթի համար: Նախ՝ զառերից յուրաքանչյուրը կարող է «կանգնել» 5 -ի վրա. կունենանք երկու նպաստավոր ելք: Ելքը կլինի նույնպես նպաստավոր, եթե զառերից մեկը «կանգնի» 1 -ի, մյուսը՝ 4 -ի վրա, կամ էլ զառերից մեկը «կանգնի» 2 -ի, մյուսը՝ 3 -ի վրա: Այդ դեպքերից յուրաքանչյուրն էլ տալիս է երկու նպաստավոր ելք: Արդյունքում մենք կունենանք 6 նպաստավոր ելք: Իսկ հնարավոր բոլոր ելքերի թիվը 36 է:

գ. Դիտարկենք 300 էջ ունեցող գիրքը պատահականորեն բացելիս մեզ անհրաժեշտ էջը և զույգ համարով էջ բացելու պատահույթները: Երկու դեպքում էլ հնարավոր ելքերի թիվը 300 է: Նպաստավոր ելքերի թիվը առաջին պատահույթի համար 1 է, իսկ երկրորդ պատահույթի համար այն հավասար է գրքի էջերի կեսի թվին, այսինքն՝ 150 է:

2. ՀԱՎԱՍԱՐԱՀԱՎԱՆԱԿԱՆ ՊԱՏԱՀՈՒՅԹՆԵՐԻ ՀԱՎԱՆԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՇՎՈՒՄԸ: Հետևյալ հատկությունը հնարավորություն է տալիս հաշվելու հավասարահավանական պատահույթների հավանականությունների թիվը:

Հավասարահավանական պատահույթների հավանականությունների թիվը

Եթե ունենք հավասարահավանական ելքերով երևույթ, որտեղ որևէ պատահույթի նպաստավոր ելքերի թիվը m է, իսկ բոլոր հնարավոր ելքերի թիվը՝ n, ապա այդ պատահույթը տեղի ունենալու հավանականությունը հավասար է m/n:

Օգտվելով բերված կանոնից, հաշվենք վերևի օրինակների դիտարկված պատահականությունների տեղի ունենալու հավանականությունները:

ա. 52 խաղաքարտերից պատահականորեն 10 խդաղաքարտը հանելու հնարավոր ելքերի թիվը 52 է, իսկ նպաստավոր ելքերի թիվը՝ 4: Հետևապես՝ համապատասխան պատահույթի հավանականությունը կլինի 4/52 կամ 1/13:

բ. Նարդի խաղում երկու զառերը նետելով 5 բերելու պատահույթի նպաստավոր ելքերի թիվը 6 է, իսկ բոլոր ելքերի թիվը՝ 36: Հետևապես՝ նշված պատահույթը տեղի ունենալու հավանականությունն է 6/36 կամ 1/6:

գ. 300 էջ ունեցող գիրքը պատահականորեն բացելիս զույգ համարով էջ բացելու հավանականությունը կլինի 150/300 կամ 1/2:

Դիտարկենք ևս մի օրինակ:

Դալամբերի խնդիրը: Ինչի՞ է հավասար մետաղադրամը երկու անգամ նետելիս գոնե մեկ անգամ զինանշանը երևալու հավանականությունը:

Լուծում: Երկու անգամ հաջորդաբար նետելուց մենք կունենանք հետևյալ ելքերը. ԶԶ, ԶԳ, ԳԶ, ԳԳ: Այստեղ զինանշան կամ գիր երևալու պատահույթները հավասարահնարավոր են: Բոլոր ելքերի թիվը հնարավոր ելքերի թիվը 4 է: Դրանցից մեր պատահույթի համար նպաստավոր են առաջին երեքը: Այսպիսով, երկու անգամ նետելիս զինանշան երևալու հավանականությունը հավասար է 3/4 -ի:

Հաճախ հավասարահնարավոր պատահույթների հավանականությունները հաշվելիս նպատակահարմար է օգտվել վերջավոր տարրերի տեղափոխություններ, զուգորդությունների և կարգավորությունների թվից: Դիտարկենք նման մի քանի օրինակ:

ա. Ինչի՞ է հավասար այն բանի հավանականությունը, որ $1-4$ խաղաքարտերից յուրաքանչյուրից մեկական պարունակող կապուկը պատահաբար խառնելով՝ խաղաքարտերը կդասավորվեն հերթականությամբ:

Նշված կապուկում խաղաքարտերը կարող են դասավորվել ցանկացած հերթականությամբ կամ հաջորդականությամբ: Այսինքն՝ ամեն անգամ խառնելուց հետո խաղաքարտերի հերթականությունը կարող է կազմել $1-4$ թվերի կամայական հաջորդականություն: Իսկ նման հաջորդականությունների թիվը հավասար է $1-4$ թվերի տեղադրությունների թվին, այսինքն՝ $4!$ է: Այսպիսով՝ հնարավոր ելքերի թիվը $4!$ է կամ 24: Իսկ ըստ հերթականության դասավորվելու պատահույթի նպաստավոր ելքերի թիվը՝ երկու: Հետևապես՝ $1-4$ խաղաքարտերով կազմված կապուկը պատահաբար խառնելով՝ խաղաքարտերը հերթականությամբ դասավորվելու հավանականությունը կլինի 2/24 կամ 1/12:

բ. Աշակերտական մրցույթի եզրափակիչ դուրս եկան Հայկը, Անին, Կարենը և Սուրենը: Նրանցից մեկ հաղթողին պետք է որոշերին վիճակահանությամբ: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունը, որ հաղթողը կլինի Հայկը:

Այստեղ հնարավոր ելքերի թիվը 4 է, իսկ նպաստավոր ելքը մեկն է: Հետևապես՝ Հայկի հաղթող լինելու հավանականությունը 1/4 է:

Այժմ խնդիրը մի քիչ փոխենք:

Աշակերտական մրցույթի եզրափակիչ դուրս եկան Հայկը, Անին, Կարենը և Սուրենը: Նրանցից երկու հաղթողներին պետք է որոշերին վիճակահանությամբ: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունը, որ հաղթողներց մեկը կլինի Հայկը:

Այստեղ ունենք չորսից երկուական զուգորդություններ, որոնց թիվը 6 է, այսինքն՝ հնարավոր ելքերի թիվը 6 է: Նպաստավոր ելքերը երեքն են՝ Հայկ և

Անի, Հայկ և Կարեն, Հայկ և Սուրեն: Հետևապես՝ Հայկի համար հաղթողներից մեկը լինելու հավանականությունը 3/6 է կամ 1/2:

Լուծենք մեկ խնդիր կարգավորությունների կիրառմամբ:

Աշակերտական մրցույթի եզրափակիչ դուրս եկան Հայկը, Անին, Կարենը և Սուրենը: Նրանցից երկու հաղթողներին պետք է որոշերին վիճակահանությամբ: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունը, որ առաջին տեղում կլինի Հայկը, երկրորդում՝ Անին:

Այստեղ մեք ունենք կարգավորություններ 4 տարրերից երկուական, որոնց թիվն է $4!/(4-2)!$ կամ 12: Նպաստավոր է միայն մեկ ելք: Հետևապես՝ Հայկի՝ առաջին և Անիի՝ երկրորդ տեղում լինելու հավանականությունը 1/12 է:

3. Հավանականությունների սանդղակ: Պատահույթների մեջ առանձնանում են երկուսը: Եթե նարդու զարի բոլոր նիստերի վրա գրված լինի 1 թիվը, ապա այն նետելից անպայման կկանգնի 1 -ի վրա և 2 -ի վրա երբեք չի կանգնի: Մենք կասենք, որ այստեղ 1 -ի վրա կանգնելու պատահույթը ***հավաստի*** է, իսկ 2 -ի վրա կանգնելու պատահույթը՝ ***անհնար:***

Ինչի՞ է հավասար հավաստի պատահույթի հավանականությունը: Մեր օրինակում մենք ունենք 6 հնարավոր ելքեր, որոնք բոլորը նպաստավոր են, այսինքն՝ նպաստավոր ելքերի թիվը նույնպես 6 է: Հետևապես, հավաստի պատահույթի հավանականությունը կլինի 6/6 կամ 1: Անհնար պատահույթի համար հնարավոր 6 ելքերի պայմանում՝ նպաստավոր ելք չունենք, այսինքն՝ նպաստավոր ելքերի թիվը 0 է: Հետևապես, անհնար պատահույթի հավանականությունը կլինի 0/6 կամ 0: Մնացած պատահույթների հավանականությունները կլինեն [0, 1] միջակայքում:

Ասվածը նպատակահարմար է պատկերել ***հավանականային սանդղակով***.

Պատահույթը	Անհնար	Հավասարահնարավոր	Հավաստի
Հավանականությունը	0	a	1

$$0 \le a \le 1:$$

ՀԱՄԿԱՑԵԼ ԵՔ ԴԱՍԸ

1. Բերեք պատահույթի մի քանի օրինակ:

2. Ի՞նչ է պատահույթի հավանականությունը:

3. Բերեք հավասարահավանական և ոչ հավասարահավանական պատահույթների օրինակներ:

4. Ի՞նչ է նշանակում այն, որ երևույթի ելքը նպաստավոր է տվյալ պատահույթի

համար:

5. Ինչպե՞ս են հաշվում հավասարահավանական պատահույթների հավանականությունների թիվը:

6. Ո՞ր պատահույթն է կոչվում հավաստի:

7. Ո՞ր պատահույթն է կոչվում անհնար:

8. Ինչի՞ է հավասար հավաստի պատահույթի հավանականությունը:

9. Ինչի՞ է հավասար անհնար պատահույթի հավանականությունը:

10. Ի՞նչ է հավանականությունների սանդղակը:

ՀԻՄՆԱԿԱՆ

952. Ի՞նչ ելքեր են շախմատիստների հանդիպման արդյունքում:

953. Արդյո՞ք հավասարահավանական են.

ա. ՀՀ ֆուտբոլի առաջնությունում բոլոր թիմերի առաջին տեղը գրավելու պատահույթները,

բ. Դասարանում կա 12 տղա և 16 աղջիկ: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունն այն բանի, որ վիճակահանությամբ ընտրված հերթապահը կլինի տղա:

954. Վիճակախաղում կա 20000 տոմս, որից 500 –ը շահող են: Որքա՞ն է շահելու և որքա՞ն՝ պարտվելու հավանականությունը:

955. Ամանորյա գաթայի մեջ դրված է մեկ նուշ, և գաթան բաժանվելու է վեց հավասար մասի: Որքա՞ն է նուշը պարունակող կտորը վերցնելով՝ երջանիկ լինելու հավանականությունը:

956. Թղթի կտորների վրա գրված են բոլոր երկնիշ թվերը՝ յուրաքանչյուր կտորի վրա՝ մեկ նիշ: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունն այն բանի, որ պատահականորեն վերցրած թղթի այդ կտորներից մեկի վրա կլինի.

ա. զույգ թիվ, բ. կենտ թիվ,

դ. պարզ թիվ, ե. 0 –ով վերջացող թիվ,

զ. 4 –ի վրա բաժանվող թիվ:

957. Ինչի՞ է հավասար նարդու երկու զարը նետելիս հետևյալ պատահույթի հավանականությունը.

ա. 2 և 1, բ. 1 և 1, գ. 6 և 6,

դ. երկու զարերի միավորների գումարը 7 է:

958. Ինչի՞ է հավասար հավանականությունն այն բանի, որ պատահականորեն ընտրված երկնիշ թիվը առանց մնացորդի կբաժանվի 3 -ի:

959. Ինչի՞ է հավասար հավանականությունն այն բանի, որ նարդու զարերը նետելիս առաջին զարի վրա հայտնված թիվը.

ա. կլինի հավասար երկրորդի վրա հայտնված թվին,

բ. կլինի փոքր երկրորդի վրա հայտնված թվից,

գ. կլինի մեծ կամ հավասար երկրորդ զարի վրա հայտնված թվից:

960. Միաժամանակ նետում են երեք զարեր: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունն այն բանի, որ.

ա. բոլոր զարերի վրա կհայտնվեն նույն թվերը,

բ. բոլոր զարերի վրա հայտնված թվերը կլինեն իրարից տարբեր,

գ. զարերի վրա հայտնված թվերի գումարը կլինի 10,

դ. զարերի վրա հայտնված թվերի գումարը կլինի 5 –ից փոքր,

ե. զարերի վրա հայտնված թվերի գումարը կլինի 5 –ից ոչ փոքր,

զ. զարերի վրա հայտնված բոլոր թվերը կունենան նույն զույգությունը:

961. Պատահականորեն ընտրում ենք 1 -ից մինչև 1000000 թվերից որևէ մեկը: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունն այն բանի, որ այդ թիվը կլինի լրիվ քառակուսի:

962. Արկղի մեջ կան 4 կարմիր և 6 սպիտակ գնդիկներ:

ա. Այդ արկղից պատահականորեն հանում են 1 գնդիկ: Ինչի՞ է հավասար այդ գնդիկը կարմիր լինելու հավանականությունը:

բ. Այդ արկղից պատահականորեն հանում են 2 գնդիկ: Ինչի՞ է հավասար այդ երկու գնդիկնե էլ կարմիր լինելու հավանականությունը:

գ. Այդ արկղից պատահականորեն հանում են 2 գնդիկ: Ինչի՞ է հավասար հանված երկու գնդիկները նույն գույնի լինելու հավանականությունը:

963. Ինչի՞ է հավասար 32 խաղաքարտերից պատահականորեն ընտրված հինգ խաղաքարտերի հերթականություն կազմելու հավանականությունը:

964.Դասարանում կա 10 տղա և 12 աղջիկ: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունն այն բանի, որ վիճակահանությամբ ընտրված երկու հերթապահները կլինեն.

ա. երկու տղա, բ. երկու աղջիկ, գ. տղա և աղջիկ:

965. Քարը նետում են 10 մ լայնություն և 20 մ երկարություն ունեցող ուղանկյան մեջ: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունն այն բանի, որ այն կընկնի.

ա. այդ ուղղանկյան մեջ տեղավորված և 2 մ լայնություն ու 4 մ երկարություն ունեցող ուղղանկյան մեջ,

բ. այդ ուղղանկյան մեջ տեղավորված և 2 մ բարձրություն ու 4 մ հիմք ունեցող եռանկյան մեջ, գ. ուղանկյան կողմերից 1մ -ից ոչ ավելի հեռավորության վրա,

դ. ուղղանկյան կողմերից 1 մ -ից ոչ պակաս հեռավորության վրա,

ե. այդ ուղղանկյան մեջ տեղավորված և 1 մ շառավիղով շրջանի ներսում:

966. Փականը կարելի է բացել 0 - 9 նիշերից կազմված հինգ նիշերի ինչ-որ կարգավորությամբ: Նման յուրաքանչյուր կարգավորությունը կազմելու համար ծախսվում է մեկ վայրկյան: Ինչի՞ է հավասար այդ փականը մեկ ժամում բացելու հավանականությունը:

967. Մետաղադրամը նետել են երեք անգամ: Ինչի՞ է հավասար հետևյալ պատահույթի հավանականությունը.

ա. գոնե մեկ անգամ երևացել է զինանշանը,

բ. բոլոր երեք ելքերը եղել են զինանաշան,

գ. բոլոր երեք ելքերը եղել են միատեսակ,

դ. բոլոր երեք ելքերը եղել են տարբեր:

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ

968. Հայկը, Անին և Նունեն գնացին թատրոն: Նրանք ունեին երեք տոմս, որոնցից երկուսը իրար կողքի գտնվող աթոռների համար էին, իսկ մյուսը՝ այլ շարքում գտնվողի: Տոմսերը նրանք գնել էին առանձին-առանձին և ոչինչ չգիտեին տեղերի դասավորության մասին: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունն այն բանի, որ Հայկը և Անին նստելով իրենց գնած տոմսերում նշված տեղերում՝ կհայտնվեն իրար կողքի:

969. Աշակերտական մրցույթի եզրափակիչ դուրս եկան Հայկը, Անին, Կարենը և Սուրենը: Նրանցից երկու հաղթողներին պետք է որոշերին վիճակահանությամբ: Ինչի՞ է հավասար հավանականությունն այն բանի, որ առաջին երկու տեղերում կլինեն Հայկը և Անին:

970. Նարդու զարերը նետելով 1 բերելու հավանականությունը ո՞ր դեպքում է մեծ.

ա. երկու զարը գցում ենք միասին,

բ. նախ գցում ենք զարերից մեկը, ապա՝ մյուսը:

ՀԵՏԱՔՐՔՐԱԾԱՐԺ

971. Հաշվեք պոկեր խաղում 32 խաղաթղթի պայմաններում խաղացողներից որևէ մեկի՝ տարբերակներից յուրաքանչյուրը ստանալու հավանականությունը:

972. Նապաստակը 20 րոպեում հասնում է ծառին ու վերադառնում՝ մեկ ընկույզ բերելով իր բույն: Այդ ընթացքում որքա՞ն ճանապարհ է անցնում նապաստակը, եթե հայտնի է, որ նա առանց ընկույզի վազում է 5 մ/վրկ արագությամբ, իսկ ընկույզով՝ 3 մ/վրկ արագությամբ:

§25 ԼՐԱՑՈՒՑԻՉ

1. Պատմական տեղեկություններ: Պրոգրեսիա լատիներեն՝ progressio, նշանակում է շարժում դեպի առաջ: Ինչպես թվաբանական, այնպես էլ էլերկրաչափական պրոգրեսիաների վերաբերյալ խնդիրներ դիտարկել են վաղ հնադարում՝ Եգիպտոսում, Չինաստանում: Ախմեսի մագաղաթում առաջադրված է հետևյալ խնդիրը. «Յոթ հոգի ունեն յոթական կատու, որոնցից յուրաքանչյուրը ուտում է 7-ական մուկ, իսկ դրանցից յուրաքանչյուրն էլ ուտում է 7-ական հասկ, իսկ յուրաքանչյուր հասկ ունի 7 հատ ցորեն: Ինչքա՞ն է այս շարքը մեծանում և ինչի՞ է հավասար նրա գումարը»:

Արքիմեդը գիտեր հաշվել երկրաչափական պրոգրեսիայի գումարը և ցանկացած անդամը: Թվաբանական պրոգրեսիայի անդամների գումարի բանաձևը առաջին անգամ տվել է Ֆիբոնաչին՝ 1202 թվականին: Ֆերման գիտեր նաև հաշվել երկրաչափական և անվերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիաների գումարները:

Հավասարահավանական պատահույթների հավանականությունների հետևյալ սահմանումը առաջին անգամ տվել է ֆրանսիացի մաթեմատիկոս Լապլասը, 19 –րդ դարի սկզբներին:

2. Պլեզ Պասկալ: Պլեզ Պասկալը ծնվել է 1623 թվականին ֆրանսիական Կլերմոն քաղաքում: Պլեզը ութ տարեկան էր, երբ նրանց ընտանիքը

տեղափոխվեց Փարիզ: Գիտությունների սիրահար նրա հայրը շատ արագ կապեր հաստատեց մի շարք գիտնականների հետ, որոնց հաճախ հրավիրում էր իր տուն՝ սրտամոտ զրույցների համար: Փոքրիկ Պլեզը հետևում էր այդ զրույցներին, որոնք հաճախ վերածվում էին սուր բանավեճերի և նրա մեջ արթնացնում անսահման հետաքրքրասիրություն, բանավիճելու, բանավեճերում անգամ մեծերին գերազանցելու բուռն ցանկություն: Հայրը ուրախությամբ էր հետևում որդուն, հաճույքով պատասխանում նրա բազմաբնույթ հարցերի, բացառությամբ մաթեմատիկայի. նա գտնում էր, որ մաթեմատիկայով զբաղվելը կարող է վատ անդրադառնալ իր առողջությամբ չփայլող Պլեզի վրա: Տասներկու տարեկանում Պլեզը պատահաբար լսեց երկրաչափության մասին:

-Ի՞նչ է երկրաչափությունը, -հարցրեց նա հորը:

-Գծերի, պատկերների, մարմինների և նրանց հատկությունների մասին գիտություն է, որ քեզ համար դեռ վաղ է իմանալ, -կարճ կապեց հայրը:

Բայց գծերն ու պատկերները պատանուն հանգիստ չէին թողնում: Նա հորից գաղտնի գծում ու գծում էր զանազան պատկերներ: Այսպես նա «հայտնաբերեց» հարթաչափության շատ պատկերներ, որոնց տվեց իր անվանումները: Այս զբաղմունքների ընթացքում նա հասկացավ, որ այդ պատկերների որոշ հատկություններ հետևում են մյուսներից: Որոշ հատկություններ նա ընդունեց առանց ապացուցման, իսկ որոշները ապացուցեց դրանց օգնությամբ. այսպես նա հանգեց աքսիոմի և թեորեմի հասկացություններին: Մի անգամ հայրը նրան բռնացրեց այս զբաղմունքի ընթացքում: Սկզբում հայրը անհանգստացավ և ուզում էր զայրանալ որդու վրա: Բայց որդու կարճ բացատրությունից հետո ապշեց. տղան ինքնուրույն հայնաբերել էր Էվկլիդեսի երկրաչափության շատ թեորեմներ, մասնավորապես՝ եռանկյան ներքին անկյունների գումարի մասին թեորեմը: Յոր ուրախությունը անսահման էր: Նա տուն հրավիրեց իր ծանոթ մաթեմատիկոսներից մեկին, որի զարմանքը պակաս չէր:

-Քո որդին ապագա մեծագույն մաթեմատիկոսներից մեկը կլինի, -ասաց մաթեմատիկոսը և չսխալվեց:

Արագ ծանոթանալով մաթեմատիկային, Պլեզը արդեն տասնվեց տարեկանում հայտնաբերեց պրոյեկտիվ երկրաչափության ամենագեղեցիկ թեորեմներից մեկը, որն այսօր կոչվում է նրա անունով: Յետագայում նա կատարեց բազմաթիվ հայտնագործություններ մաթմեատիկայում և գիտության այլ բնագավառներում, մասնավորապես դրեց հավանականությունների տեսության հիմքը, ստեղծեց առաջին հաշվիչ մեքենան, որն աշխատեց շատ դարեր: Սակայն դիպվածը նրան ստիպեց հեռանալ գիտությունից: Երբ նա 31 տարեկան էր, Սենայի վրայով ձգվող կամրջի վրա նրան տանող կառքը վթարի ենթարկվեց, և Պասկալը հազիվ փրկվեց: Այս միջադեպը ճակատագրական եղավ նրա կյանքում. նա քաշվեց եկեղեցի և կյանքի մնացած ութ տարիներին գիտությամբ չզբաղվեց:

3. Լրացուցիչ վարժություններ

973. Գտեք հաջորդականության առաջին հինգ անդամները.

ա. $a_n = (-2)^4$, բ. $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot (-4)^n$, գ. $a_n = \left(\frac{5}{7}\right)^{2n} \cdot \left(\frac{49}{25}\right)^n$, դ. $0{,}1^n \cdot 100^{2n}$:

974. Գտեք հաջորդականության միջին թվաբանականը, մոդան և մեդիանը.

ա. $3, 4, 3, 5, 5, 4, 4, 4, 5,$ բ. $1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1,$

գ. $250, 600, 350, 450, 600, 450, 450$:

975. Գտեք հաջորդականության միջին թվաբանականը և մեդիանը.

ա. $a_n = n \cdot 2^n$, $n = 1, 2, ..., 10$, բ. $a_n = (-3)^4 \cdot \frac{1}{27}$, $n = 3, 4, 5, 6, 7$,

գ. $a_n = 10n \cdot 3^n$, $n = 1, 2, 3, 4, 5$:

976. Չկրկնվող նիշերով քանի՞ թիվ կարելի է կազմել $2,4,5,6,7$ թվանշաններով:

977. Քանի՞ եղանակով կարելի է նստեցնել չորս հյուրերին չորս աթոռների վրա:

978. Քանի՞ եղանակով կարելի է վոլեյբոլի թիմի 6 խաղացյալներին դասավորել խաղադաշտում:

979. Ապացուցեք, որ եթե $\dfrac{1}{b+c}, \dfrac{1}{c+a}, \dfrac{1}{b+a}$ հաջորդականությունը կազմում է թվաբանական պրոգրեսիա, ապա a^2, b^2, c^2 հաջորդականությունը նույնպես կկազմի թվաբանական պրոգրեսիա:

980. $2,\ 7,\ a$ և $5,\ b,\ 9$ հաջորդականությունները թվաբանական պրոգրեսիաներ են: Երկու եղանակով ցույց տվեք, որ $7,\ 7+b,\ 9+a$ հաջորդականությունը նույնպես թվաբանական պրոգրեսիա է:

981. Թվաբանական պրոգրեսիա՞ է $a_1,\ a_2,...,\ a_n,...$ հաջորդականությունը, եթե.

ա. $a_n = 3n+2,$ բ. $a = n^2-1,$

գ. $a_n = 1/n,$ դ. $a_n = -2n-1$:

982. Գտեք բոլոր քառանիշ թվերի գումարը:

983. Օգտվելով երկրաչափական պրոգրեսիայի բնութագրիչ հատկությունից՝ ապացուցեք, որ հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է.

ա. $7,\ 3,\ \dfrac{9}{7},\ \dfrac{27}{49},$ բ. $a,\ a,\ a,\ \ldots,\ (a \neq 0)$:

984. Դիցուք՝ $a_1,\ a_2,\ a_3,...,\ b_1, b_2, b_3,...$ և $c_1, c_2, c_3,...$ հաջորդականությունները, համապատասխանաբար, $p,\ q$ և r հայտարարով երկրաչափական պրոգրեսիաներ են:

ա. Ապացուցեք, որ $a_1 b_1 c_1,\ a_2 b_2 c_2,\ a_3 b_3 c_3,...$ հաջորդականությունը երկրաչափական պրոգրեսիա է:

բ. Ո՞րն է $a_1 b_1 c_1,\ a_2 b_2 c_2,\ a_3 b_3 c_3,...$ պրոգրեսիայի հայտարարը:

985. Գտեք երկրաչափական պրոգրեսիայի ութերորդ և n -րդ անդամները.

ա. $12,\ 48,\ \ldots,$ բ. $0{,}1;\ 0{,}01;\ \ldots$ գ. $-0{,}1; -0{,}01;\ \ldots$

դ. $48,\ 12,\ \ldots,$ ե. $0{,}1;\ 0{,}001;\ldots$ զ. $-0{,}1;\ 0{,}001;\ldots$:

986. Գտեք գումարը ($-1 < a < 1$).

ա. $1+a+a^2+a^3+\ldots,$ բ. $1+a^2+a^4+a^6+\ldots,$

գ. $1-a+a^2-a^3+\ldots$ դ. $a-a^4+a^7-a^{10}+\ldots$:

ä²î²êÊ²ÜÜºð

2. ա. 0, **բ.** $a \neq 1$, **գ.** $a \in \emptyset$, **դ.** $a \in R$: **3. բ.** $1, 0, 1$, **գ.** $1, -1, 2$, **գ.** $1, -1, 0$: **4. բ.** $0,1,\ 0,2,\ 1,6$, **դ.** $18, 36, 75$: **5. բ.** $(x+5)^2-24$, **դ.** $-(x-4)^2+12$, **ե.** $\left(x+\frac{11}{2}\right)^2-\frac{125}{4}$: **6. ա.** $3\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\frac{131}{12}$, **բ.** $2(x+1)^2-8$, **գ.** $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$, **ի.** $2\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{15}{8}$: **7. բ.** $11, \frac{19}{4}, 25$: **8. ա.** 0, **ե.** 4, **գ.** -8: **9. ա-բ.** Ոչ, **գ.** այո, **դ.** ոչ: **10. ա.** 0 և 1, **բ.** 1 և 2, **գ.** 16 և 2, -20 և 0: **12. ա.** $2, -\frac{1}{3}$: **13. բ.** $30, 20$, **գ.** 18, **դ.** $1, -7$: **17. բ.** $2, \frac{3}{2}$, **դ.** $1, \frac{3}{5}$: **15. ա.** $2, -\frac{11}{3}$, **բ.** $1, \frac{9}{4}$, **գ.** $8, -3$, **դ.** $2, -\frac{1}{3}$: **16. ա.** $a>0$, **բ.** $a=0$, **գ.** $a<0$, **դ.** $a \geq 0$, **ե.** $a \leq 0$, **զ.** $a<0$, **է.** $a \in R$: **18. ա.** $a>1$, $0, 4$, **գ.** $(-\infty,0)\cup\left(0,\frac{1}{16}\right)$, **դ.** $(-\infty,0)\cup(0;4)$: **19. ա.** -2, **գ.** $a \in R$, **դ.** $a=-\frac{1}{4}$: **20. դ.** $(-x+4)(x+x)$: **21. ա-բ.** Ոչ, **գ-դ.** այո: **22. ա.** $(x-1)(x-7)$, **բ.** $2(x-10)(x-2)$, **գ.** $5(x+1)\left(x-\frac{3}{2}\right)$, **դ.** հնարավոր չէ, **ե.** $2(x+1)(x-17)$, **զ.** $5(x+1)\left(x-\frac{3}{5}\right)$, **է.** $\left(x-\frac{\sqrt{10}-1}{2}\right)\left(x+\frac{\sqrt{10}+1}{2}\right)$, **ը.** $(x-0,3)(x+0,2)$: **23. ա.** x^2-5x+6: **24. ա.** $6x^2-5x+1=0$: **25. ա.** Այո, **բ-գ.** ոչ: **26. ա.** $100x^2-1=0$, **բ.** $x^2-2x-1=0$, **գ.** $x^2-2x-17=0$: 27. **ա.** x^2-4x+4, **գ.** $x^2+6\sqrt{2}+18=0$: **31**. $4,11$: **32**. 15 և 18: **33**. 20%: **34**. 80 պոկոս կամ 20 պոկոս: **35**. 20%: 36. 5%: **37**. 140 մ: **38**. 28 մ:

39. 11: **40**. 22: **41**. 8-անկյան: **42**. 3 սմ: **43.** 3 մ: **50. ա.** $x\in\{1,\,-1\}$, **բ.** $x=0$, **գ.** $x\in\left\{0,\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\}$, **դ.** $x\in\left\{0,\frac{9}{4},-\frac{9}{4}\right\}$: **50. ա.** 1, **բ.** 0, **գ.** -5, **դ.** $25,\frac{25}{8}$: **52. ա-բ.** Այո, **գ.** ոչ, **դ.** այո: **53. ա-բ.** Ոչ, **գ-դ.** այո, **ե.** ոչ, **զ.** այո: **54. ա.** Ոչ, **բ.** այո, **գ.** ոչ, **դ.** այո: **60**. **ա.** $a>1$, **բ.** $\emptyset$, **գ.** $a>2$, **դ.** $a>0$: **61**. **ա.** $a<-1$, **բ.** $a>\frac{1}{8}$, **գ.** $a<-9/4$, **դ.** $a<2/3$: **62. ա.** $x\neq 0$, **բ.** $x\in\emptyset$, **ե.** $x\in(-1,\,1)$, **զ.** $x\in(-\infty,\,-2)\cup(2,\infty)$, **է.** $x\in(-\infty,\,-4)\cup(4,\infty)$, **ը.** $x\in(-5,\,5)$: **63. ա.** $x\in(-\infty,\,0)\cup(1,\infty)$, **բ.** $x\in(-1,\,1)$, **գ.** $x\in(-\infty,\,0)\cup(3,\infty)$, **դ.** $x\in(-4,\,0)$, **ե.** $x\in(-\infty,\,0)\cup\left(\frac{1}{3},\infty\right)$, **զ.** $x\in(-\infty,\,0)\cup(20,\infty)$, **է.** $x\in(-\infty,\,0)\cup(5,\infty)$, **ը.** $x\in\left(\frac{1}{5},10\right)$:

64. ա. Երբ $x=-\frac{3}{2}$, եռանդամը ընդունում է 0 արժեք, իսկ մնացած դեպքերում դրական է, **բ.** Երբ $x=-\frac{25}{2}$, եռանդամը ընդունում է 0 արժեք, իսկ մնացած դեպքերում բացասական է: **65. ա.** $x\in(-\infty,\,8)\cup(1,\infty)$, **բ.** $x\in\left(1,\frac{8}{3}\right)$, **դ.** $x\in\left(-2,\frac{12}{7}\right)$, **ե.** $x\in\left(-2,\frac{16}{3}\right)$, **ը.** $x\in(-\infty,\,-50)\cup(0,\infty)$: **66. ա.** $x\in\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$, **բ.** $x\in\{1,2,...,6\}$, **դ.** $x\in\{-1,0,\,1,2,3,4\}$, **ե.** $x\in\{-1,0,\,1,2\}$, **գ.** $x\in\{2,3,...,9\}$: **67. ա.** $x\in\{1,2\}$, **բ.** $x\in\{1,2,3,4\}$, **գ.** $x\in\{1,2,...,6\}$, **դ.** $x\in\{-5,-4,...,5,6\}$, **ե.** $x\in\{-44,-43,...,44,45\}$: **68. ա.** -1 և 1, **բ.** -8 և 8, **գ-դ.** -1 և 1, **ե.** ամենամեծ բացասական լուծումն է -1, դրական ամբողջ լուծում չունի, **զ.** -3 և 1: **69. ա.** $a>1$, **բ.** $a\in(-\infty,-0{,}8)\cup(2,\infty)$, **գ.** $a<-6{,}25$, **դ.** $a>11$: **70. ա.** $b=-1$ կամ $b=\frac{37}{48}$: **71. ա.** $a<-2$ կամ $a>2$, **բ.** $a\in\emptyset$, **գ.** $a\in R$, **դ.** $a\in R$: **72. դ.** $x=0$,

է. $x\in[-2, 2]$: **73.** **բ.** $x\in(-\infty, -2]\cup[2, \infty)$, **գ.** $x\in(-\infty, 0]\cup[0{,}25, \infty)$, **է.** $x\in(-\infty, -0{,}1]\cup[0, \infty)$: **74.** **գ.** $x\in(-\infty, 0]\cup\left[\frac{7}{2}, \infty\right)$, **դ.** $x\in(-\infty, 0]\cup\left[\frac{3}{4}, \infty\right)$: **76.** **ա.** $x\in[1, 3]$, **բ.** $x\in[-5, 2]$, **գ.** $x\in(-\infty, -5]\cup[6, \infty)$, **դ.** $x\in(-\infty, -1]\cup[5, \infty)$: **78.** **ա.** $\emptyset$, **բ.** $\emptyset$, **գ.** R, **դ.** R: **79.** **ա.** $x\in R$, **բ.** $x\in\emptyset$, **գ.** $x\in[3-\sqrt{5}, 3+\sqrt{5}]$, **դ.** $(-\infty, 1>-\sqrt{3}]\cup[1+\sqrt{3}, \infty)$, **ե.** $x\in R$, **զ.** $[-4, 36]$: **80.** **ա.** $a\geq 4$, **բ.** $a\in(-\infty, 0]\cup\left[\frac{4}{3}, \infty\right)$, **գ.** $a\leq -16$, **դ.** $a\in[11, \infty)$: **81.** **ա.** $x\in\{-10, -10, ...10, 11\}$, **բ.** $x\in\{0, 1, 2, ...10\}$, **գ.** $x\in\{-2, -1, 0, 1\}$, **դ.** $x\in\{2, 3, 4, 5, 6\}$, **ե.** $x\in\{-4, -3, -2, -1, 0\}$, **զ.** $x=2$: **82.** **ա.** $x\in\{1, 2, ..., 12\}$, **բ.** $x\in\{1, 2, ..., 11\}$, **գ.** $x\in\{1, 2\}$, **դ.** $x=1$, **ե.** $x\in\{5, 6, 7\}$, **զ.** $x\in\{1, 2, ..., 10\}$: **83.** **ա.** -1 և 1, **բ.** -3 և 3, **գ.** -3 և 1, **դ.** բացասական ամբողջ լուծում չունի, իսկ ամենափոքր դրական ամբողջ լուծումն է 17, **ե.** -3 և 2, **զ.** բացասական ամբողջ լուծում չունի, իսկ ամենափոքր դրական լուծումն է 2: **82.** 12: **85.** $1, 2, ..., 15$: **86.** 12: **96.** 48: **100.** **բ.** 9 և 0, **դ.** $\frac{16}{3}$ և 0, **ե.** -5 և $-\frac{7}{3}$, **զ.** 4 և $-\frac{4}{3}$: **103.** **ա.** 10, **բ.** 98, **գ.** 98, **ե.** 11, **զ.** 970: **105.** **ա.** $a\in[-4, \infty)$, **բ.** $a\in[-4, 0)$, **գ.** $a\in(0, \infty)$, **դ.** $a\in\emptyset$, **ե.** $a\in(-4, 0)$, 107. -1: **108.** $a=8, x=-\frac{5}{8}$: **109.** 1: **112.** $3+\sqrt{3}$ և $3-\sqrt{3}$: **115.** **ա.** 0, **բ.** 1, **գ.** 10, **դ.** 100: **116.** **ա.** 0 և -1, **բ.** -1 և -2, **գ.** -100 և -1001, **դ.** -200 և -201: **117.** **ա.** $a\in(1, \infty)$, **բ.** $a\in R$, **գ.** $a\in(-\infty, 1)\cup(2, \infty)$, **դ.** $a\in(-\infty, -2)\cup(-2, \infty)$: **118.** **ա-բ.** Այո, **գ-դ.** ոչ: **119.** **ա-բ.** Ոչ, **գ-դ.** այո: **120.** **ա.** 0, **բ.** 0, **գ.** $\frac{1}{2}$, **դ.** 1: **121.** **ա.** $1{,}5$, **բ.** 5, **գ.** 50, **դ.** $\frac{1}{12}$: **122.** **դ.** $\frac{3}{4}$: **123.** **ա.** $2{,}5$, **բ.** 0, **գ.** $-8{,}45$, **ե.** $-\frac{147}{16}$, **զ.** $-\frac{275}{16}$: **125.** **ա.** $b\in(1, 4)$, **բ.** $b\in(-\infty, 1)\cup(4, \infty)$: **127.** 50 և 50:

132. Շրջանագծի: **133.** Քառակուսաձև: **134.** 250 մ և 250 մ: **144. ա.** 4, **բ.** $x\in\emptyset$, **գ.** $x\in\emptyset$, **դ.** 3: **145. բ.** $1,\ -1$, **գ.** $2,\ -4$, **դ.** $\frac{3}{2},\ -\frac{5}{2}$:

149. ա-բ. ± 2, **գ.** ± 1, **դ.** $x\in\emptyset$: **150. ա.** $\pm 2, \pm 3$, **բ.** $\pm 1, \pm 2$, **գ.** $\pm 2, \pm 5$, **դ.** $\pm 2\sqrt{2}$: **151. ա.** $\pm\frac{1}{2}, \pm 1$, **բ.** $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}, \pm 3$, **գ.** $\pm 3, \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, **դ.** $\pm\sqrt{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$:

152. ա. $x\in\emptyset$, **բ.** $\pm a, \pm\frac{1}{2}$: **155. ա.** $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$, **բ.** $3(x-2)(x+2)(x-3)(x+3)$, **դ.** $8\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-1)(x+1)$:

156. ա. $\frac{x^2-1}{x^2-4}$, **բ.** $\frac{x^2-5}{x^2-6}$: **157. ա.** $x^4-5x^2+4=0$, **բ.** $x^4-5x+6=0$, **գ.** $x^4-25x+144=0$: **158. ա.** Հնարավոր չէ, բ. $x^4-x^2=0$, **գ.** հնարավոր չէ, **դ.** $x^4-10000=0$: **159. ա.** $\pm 0{,}5$, **բ.** $1{,}5$, **գ.** ± 3, **զ.** $1,\ 16$, **է.** $0{,}7$:

160. ա. $\pm 1, \pm 3$, **բ.** $1, -2$, **գ.** $\frac{1}{2}, -\frac{1}{9}$, **դ.** $\frac{3}{4}, 2$, **ե.** 24, **զ.** ± 3, **է.** $4, -1$, **ը.** 24, **ժ.** $0, -2, -5, 3$: **161. ա.** $-2, \frac{4}{3}$, **բ.** $4, 3$, **գ.** $\frac{3}{2}$, **դ.** $-12{,}5$, **ե.** $1,\ 4$, **զ.** $1, -0{,}5$: **162. ա.** $\frac{1}{2}, 1$, **բ.** $2, -\frac{11}{7}$, **գ.** $4, -7$, **դ.** $2,\ 5$: **163. բ.** $10, -0{,}7$, **գ.** $3,\ -\frac{24}{13}$, **դ.** $7,\ -\frac{7}{9}$: **164. ա.** $2,\ -\frac{1}{2}$, **գ.** $18, 15{,}8$: **165. ա.** $\frac{2}{3}, -3$, **բ.** $\frac{16}{17}$, **դ.** $-9{,}2$: **166. ա.** $-5{,}6,\ 4$, **բ.** $9{,}2,\ 14$, **գ.** $5{,}2,\ 10$, **դ.** $8{,}25,\ 12$:

167. ա. $\frac{1}{3},\ -\frac{14}{15}$, **բ.** $-4{,}7,\ -1$: **168. ա.** $-\frac{38}{19}, 1$, **բ.** $-8{,}5,\ -2$:

169. բ. $-2,\ -1$, **դ.** $2,\ -\frac{7}{9}$: **170.** $\frac{2}{5}$: **171.** 7: **174.** 3 մ, 4 մ: **176.** 10 օրում: **177.** $2{,}5$ կ: **178.** 2 օրում: **179.** 5 ժամ, 7 ժամ: **189. ա.** $x\in\{1, 2, 3\}$,

բ. $x\in\emptyset$, **գ.** $x\in N$: **190. ա.** Ոչ: **բ.** այո: **191. ա.** $x\in\left\{1,\frac{4}{7}\right\}$, **բ.** $x=-\frac{5}{6}$, **գ.** $x\in\emptyset$, **դ.** $x\in\{1,3\}$, **ե.** $x\in\{3,2\}$, **զ.** $x\in\{2,4\}$: **192. ա.** $x\in R$, **բ.** $x>\frac{1}{2}$, **գ.** $x\in\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\cup(3,\infty)$, **դ.** $x\in\left(-\infty,\frac{2}{7}\right]\cup\left[\frac{3}{7},\infty\right)$: **193. ա.** $x=-\frac{1}{4}$, **բ.** $x\in\{0,-2-\sqrt{5},-2+\sqrt{5}\}$, **գ.** $x\in(-\infty,-2]\cup\{0\}[2,\infty)$, **դ.** $x\in[-3,3]$, **ե.** $x\in[-5,5]$, **զ.** $x\in[-\infty,-1]\cup\{0\}[1,\infty)$: **194. ա.** $x\in(-3,3)$, **բ.** $x\in(-\infty,3]\cup[3,\infty)$, **գ.** $x\in(-\infty,-4]\cup[4,\infty)$, **դ.** $x\notin\{-9,9\}$ և $x\in R$, **ե.** $x\in(-\infty,-10)\cup(10,\infty)$, **զ.** $x\in(-12,12)\cup\{25,-25\}$: **195. ա.** $x\in(2,7]\cup\{0\}$, **բ.** $x\in\emptyset$, **գ.** $x\in(-\infty,1]\cup[2,\infty)$, **դ.** $x\in[1,17]$: **196. ա.** $x\in R$, **բ.** $x\in(-\infty,-4)\cup(10,\infty)$, **գ.** $x\in\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)\cup\left(-\frac{2}{5},\infty\right)$, **դ.** $x\in(-\infty,1]\cup(5-\sqrt{15},\ 5+\sqrt{15})$: **197. ա.** $x\in[1,2]$, **բ.** $x\in[-5,1]$, **գ.** $x\in(-\infty,0)\cup\{1\}$, **դ.** $x\in[-3,3]$: **198. ա.** Ոչ, **բ.** այո, **գ,** այո, **դ.** այո: 199. **ա.** Այո, **բ.** ոչ, **գ.** ոչ, **դ.** ոչ: **200. ա.** $x\in\{1,-1\}$, **բ.** $x\in\{3,-3\}$, **գ.** $x=-5$, **դ.** $x=0$, **ե.** $x=-41$, **զ.** $x\in\{3{,}6,\ 0\}$: **201. ա.** $x=9$, **բ.** $x\in(-10,-4)\cup(4,10)$, **գ.** $x\in\emptyset$, **դ.** $x\in(-1,1)$, **ե.** $x\in(-3,-2]\cup[2,3)$, **զ.** $x\in\emptyset$: **203. ա.** $x\in(-\infty,2)\cup(8,9)$, **բ.** $x\in(-2,2)$, **գ.** $x\in(6,9)$, **դ.** $x\in[0,1]$: **204. ա.** $x\in(-\infty,-5)\cup(10,\infty)$, **բ.** $x\in\emptyset$, **գ.** $x\in(10,19)$, **դ.** $x\in\emptyset$: **205. ա.** $x\in\left(\frac{6}{5},\infty\right)$, **բ.** $x\in(-10,-1]$, **գ.** $x\in(-\infty,-8]$, **դ.** $x\in[0,7]$: **206. ա.** $x\in\emptyset$, **բ.** $x\in[-2,2]$, **գ-դ.** $x\in\emptyset$: **207. ա.** Ոչ, **բ.** այո, **գ.** այո, **դ.** ոչ: **208. ա.** Այո, **բ.** ոչ, **գ.** ոչ, **դ.** ոչ: **209. ա.** Այո, **բ.** ոչ, **գ.** ոչ, **դ.** այո: **210. ա.** $a\in(-\infty,0{,}4)$, **բ.** $a\in(-3,\infty)$, **գ.** $a\in(-\infty,0{,}5)$, **դ.** $a\in[0,\ \infty)$: **211. բ.** $a\in\left(-\infty,\frac{13}{6}\right]$, **գ.** $a\in(-\infty,2)$, **դ.** $a\in(-\infty,0)$: **212. ա.** $\frac{11}{3}$, **բ.** 6, **գ.** $a\in\left(-\frac{3}{2},2\right]$: **213. ա.** $a\in(-\infty,0)\cup(1,4)$, **բ.** $a\in(-\infty,-4)\cup(-1,-0{,}5)$: **214. ա.** Այո, **բ.** այո, **գ.** այո, **դ.** ոչ: **216. բ.** $x<0$,

դ. $x\in(-\infty,0)\cup(0,1)$: **217. բ.** $x\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]\cup(1,\infty)$: **219. ա.** $x\in(-\infty,1)\cup(2,3)$, **բ.** $x\in(-\infty,-2)\cup[-1,7]$, **գ.** $x\in(2,4)\cup(5,\infty)$, **դ.** $x\in(-11,-6]\cup[-1,\infty)$: **220. ա.** $x\in(-\infty,-2)\cup(-2,-1)$, **գ.** $x\in(-2,3)$, **դ.** $x\in(-\infty,-2)$: **272. գ.** Ոչ, **դ.** այո: **273. գ.** $10x, a, c$, **դ.** $12y, -x$: **276. գ.** $5x^7y^{m+1}$ և 5: **277. դ.** $-2a^4b^{25}$, **ե.** $-8a^4z^{12}$: **279. ե.** $6ab^2-11b^3$: **280. ա.** Այո, **բ.** ոչ: **281. բ.** $a^2b+11ba^2-12axy$: **282. գ.** Այո: **283. դ.** $1+2z^3+10a+3z$: **284. ա.** $-2abcx^4+2abcx$: **286. լ.** -73: **288. դ.** 8, **է.** 80: **293. գ.** $m+1$: **294. ա.** $x^2+y^2=z^2$, եթե z-ը եռանկյան ներքնագիծն է, **բ.** $x^2+y^2>z^2$, **գ.** $x^2+y^2<z^2$, եթե 7-ը բութ անկյան դիմացի կողմն է: **297.** Երկրորդը՝ $24/15$ անգամ: **298.** $15xy+5y7$: **300.** $\frac{2mn}{n-m}$ ժամում: **310. դ.** $-3x^3-2xy-3y^3$: **313. բ.** $-x^2+2xy$, **գ.** $-y+2xy$: **319. գ.** $9x^2+3bx-3ax-ab$: **320. դ.** $10x^2-40xy+40y^2$: **321. գ.** $k^3-2k^2m^2-pk+2pm^2$: **324. դ.** $m^3-2m^2n+n^3$: **327. դ.** $x-y^2-2$: **328. գ.** $-7ax+3a^2-2x^2$: 329. **դ.** $m-3$: **335. է.** 6: **336. ա.** $2a$, բ. $3xy^2$: **339. գ.** $(x+y)(a-2b)$, **դ.** $(a+1)(1-x)$: **340. ա.** $(c^2-d)(a+c-b)$, **բ.** $(x^2+y^2-1)(a-b)$: **342. ծ.** $5a^2(2x-3a^2-4a^2x)$: **343. ծ.** $(x-7)(6y-42x)$: **344. ա.** $(1+a)(1+a^2)$, **գ.** $(1-x^2)(1-x^3)$: **345. գ.** $(3-xy)(7m-8y^2)$: **346. բ.** $(a-4-b)(a-4+b)$: **347. գ.** $(x-y)^2(x+y)$, 0: **348.** $(10x+120)$ կմ: **349.** $(45x+40y)$ կմ: **350. ա.** $t(a+b)$ մ^3, **բ.** at մ^3 $+b(t-1)$ մ^3, **գ.** at մ^3 $+b(t+2)$ մ^3: **351.** $(6x-2y)$ կմ: **367. ե.** $1000a+10x$, **գ.** $10000+100+a$, **բ.** $10000a+1000a+100a+10a+a$: **368. բ.** $99a-99c$: **371. գ.** Ոչ, **դ.** այո: **372. գ.** Այո, **դ.** ոչ: **373. գ.** Ոչ, **դ.** այո: **374. գ.** Այո, **դ.** այո: **375. գ.** Այո, **դ.** ոչ: **376. բ.** Այո, **գ.** ոչ: **378. գ.** Ոչ, **դ.** այո: **380.** $10a+1$, ոչ՝ կլինի նույնը: **381. գ.** $1000+a$, **դ.** $10000+a$: **382.** 21: **383.** 52: **384.** 246: **386.** 46: **387.** 28: **388.** 73: **389.** 77: **390.** 52: **391.** 56: **438. գ.** $(11, 1)$, **դ.** $(10,1)$: **440.** Ոչ: **442.** Այո: **447. գ.** $(1,0)$, **դ.** $(0, 6)$: **449. ա.** $a\in\emptyset$,

բ. $a \neq 0$, **գ.** $a \in \emptyset$, **դ.** $a = 0$: **450. ա.** Կոորդինատային հարթությունն է: **456. ա.** $x \cdot (100 - x)$մ², եթե հողամասի երկարությունը x մ է: **457.** x, y և $50 - (x + y)$, որտեղ x-ը և y-ը 50-ից ոչ մեծ բնական թվեր են և $x + y \leq 50$: **458.** $10 + x$, x և $90 - 2x$, որտեղ նշված թվերից յուրաքանչյուրը 100-ից ոչ մեծ բնական թիվ է: **459.** $65, 55$ և 50: Խնդիրն ունի միակ լուծումը: **460. ա.** $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$, **բ.** երկու փվյալ: **461. գ.** $x = 4$, $y = 4$, $z = 2$:

462. ա. $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$: **463. ա.** $xp + yq = (x + y)r$: **465.** Նշանակենք AB հեռավորությունը 5-ով, առաջինի արագությունը x-ով, երկրորդինը՝ y-ով, իսկ ավտոմեքենաները հանդիպեցին t ժամ հետո: Այդ դեպքում. **ա.** $xt + yt = 5$, **գ.** $xt + y(t+1) = 5$, **դ.** $2xt + x(t+1) = 5$: **469.** n ամսից հետո կունենա $a + nb$ դրամ: **471.** x սմ, $\sqrt{100 - x^2}$ սմ: **480. գ.** $y = 4$, $z = 2$: **481. գ.** $y = 7, z = 8$: **483. դ.** $x = 6, y = 7$: **484. ա.** $x = 1, y = 2$: **485. գ.** $x = -10, y = 5$: **486. գ.** $x = -53/8, y = 17/8$: **487. ա.** $x = 0, y = 8$: **488. բ.** $u = 109/21, v = 109/21$: **489. դ.** $x = -1{,}9, y = -3$: **490. բ.** $u = 10/49, v = -12/49$: **491. գ.** $x = 3, y = 4$: **494. դ.** $\Delta = 0$, $\Delta_x = -5$, $\Delta_y = -5$: **495. բ.** $x = \frac{1}{2}\left(a + \frac{1}{2}\right)$, $y = -\frac{1 + 3a^2}{2}$: **504. ա.** 1, **դ.** 0, **գ.** անվերջ: **505. ա.** $a \neq 1$, **բ.** $a \neq -4/3$, **գ.** $a \neq -4$: **506. ա.** $a \neq 0{,}5$, **բ.** $a \neq 0$, **գ.** $a = -\frac{1}{2}$: **507. ա.** $m = 1, n = 1$, **բ.** $n = 1, m = \frac{1}{8}$, **գ.** $n \in \emptyset, m \in \emptyset$: **508. ա.** 1, **դ.** 1: **509. ա.** $a \neq 4$, **ե.** $a \in \emptyset$, **գ.** $a \in R$: **510. բ.** $a = 7$, **ե.** $a = -5$, **գ.** $a = \frac{3}{4}$: **511. գ.** $a = -6, b = -19$, **դ.** $a = \frac{3}{4}, b = -3$: **514.** $ad \neq bc$: **516.** 23: **518.** 48: **519.** 37: **520.** 221: **521.** 77: **522.** 42857: **524.** 40 և 60: **527.** 5կմ/ժ, $4{,}5$կմ/ժ: **528.** 150 կմ: **529.** 8 ժ: **530.** 12կմ/ժ, 4կմ/ժ: **531.** $21{,}6$ կմ/ժ: **533.** 40 օր: **534.** $11{,}2$ լ և

16,8 լ: **535.** 1,2 լ և 10,2 լ: **536.** 150 կգ և 450 կգ: **537.** 150 կգ և 150 կգ: **538.** 15/11 կգ և 95/11 կգ: **544. ա.** $x=1, y=-1$, **բ.** $x=-3, y=0$: **545. բ.** $x=2, y=1$, **դ.** $x=1, y=1, z=3$: **548. ա.** $(0{,}25, 7{,}75), (-2, 1)$, **բ.** $(0, 0), (-2{,}4, 4{,}8)$, **գ.** $(17, 10), (4, -3)$, **դ.** $(6, 9), (-9, -6)$: **549. ա.** $(8, 4), (4, 8)$, **բ.** $(2, 3), (3, 2)$, **դ.** $(3, 0), (1, -2)$: **550. բ.** $(4, 2), (16, -10)$, **դ.** $(3, 2), (2, 1)$: **551. ա.** $(3, 4), (1, 2)$, **գ.** $(4, 0), \left(-\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}\right)$: **552. ա.** $(2, 3)$ $(51, -46)$: **553. ա.** $(a^2-1, a+1)$, $(-a^2+1, -a-1)$, **դ.** $(a-1, a+1), (a+1, a-1)$: **554. ա.** $(2a, -a), (-a, 2a)$, **բ.** $(2a, a), (a, 2a)$: **558. ա.** Լուծում չունի, **բ.** $(0, 0), (-2, -2), \left(-\frac{5}{4}, -\frac{5}{16}\right)$, **գ.** $\left(10, -\frac{10}{3}\right), \left(-2, \frac{2}{3}\right)$, **դ.** $(0, 0), (1, 1), \left(\frac{9}{41}, \frac{1}{41}\right)$: **559. ա.** $(0, 0), \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$, $\left(-\frac{1}{18}, -\frac{1}{72}\right)$, **բ.** $(1, -1), (49+28\sqrt{3}, 7+4\sqrt{3}), (49-28\sqrt{3}, 7-4\sqrt{3})$, **գ.** $(0, 0), (9, -9), \left(\frac{26}{11}, -\frac{13}{11}\right)$, **դ.** $(-4, -2)$: **562. ա.** $(3, 1), (-3, -1)$, $(-\sqrt{2}, 2\sqrt{2}), (\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$, **բ.** $(2, 3), (-2, -3), (-3, -2), (3, 2)$, **գ.** $\left(2, \frac{1}{2}\right)$, $\left(-2, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{\sqrt{2}}{5}, 2\sqrt{\frac{2}{5}}\right), \left(\sqrt{\frac{2}{5}}, -2\sqrt{\frac{2}{5}}\right)$: **564. գ.** $(2, 1), \left(-\frac{2}{3}, -\frac{5}{3}\right)$, **դ.** $(1{,}5, 0{,}75)$: **565. ա.** $(4, -2)$, $(2, 0), (3{,}5, -2{,}5), (1{,}5, -0{,}5)$, **բ.** $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right)$, $(3{,}5, -1{,}5)$, **գ.** $(3{,}5, -2{,}5), (-3{,}5, 2{,}5)$, **դ.** $(2, 3), (3, 2)$: **566. բ.** $\left(\frac{10}{3}, \frac{2}{3}\right), (4, 1)$, **գ.** $(2+\sqrt{3}, 2-\sqrt{3}), (2-\sqrt{3}, 2+\sqrt{3}), (1, 4), (4, 1)$, **դ.** $(2, 3), (-2, -3)$: **567. բ.** $\left(4, -\frac{1}{2}\right), (1, 1)$: **568. ա.** $(5, 3), (3, 5), (-5, -3), (-3, -5)$,

բ. $(5,1), (-5,-1)$, **գ.** $(5,4), (-5,-4)$, **դ.** $(-2,3), (3,2)$, $(-3,-2)$: **569.** **ա.** $(8,2), (2,8)$, **բ.** $(9,4)$, **գ.** $(25,16), (16,25)$, **դ.** $(1,4), (4,1)$: **577. ա.** $(4,9), (9,4)$, **բ.** $(2,3), (3,2)$, $(-2-\sqrt{7}, -2+\sqrt{7})$, $(-2+\sqrt{7}, -2-\sqrt{7})$, **գ.** $(20,5), (7,5)$, **դ.** $(2,-4), (-4,2), (3-\sqrt{21}/2,\ 3+\sqrt{21}/2)$, $(3+\sqrt{21}/2,\ 3-\sqrt{21}/2)$: **578.** **ա.** $(2,4), (4,2)$, **բ.** $(2,-5), (5,-2)$, **գ.** $(-5,-7), (7,5)$, **դ.** $(-1,-6)$, $(-6,-1)$: **579.** **ա.** $(1,2), (2,1)$, **բ.** $(-1-\sqrt{7}, -1+\sqrt{7}), (-1+\sqrt{7}, -1-\sqrt{7})$: **580.** **ա.** $((a+b)^2,\ (a-b)^2)$: **584.** 60 սմ: **585.** 10, 15: **586.** 20, 30: **587.** 90 կմ/ժ, 80 կմ/ժ: **588.** 12 ժ, 8 ժ: **589.** 80 կմ/ժ, 50 կմ/ժ: **590.** 25: **591.** 12 ժ: **592.** 14 ժ, 10 ժ: **593.** 10 ժ, 15 ժ: **595.** 2000 մ³: **597.** $4{,}5a$, $9a/7$: **598.** 15 օր, 30 օր: **599.** 9, 18: **600.** 4 մ, 5 մ: **602.** 4 մ/վրկ, 5 մ/վրկ: **627.** **բ.** $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$, **դ.** $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{4}\right)$: **630. բ.** $(20,5,15)$, **դ.** $(12,2,-4)$: **649. գ.** Այո, **դ.** ոչ, **ե.** ոչ, **զ.** այո: **650. դ.** Այո, **թ.** ոչ: **651. ա.** Ոչ, **դ.** այո: **653. բ.** Հասակակիցներ: **654. դ.** Մեծ Բրիտանիա: **655. է.** $x \in \emptyset$: **656. դ.** a-ն b-ից կարճ է: **658. գ.** $x =$ Եվրոպա, $x =$ Ավստրալիա: **680. ա.** Որովհետև, եթե $x < y$, ապա նաև $x < y+1$, այսինքն՝ միևնույն x տարրը առնչվում է մեկից ավելի տարրերի հետ: **681. դ.** Ոչ, **ե.** այո: **697. ա.** $x \neq 0$, **բ.** $x \neq 1$: **700. ա.** $x \in R$, **բ.** $x \neq 1$, **գ.** $x \in \{1, -1\}$: **701. ա.** Ոչ, **դ.** այո: **708. ա.** Աճող է, **գ.** նվազող է: **739.** 3: **740. ա.** 1, **դ.** $x < 1$: **741. ա.** Ոչ, **բ.** այո: **742. գ.** Այո, **դ.** ոչ: **743. բ.** 1, **գ.** 5: **744.** **ա.** $a = 0$, **դ.** $a > 0$: **747.** **գ.** Այո: **748.** **բ.** $\pm\sqrt{7}$, **գ.** $x \neq 0$: **749. ա.** $a = 0$, **բ.** $a = \frac{1}{2}$: **750. բ.** $a = 0$, **գ.** $a = \sqrt{3} - 9$: **752. ա.** $[0, \infty)$, **գ.** $\left[-\frac{1}{2}, \infty\right)$, $(-\infty, -1]$: **753. բ.** Մեծագույն արժեք չունի, **գ.** 1: **754. բ.** 1, **գ.** -10: **755. ա.** Ոչ, **բ.** այո: **756. ա.** $(-\infty, 1]$ նվազում է, $[1, \infty)$ աճում է: **760. ա.** Ոչ, **բ.** այո: **762. բ.** $x \neq \frac{4}{3}$, **ե.** $x \neq \pm 1$, **գ.** $x \in R$: **763. ա.** $x \neq 0$,

բ. $x \neq \pm\sqrt{2}$: **764. ա-գ.** R: **765. բ.** $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$, **գ.** $(-0{,}1, 0{,}1]$, **դ.** $\emptyset$:

788. բ. Ոչ: **789. բ.** Ոչ: **794. ա.** Ոչ, **բ.** այո: **795. դ.** $\frac{173}{12}$, 14 և 14:

796. գ. Կբազմապատկվեն այդ թվով: **798.** $158{,}1$ սմ, 160 սմ, $158{,}5$ սմ:

802. 24: **806.** 3: **810.** 6: **811.** 120: **815.** Ոչ: **817.** 20: **818.** 12: **820.** 60:

830. Ոչ: **832.** Ոչ: **836. բ.** -2: **842.** $n-2$: **846.** Այո: **847.** Ոչ: **856.** 65: **859.**

ա. 47, **բ.** 80, **գ.** 128, **դ.** 145: **860.** $2{,}5$: **861.** $2,\ 2\frac{1}{4},\ 2\frac{1}{2},\ 2\frac{3}{4},\ 3$:

863. 15: **865. ա.** 9, **բ.** 13, **գ.** 2: **866. ա.** $-\frac{1}{3}$, **բ.** $\frac{1}{3}$, **գ.** $0{,}2$: **867. ա.** $1{,}7$,

բ. $-\frac{11}{3}$: **870. ա.** 10560, **գ.** -14262, **դ.** $396+372a$: **876. ա.** 25, **բ.** 55:

902. Այո: **922.** $4, 8, 16$: **923.** 13: **924. ա.** Այո, **բ.** ոչ, **գ.** ոչ, **դ.** այո:

Բովանդակություն

Գլուխ 1.

Գլուխ 2.

Գլուխ 3

Գլուխ 4.

Գլուխ 5